FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Diplomado: Análisis Estadístico para Estudios Agropecuarios

Análisis Multivariado
Análisis de Componentes Principales (ACP)

Módulo 4

Análisis Multivariado

Erika Kania Kuhl
Ing. Agr. Dr.

Archivo Proteínas

Objetivo: estudiar los alimentos que se utilizan como fuentes proteicas en las dietas de los países europeos.

Los datos corresponden a la composición proteica de dietas de habitantes de países europeos según los alimentos consumidos (Carne Vacuna, Carne de Cerdo, Huevos, Leche, Pescado, Cereal, Embutidos, Frutos Secos y Frutas y Vegetales)

El archivo contiene 9 variables correspondientes a los alimentos consumidos y un criterio de clasificación con el nombre de los países

Matriz de diagramas de dispersión

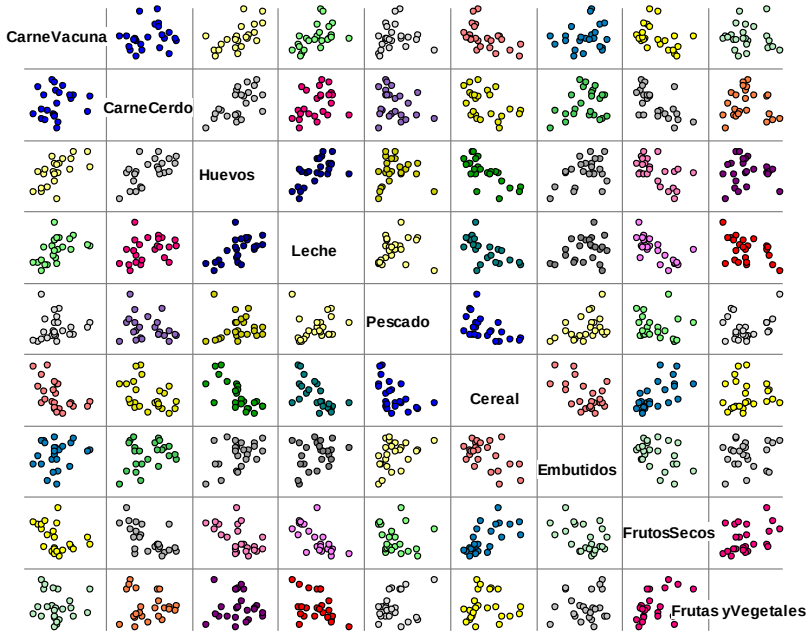


Gráfico de estrella

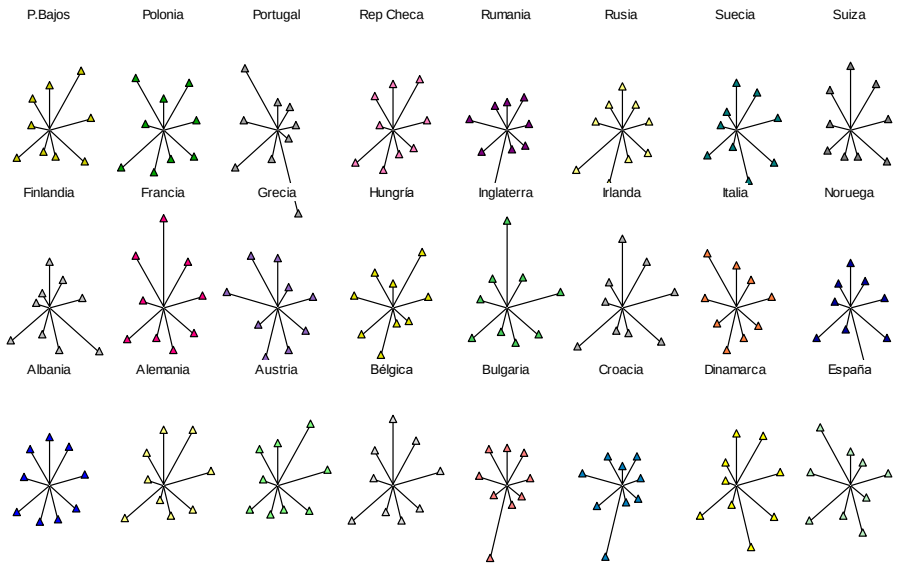
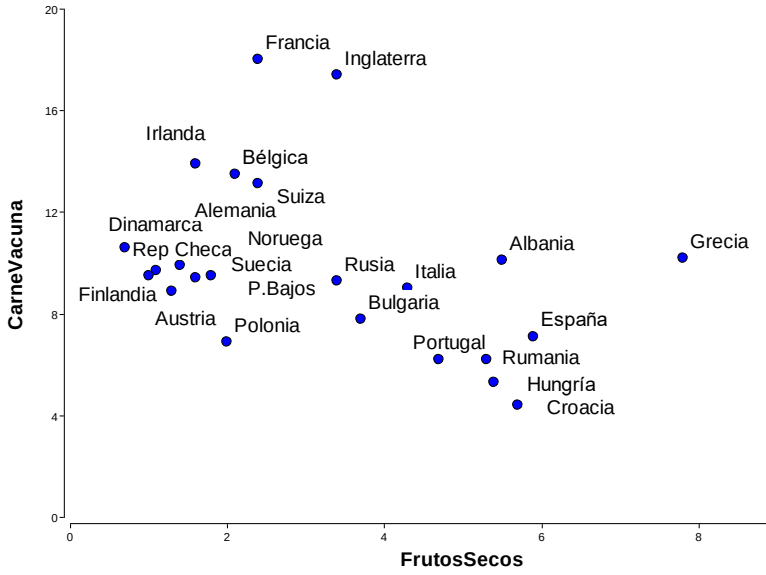


