Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Agronómicas
Escuela de Agronomía
Álgebra

Prof.: Ruth Henzi P.

Guía de Números Reales

ITEM I

1.- Si $x > 0,\ ¿es\ cierto\ que\ x^{-1} > 0?$

2.- Si $x > 0,\ ¿es\ cierto\ que\ x + \frac{1}{x} \geq 2?$

3.- Muestre que no existe $x \in IR\ \ tal\ que\ \ x^2 + x + 1 = 0$

4.- Si
$\frac{3}{2} < \alpha < \frac{5}{2} \quad \wedge \quad 7 < \beta < \frac{15}{2}.\ Determine\ \ a, b \in IR^+,\ tal\ que\ \ a < \alpha + \beta < b$

5.- Obtener en los reales conjunto de cotas superiores, conjunto de cotas inferiores, supremo, infimo, elemento máximo y mínimo (si es que existen), en los siguientes conjuntos:

a) $S = \{x \in Q /\ 0 < x \leq \sqrt{3}\}$

b) $S = \{x \in IR /\ x^2 + x - 1 < 0\}$

c) $S = \left\{x \in IR /\ \frac{x+1}{x} \leq 2 \quad \wedge \quad \left|x + \frac{1}{2}\right| \leq 1\right\}$

d) $S = \left\{x \in IR /\ \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = -1\right\}$

e)

$$S = \left\{x \in IR / x = 1 - \frac{1}{n},\ \ n \in IN\right\}$$

f)

$$S = \left\{x \in IR / x = \frac{n^2+1}{2^n},\ n \in IN\right\}$$

g)

$$S = \left\{x \in IR /\ \frac{1}{x-3} + \frac{1}{2x-7} > 2\right\}$$

6.- Determine si las siguiente inecuacion tienen el mismo conjunto solución:

$$\frac{1}{x-1} \leq 3 \quad y \quad 1 \leq 3(x-1)$$

7.- Determine los valores de $x \in IR$ para los cuales $\sqrt{3-|x-1|}$ exista.

8.- ¿Es cierto que el conjunto $A = \left\{ \dfrac{n-3}{2n+5} / n \in IN \right\}$ es acotado?

9.- Pruebe que si: **a)** $x \in [2,4] \Rightarrow (2x+3) \in [7,11]$

b) $(2x-6) \in]-4,4[\Rightarrow x \in]1,5[$

c) $\left(\dfrac{x}{3}-5\right) \in [-3,5] \Rightarrow x \in [6,30]$

10.- Determine en cada caso la verdad o falsedad, justificando:

a) $x + \dfrac{1}{x} > 0, \ \forall \ x \neq 0$

b) $|1+3x| \leq 1 \Rightarrow x \geq -\dfrac{2}{3}$

c) $|x-3| < 1 \Rightarrow \dfrac{1}{8} < \dfrac{1}{x+4} < \dfrac{1}{6}$

d) $|x-1| < 2 \Rightarrow 0 \leq |2x-3| \leq 5$

11.-

a) Calcule los valores x para los cuales la expresión $\dfrac{1}{x-3} + \dfrac{1}{2x-7}$ define un número real

b) Resuelva la ecuación $\dfrac{1}{x-3} + \dfrac{1}{2x-7} = 2$

c) Resuelva la inecuación $\dfrac{1}{x-3} + \dfrac{1}{2x-7} > 2$

ITEM II

Resuelva las siguientes inecuaciones y de la solución como intervalo de números reales:

1.- $-5 \cdot [2-(1+x)] \geq 25 + 7 \cdot (2x-5)$ $\qquad S = \left]-\infty, \dfrac{5}{9}\right]$

2.- $3 - \dfrac{x}{2} \leq 6$ $\qquad S = [-6, +\infty[$

3.- $x^2 + x - 6 > 0$ $\qquad S =]-\infty, -3[\cup]2, +\infty[$

4.- $2(x+3) > 3(x-1) + 6$ $\qquad S =]-2,5]$

5.- $\frac{x}{5}-\frac{2x-1}{3}>\frac{x-3}{3}$ $\qquad S=\left]-\infty,\frac{5}{3}\right[$

6.- $5(3x-2)+4(x+10)<6(5x-2)-(4x+15)$ $\qquad S=\left]\frac{57}{7},+\infty\right[$

7.- $(x+1)^2-(x-2)^2\leq 5x+4$ $\qquad S=\left]-\infty,7\right]$

8.- $(2x-3)^2-(3x+1)(3x-1)<15-6x-5x^2$ $\qquad S=\left]-\frac{5}{6},+\infty\right[$

9.- $(2x+1)^2-(x-1)^2>(3x+2)^2-5x-11$ $\qquad S=\left]-\frac{7}{6},1\right[$

10.- $(x-2)^2>2(x-2)-1$ $\qquad S=IR-\{3\}$

11.- $8-3x\leq 7-5x\leq 5-6x$ $\qquad S=\left]-\infty,-2\right]$

12.- $\frac{3x^2+2x+1}{x^2-1}>2$ $\qquad S=\left]-\infty,-1\right[\cup\left]1,+\infty\right[$

13.- $\frac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12}>\frac{x+4}{x+3}$ $\qquad S=\left]-10,-3\right[\cup\left]4,+\infty\right[$

14.- $\frac{1}{x}+\frac{3}{2x}\geq 5$ $\qquad S=\left]0,\frac{1}{2}\right]$

15.- $(x+5)(x^2-3x+2)<0$ $\qquad S=\left]-\infty,-5\right[\cup\left]1,2\right[$

16.- $(x^2-4x<5)\wedge(x^2-6x>-5)$ $\qquad S=IR$

17.- $x^2(x-2)^2>0$ $\qquad S=IR-\{2,0\}$

18.- $\frac{x-18}{x-2}\leq\frac{2x}{2-x}-\frac{x^2}{x-2}$ $\qquad S=\left]-\infty,-6\right[\cup\left]2,3\right]$

19.- $\frac{x^2-3x+2}{x^2+2x+6}<3$ $\qquad S=IR$

20.- $\frac{3x-2}{x+3}\leq 2$ $\qquad S=\left]-3,8\right]$

21.- $|x-5|<|x+1|$ $\qquad S=\left]2,+\infty\right[$

22.- $\left|\dfrac{2x-1}{x+3}\right| \leq 1$ $S = \left[-\dfrac{2}{3}, 4\right[$

23.- $|3-2x| < |x+4|$ $S = \left]-\dfrac{1}{3}, 7\right[$

24.- $|x-2| \leq 5$ $S = [-3, 7]$