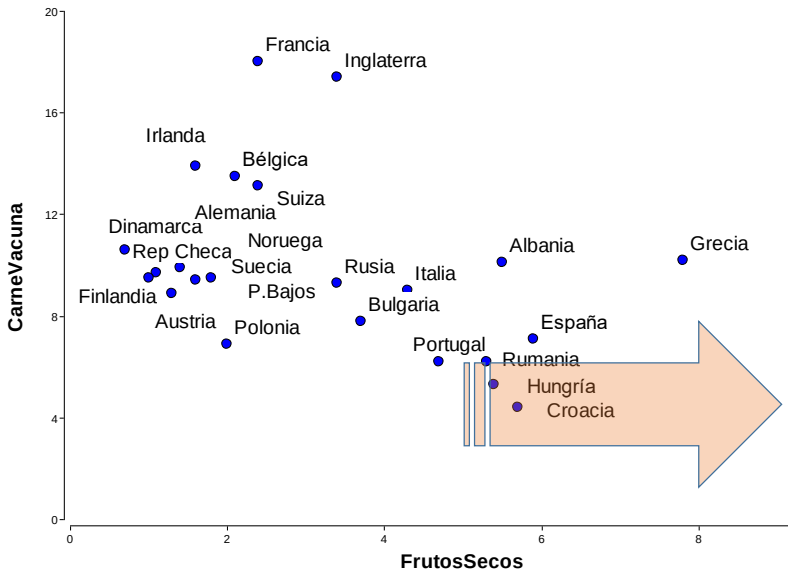
Gráfico en dos dimensiones



Dispersión de los países para las variables Carne Vacuna y Frutos secos

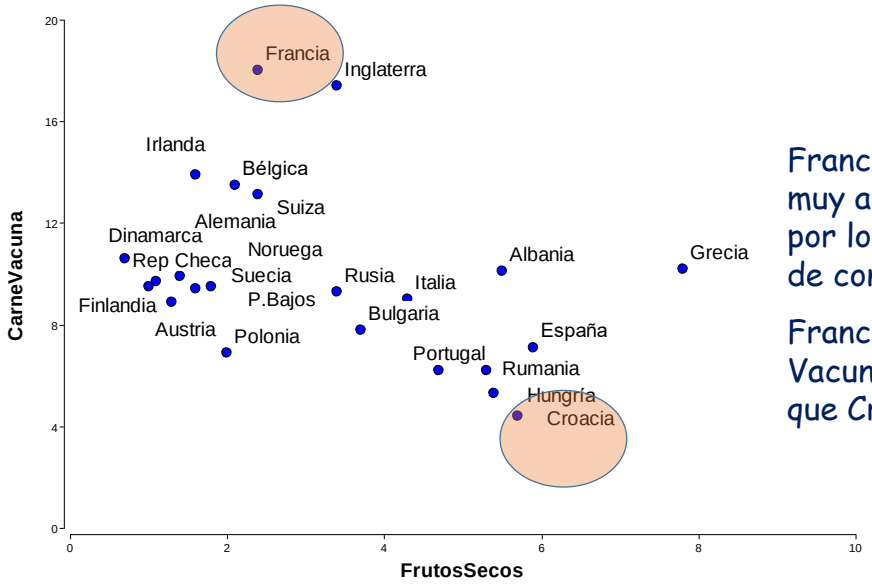
Distancias entre dos puntos: similitud en los valores de las variables

Gráfico en dos dimensiones



Hungría y Croacia son países con hábitos de consumo similares (para estas dos variables) ya que tienen prácticamente los mismos valores para el consumo de Frutos Secos y Carne Vacuna

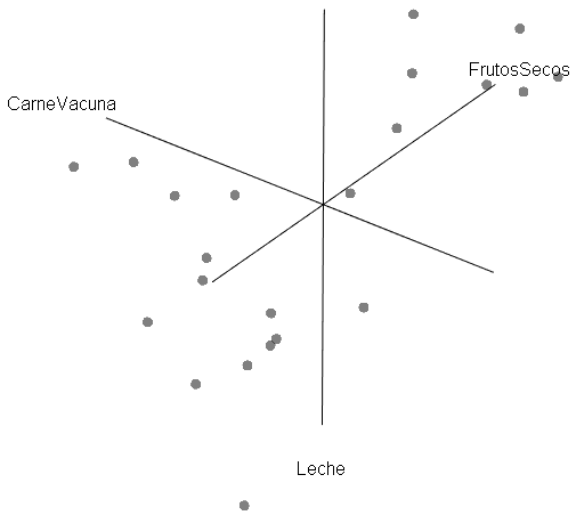
Gráfico en dos dimensiones



Francia y Croacia son países muy alejados en el gráfico, por lo que no tienen hábitos de consumo similares.

Francia consume más Carne Vacuna y menos Frutos Secos que Croacia

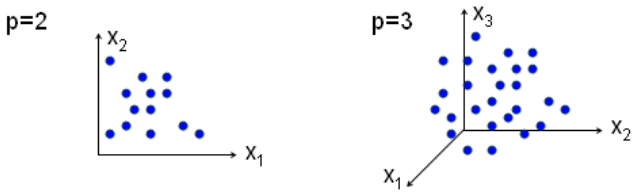
Gráfico en tres dimensiones



Técnica de ordenamiento o reducción de dimensión

"Mirar los datos para ver que pretenden decir"

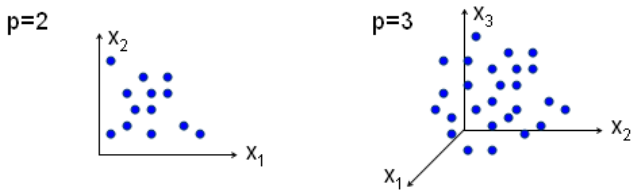
Podemos ver en 3D pero no mas allá



Técnica de ordenamiento o reducción de dimensión

Para entender que está pasando en dimensiones mayores

Técnicas de reducción de dimensión



Variable Cuantitativa:

Análisis de Componentes Principales

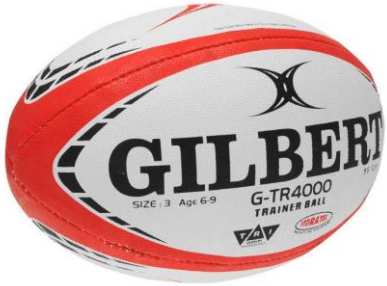
(ACP)

Archivo Proteínas

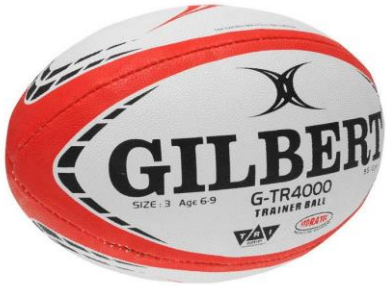
¿Será posible describir el conjunto de países utilizando un número menor de dimensiones sin perder información importante?

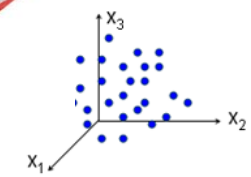
¿Qué vemos acá?

Si proyectamos la foto en otra dirección……



Nube de puntos



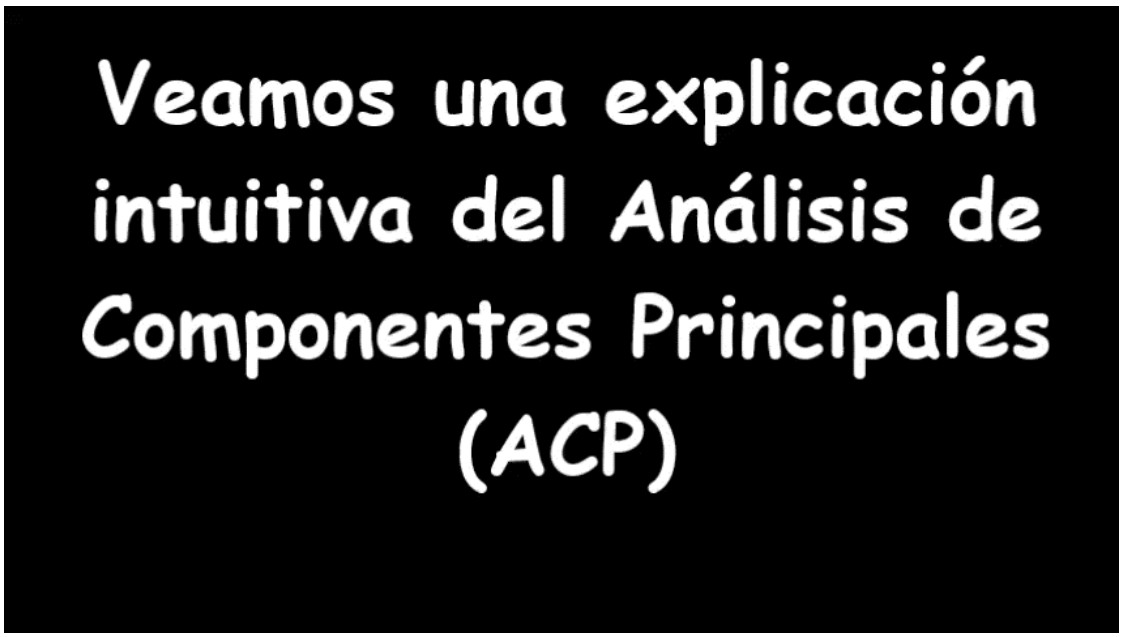


¿Podemos tomar una foto de la nube de puntos, de forma tal que se conserve la mayor parte de la información posible?

Video

Explicación intuitiva del

Análisis de Componentes Principales



¿Que vemos acá?

Una Tetera

¿Cuál es la idea?

Queremos tomar una foto del objeto, o buscar la posición en la que se conserve la mayor parte de la información posible

¿Cómo lo hacemos?

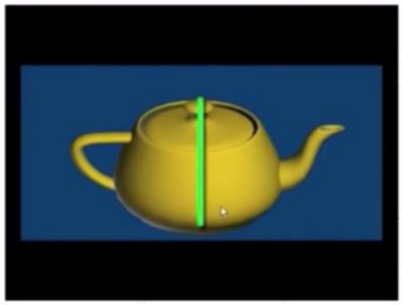
Rotando la tetera hasta que consideremos la posición en que tengamos la mayor parte de la información posible

A ese eje le vamos a llamar
Componente Principal 1
(CP1)

Componente Principal 1

Luego rotamos el objeto hasta recoger la mayor parte de la información restante, y a eso le llamaremos Componente Principal 2 (CP2)

Componente Principal 2



Luego, lo que era un objeto en tres dimensiones, lo tenemos ahora en dos dimensiones, manteniendo prácticamente toda la información contenida en la representación del objeto.

En Resumen...

CP1: es la dirección del espacio que recoge la mayor parte de la variabilidad de los datos.

CP2: es la dirección del espacio que recoge la mayor parte de la variabilidad de los datos restante

Técnica de ordenamiento o reducción de dimensión

Variable Cuantitativa:

Análisis de Componentes Principales

(ACP)

"Simplificar la interpretación de un conjunto complejo de datos"

Técnica de ordenamiento o reducción de dimensión

Variable Cuantitativa:

Análisis de Componentes Principales

(ACP)

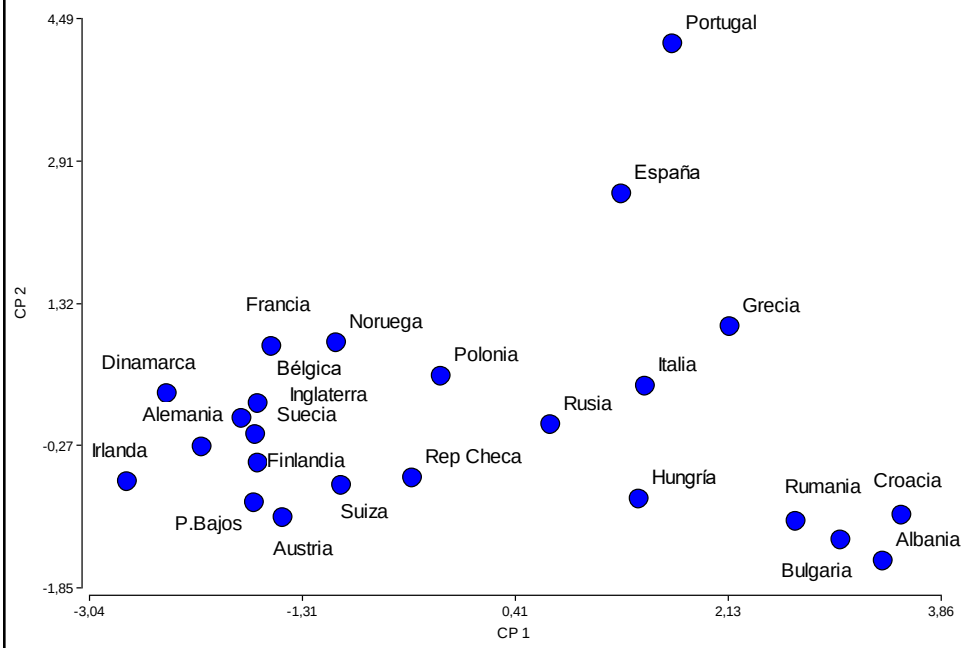
Realizan una proyección de todos los datos a un espacio de menor dimensión al espacio original de las variables, en el que podamos visualizar los datos.

Rescatar un alto % de la variabilidad de las observaciones del espacio multidimensional

¿Cómo funciona un ACP?

Caso	País	CarneVacuna	CarneCerdo	Huevos	Leche	Pescado	Cereal	Embutidos	FrutosSecos	Frutas yVegetales	CP 1	CP 2
1	Albania	10,10	1,40	0,50	8,90	0,20	42,30	0,60	5,50	1,70	3,39	-1,56
2	Austria	8,90	14,00	4,30	19,90	2,10	28,00	3,60	1,30	4,30	-1,46	-1,08
3	Bélgica	13,50	9,30	4,10	17,50	4,50	26,60	5,70	2,10	4,00	-1,66	0,20
4	Bulgaria	7,80	6,00	1,60	8,30	1,20	56,70	1,10	3,70	4,20	3,05	-1,33
5	Rep Checa	9,70	11,40	2,80	12,50	2,00	34,30	5,00	1,10	4,00	-0,41	-0,63
6	Dinamarca	10,60	10,80	3,70	25,00	9,90	21,90	4,80	0,70	2,40	-2,41	0,31
7											-1,66	-0,47
8											-1,55	0,83
9											2,15	1,04
10											1,42	-0,87
11											-2,72	-0,67
12	Italia	9,00	5,10	2,90	13,70	3,40	36,80	2,10	4,30	6,70	1,47	0,38
13	P.Bajos	9,50	13,60	3,60	23,40	2,50	22,40	4,20	1,80	3,70	-1,69	-0,91
14	Noruega	9,40	4,70	2,70	23,30	9,70	23,00	4,60	1,60	2,70	-1,03	0,88
15	Polonia	6,90	10,20	2,70	19,30	3,00	36,10	5,90	2,00	6,60	-0,19	0,49
16	Portugal	6,20	3,70	1,10	4,90	14,20	27,00	5,90	4,70	7,90	1,69	4,21
17	Rumania	6,20	6,30	1,50	11,10	1,00	49,60	3,10	5,30	2,80	2,68	-1,11
18	España	7,10	3,40	3,10	8,60	7,00	29,20	5,70	5,90	7,20	1,28	2,53
19	Suecia	9,90	7,80	3,50	24,70	7,50	19,50	3,70	1,40	2,00	-1,69	-0,16
20	Suiza	13,10	10,10	3,10	23,80	2,30	25,60	2,80	2,40	4,90	-0,99	-0,71
21	Inglaterra	17,40	5,70	4,70	20,60	4,30	24,30	4,70	3,40	3,30	-1,79	0,03
22	Rusia	9,30	4,60	2,10	16,60	3,00	43,60	6,40	3,40	2,90	0,71	-0,04
23	Alemania	11,40	12,50	4,10	18,80	3,40	18,60	5,20	1,50	3,80	-2,12	-0,29
24	Croacia	4,40	5,00	1,20	9,50	0,60	55,90	3,00	5,70	3,20	3,54	1,05

Una CP es una **combinación lineal de las variables originales**



¿Cómo funciona un ACP?

Construye ejes artificiales (nuevas **variables sintéticas** llamadas CP)

Las observaciones son luego graficadas, usando estas nuevas variables sintéticas.

Como el ordenamiento de las observaciones se produce en un espacio de menor dimensión, esta técnica recibe el nombre de:

"**Técnica de ordenamiento**" o "**Técnica de reducción de dimensión**"

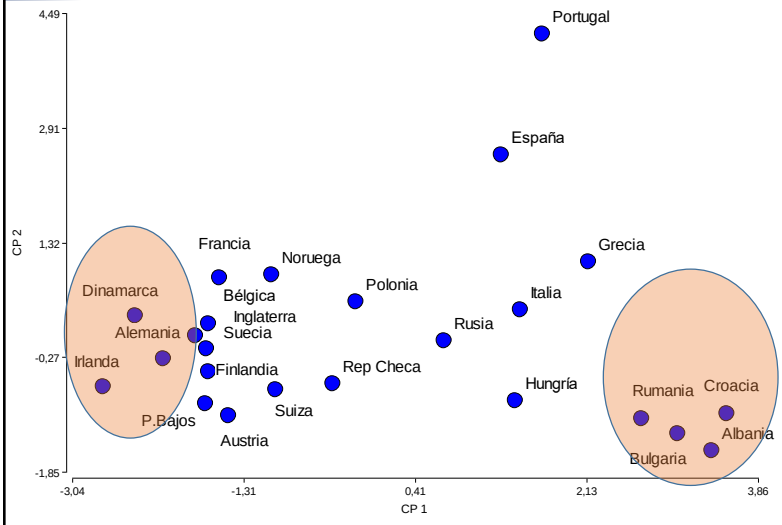
¿Que son la Componentes Principales (CP) ?

Una CP es una **combinación lineal** de las variables originales, en donde a cada variable se le asigna un peso diferente.

CP1: ax1+bx2+cx3+……

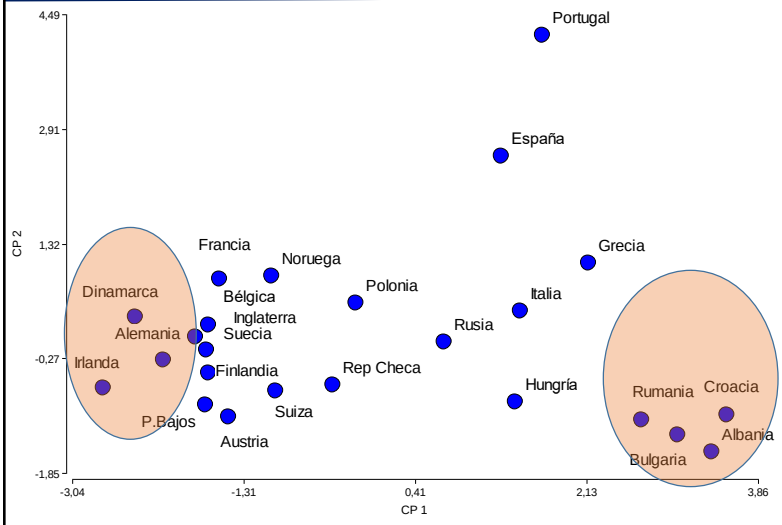
Con la finalidad de hacer algunas de ellas más importantes en la descripción de la variabilidad de los datos.

Gráfico de dispersión de las observaciones



Para comenzar a interpretar este gráfico: observar en primer lugar las proyecciones de las observaciones sobre la CP1.

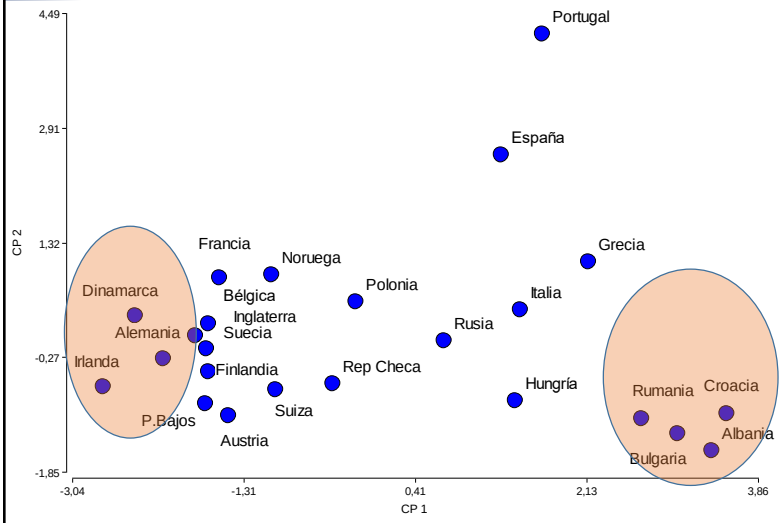
Gráfico de dispersión de las observaciones



Croacia, Albania, Bulgaria y Rumania, se encuentran a la derecha del gráfico, oponiéndose a países como Alemania, Irlanda, y Dinamarca.

Estos son los países más distintos a nivel de la CP1.

Gráfico de dispersión de las observaciones



A partir de la dispersión de las observaciones, podemos inferir que los países que se encuentran a la derecha del gráfico poseen una fuente de proteínas diferente a aquellos países que se encuentran hacia la izquierda, pero en este gráfico no podemos inferir sobre cuáles son los alimentos que causan estas diferencias.

¿Y dónde está la información de las variables?

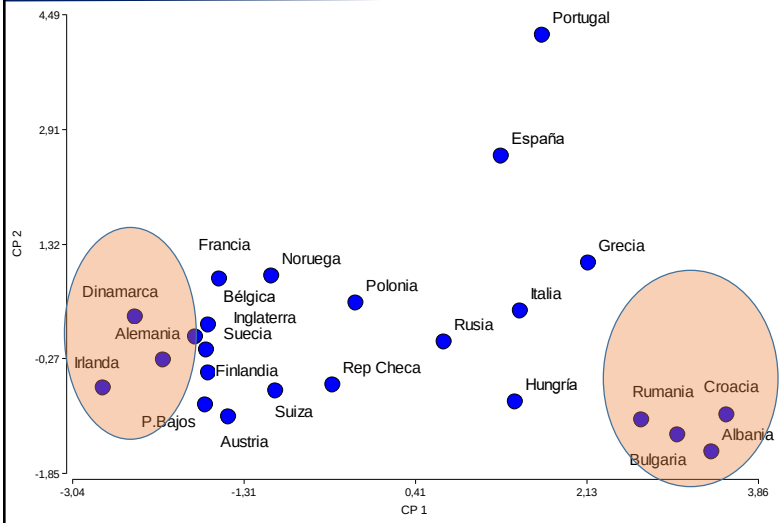


Gráfico Biplot

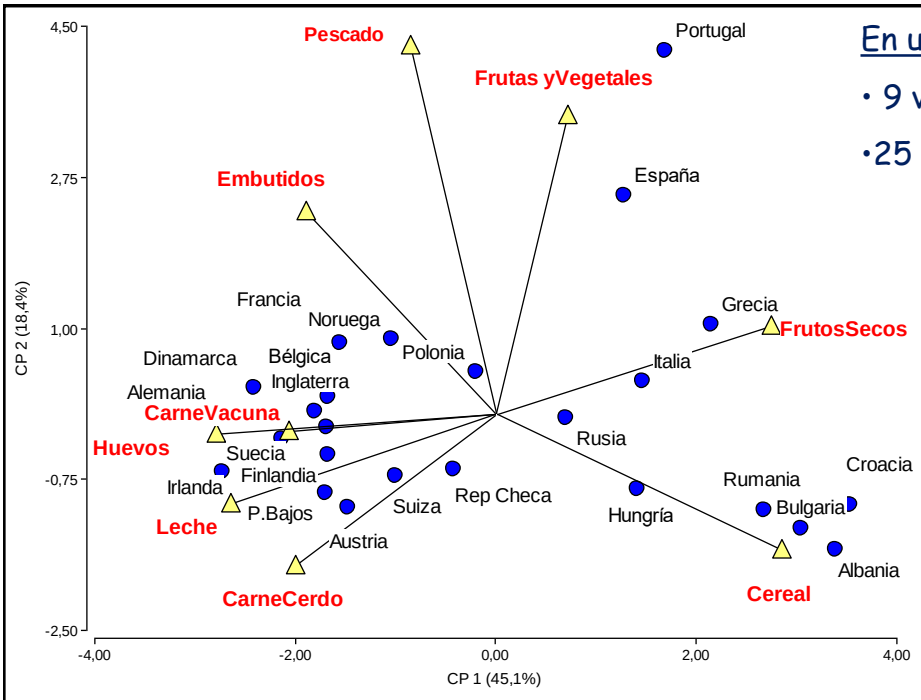
Gráficos de dispersión: son usados para visualizar la dispersión de las observaciones, pero la influencia de las variables originales no es explícita en estos diagramas.

Gráficos Biplots: muestran las observaciones y variables en el mismo gráfico,

Finalidad:

Analizar variabilidad
Identificar asociaciones:
- entre observaciones,
- entre variables,
- entre variables y observaciones.

Prefijo "Bi" : tanto observaciones como variables son representadas en el mismo gráfico



En un mismo gráfico:

- 9 variables (triángulos)
- 25 observaciones (círculos)

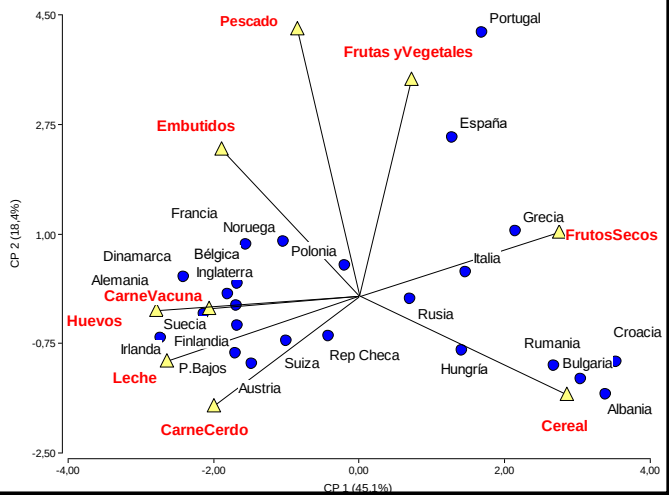
Variables sintéticas o Componentes Principales resumen en pocas dimensiones la mayor parte de la variabilidad de los datos.

Gráfico Biplot

En los biplots construidos, la **distancia** entre símbolos representando observaciones y símbolos representando variables no tiene interpretación, pero **las direcciones** de los símbolos desde el origen sí pueden ser interpretadas.

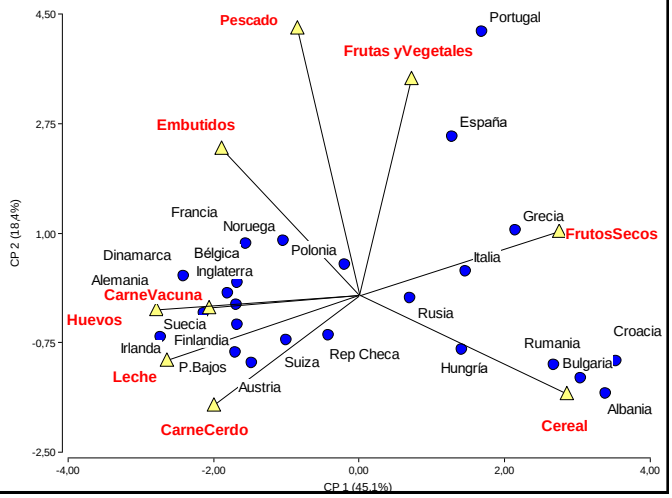
Lo que importa son las proyecciones

Observar las proyecciones o direcciones y no la cercanía de los mismos.



Observaciones versus variables

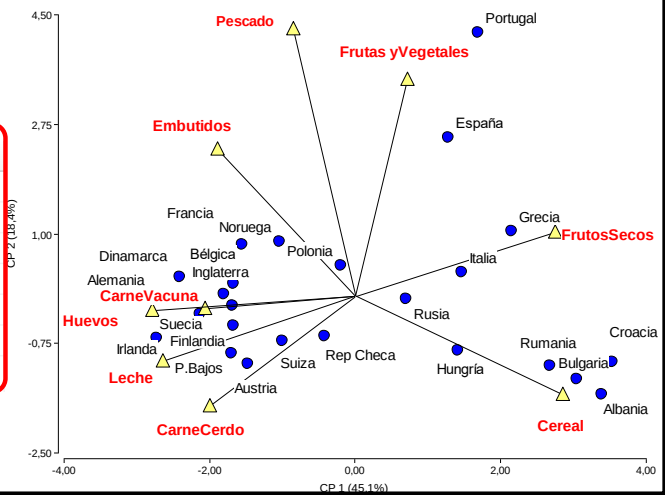
Si las observaciones se grafican en una misma dirección que una variable, podría tener valores relativamente altos para esa variable y valores bajos en variables que estén graficadas en dirección opuesta.



Observaciones versus variables

Si las observaciones se grafican en una misma dirección que una variable, podría tener valores relativamente altos para esa variable y valores bajos en variables que estén graficadas en dirección opuesta.

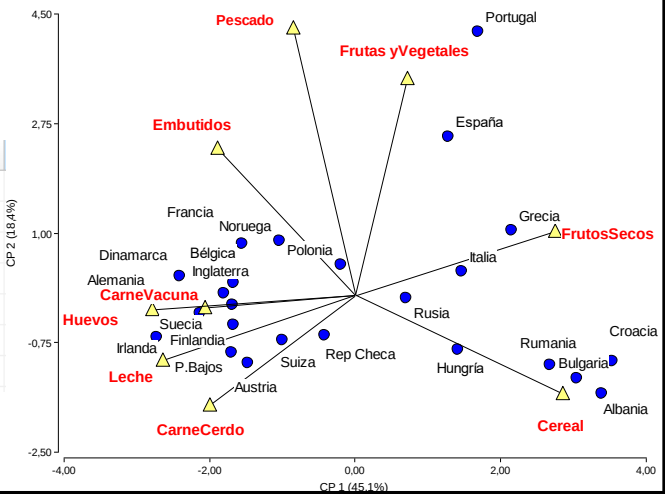
País	CarneVacuna	CarneCerdo	Huevos	Leche
Albania	10,10	1,40	0,50	8,90
Austria	8,90	14,00	4,30	19,90
Bélgica	13,50	9,30	4,10	17,50
Bulgaria	7,80	6,00	1,60	8,30
Rep Checa	9,70	11,40	2,80	12,50
Dinamarca	10,60	10,80	3,70	25,00
Finlandia	9,50	4,90	2,70	33,70



Observaciones versus variables

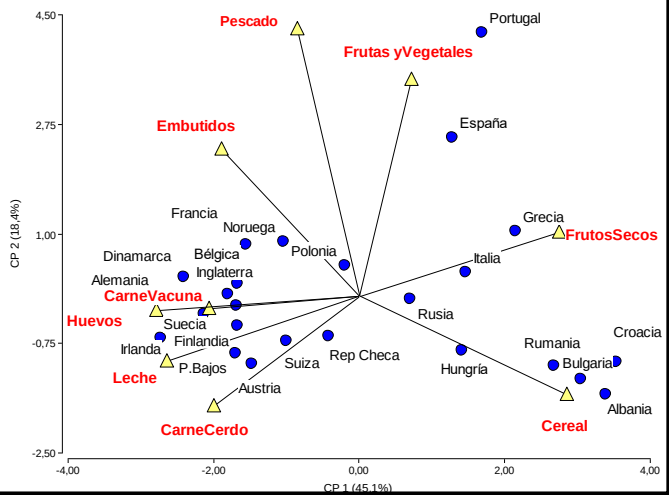
Si las observaciones se grafican en una misma dirección que una variable, podría tener valores relativamente altos para esa variable y valores bajos en variables que estén graficadas en dirección opuesta.

País	CarneVacuna	CarneCerdo	Huevos	Leche
Albania	10,10	1,40	0,50	8,90
Austria	8,90	14,00	4,30	19,90
Bélgica	13,50	9,30	4,10	17,50
Bulgaria	7,80	6,00	1,60	8,30
Rep Checa	9,70	11,40	2,80	12,50
Dinamarca	10,60	10,80	3,70	25,00
Finlandia	9,50	4,90	2,70	33,70



Observaciones versus variables

La principal fuente de proteínas de Croacia, Albania, Bulgaria, Rumania y Grecia son los alimentos como Frutos Secos y Cereales, mientras que los países con mayor proyección a la izquierda prefieren Carne Vacuna, Huevos, Leche y Carne de Cerdo.



Ángulos entre los vectores que representan las variables

Los puntos que representan cada variable se unen al origen y los vectores así logrados permiten una interpretación interesante:

Correlaciones entre variables

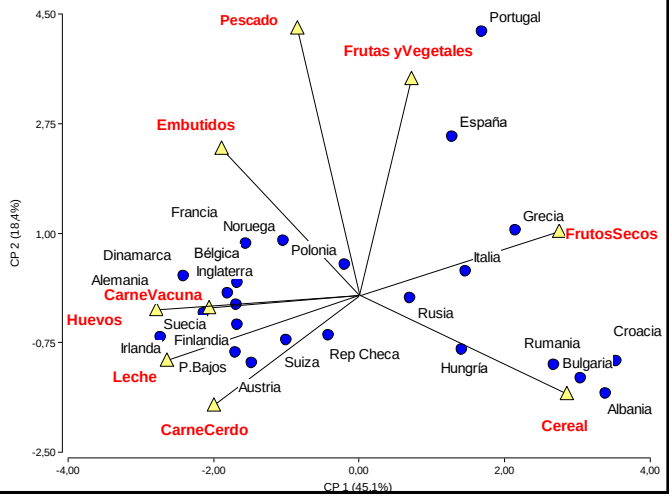


Tabla de Resultados

Matriz de correlación/Coeficientes

	CarneVacuna	CarneCerdo	Huevos	Leche	Pescado	Cereal	Embutidos	FrutosSecos	Frut yVeget
CarneVacuna	1								
CarneCerdo	0,18	1							
Huevos	0,61	0,61	1						
Leche	0,5	0,33	0,62	1					
Pescado	0,07	-0,25	0,06	0,15	1				
Cereal	-0,52	-0,4	-0,71	-0,63	-0,52	1			
Embutidos	0,17	0,27	0,43	0,29	0,4	-0,52	1		
FrutosSecos	-0,38	-0,62	-0,55	-0,69	-0,14	0,64	-0,44	1	
Frutas yVegetales	-0,08	-0,05	-0,04	-0,43	0,27	0,04	0,11	0,37	1

Matriz de correlación/Probabilidades

	CarneVacuna	CarneCerdo	Huevos	Leche	Pescado	Cereal	Embutidos	FrutosSecos	Frut yVeget
CarneVacuna									
CarneCerdo	0,4103								
Huevos	0,0017	0,0015							
Leche	0,0135	0,1145	0,0013						
Pescado	0,7541	0,2301	0,793	0,4763					
Cereal	0,0091	0,0552	0,0001	0,0009	0,009				
Embutidos	0,4322	0,1995	0,0341	0,1715	0,0516	0,0094			
FrutosSecos	0,0646	0,0013	0,0057	0,0002	0,5292	0,0007	0,0329		
Frutas yVegetales	0,7095	0,8181	0,8632	0,0375	0,1993	0,8599	0,6203	0,0738	

Ángulos entre los vectores que representan las variables

-Un ángulo de 90° entre dos variables indica falta de correlación entre ellas

-Un ángulo mayor a 90° entre dos variables indica correlación negativa entre ellas.

- Un ángulo menor a 90° entre dos variables indica correlación positiva entre ellas.

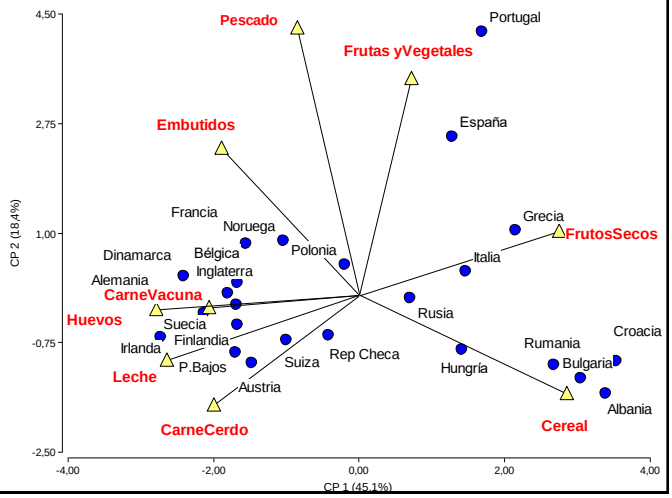


Tabla de Resultados

Matriz de correlación/Coeficientes

	CarneVacuna	CarneCerdo	Huevos	Leche	Pescado	Cereal	Embutidos	FrutosSecos	Frut yVeget
CarneVacuna	1								
CarneCerdo	0,18	1							
Huevos	0,61	0,61	1						
Leche	0,5	0,33	0,62	1					
Pescado	0,07	-0,25	0,06	0,15	1				
Cereal	-0,52	-0,4	-0,71	-0,63	-0,52	1			
Embutidos	0,17	0,27	0,43	0,29	0,4	-0,52	1		
FrutosSecos	-0,38	-0,62	-0,55	-0,69	-0,14	0,64	-0,44	1	
Frutas yVegetales	-0,08	-0,05	-0,04	-0,43	0,27	0,04	0,11	0,37	1

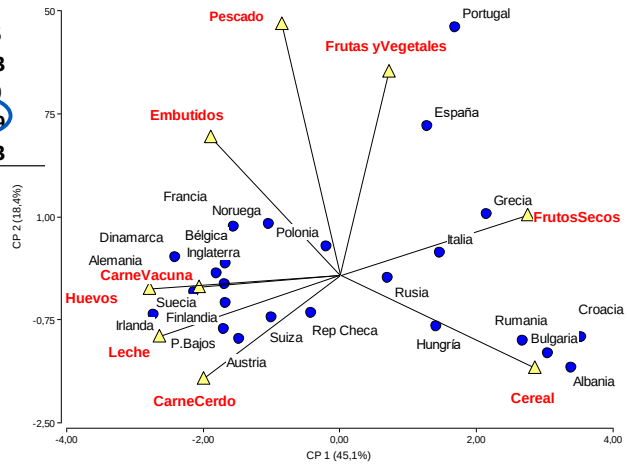
Matriz de correlación/Probabilidades

	CarneVacuna	CarneCerdo	Huevos	Leche	Pescado	Cereal	Embutidos	FrutosSecos	Frut yVeget
CarneVacuna									
CarneCerdo	0,4103								
Huevos	0,0017	0,0015							
Leche	0,0135	0,1145	0,0013						
Pescado	0,7541	0,2301	0,793	0,4763					
Cereal	0,0091	0,0552	0,0001	0,0009	0,009				
Embutidos	0,4322	0,1995	0,0341	0,1715	0,0516	0,0094			
FrutosSecos	0,0646	0,0013	0,0057	0,0002	0,5292	0,0007	0,0329		
Frutas yVegetales	0,7095	0,8181	0,8632	0,0375	0,1993	0,8599	0,6203	0,0738	

Ángulos entre los vectores que representan las variables

Matriz de correlación/Coeficientes

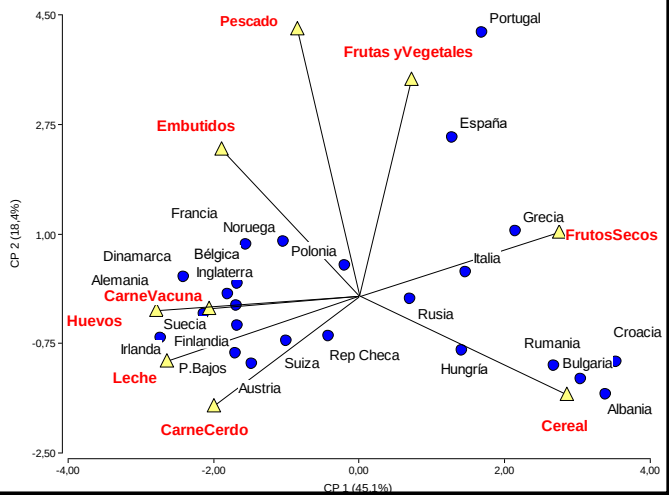
	CarneVacuna	CarneCerdo	Huevos	Leche
CarneVacuna	1			
CarneCerdo	0,18	1		
Huevos	0,61	0,61	1	
Leche	0,5	0,33	0,62	1
Pescado	0,07	-0,25	0,06	0,15
Cereal	-0,52	-0,4	-0,71	-0,63
Embutidos	0,17	0,27	0,43	0,29
FrutosSecos	-0,38	-0,62	-0,55	-0,69
Frutas yVegetales	-0,08	-0,05	-0,04	-0,43

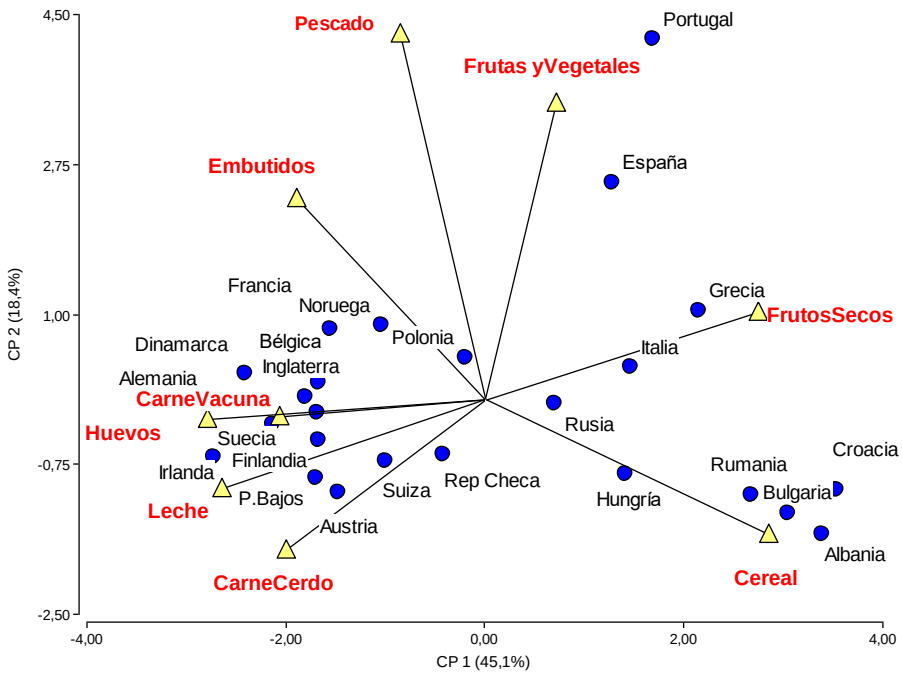


Ángulos entre los vectores que representan las variables

Si el gráfico resume mas de un 70-80 % de la variabilidad total, la interpretación leída con respecto al ángulo de las variables es muy consistente con la matriz de correlación.

Si el gráfico resume menos de un 70 % de la variabilidad total, pueden existir inconsistencias entre las interpretaciones leídas con respecto al ángulo de las variables y la matriz de correlación





Componentes Principales

• Las CP se obtienen de forma ordenada, en función de la cantidad de varianza que son capaces de explicar.

• En este sentido, el primer componente será el más importante por ser el que explica un mayor porcentaje de la varianza de los datos.

• En el ACP se obtienen tantas CPs como variables analizas.

• Las CP no están correlacionadas entre sí, es decir son independientes. Esto es importante al momento de la interpretación, ya que cada CP puede analizarse separadamente o independientemente, entregando nueva información e independiente a la de las demás CP

• **Un gráfico de dispersión construido a partir de la CP1 y la CP2 proyecta la nube de puntos en el sentido de máxima variación.**

Tabla de Resultados

Autovalores: valores propios (eigenvalue)

	Lambda	Valor	Proporción	Prop Acum
CP1	1	4,06	0,45	0,45
CP2	2	1,66	0,18	0,64
CP3	3	1,1	0,12	0,76
CP4	4	0,9	0,1	0,86
CP5	5	0,48	0,05	0,91
CP6	6	0,32	0,04	0,95
CP7	7	0,25	0,03	0,98
CP8	8	0,12	0,01	0,99
CP9	9	0,1	0,01	1

Porcentaje de la variabilidad total que existe en el espacio multidimensional que explica cada eje

Tabla de Resultados

Autovalores: valores propios (eigenvalue)

	Lambda	Valor	Proporción	Prop Acum
CP1	1	4,06	0,45	0,45
CP2	2	1,66	0,18	0,64
CP3	3	1,1	0,12	0,76
CP4	4	0,9	0,1	0,86
CP5	5	0,48	0,05	0,91
CP6	6	0,32	0,04	0,95
CP7	7	0,25	0,03	0,98
CP8	8	0,12	0,01	0,99
CP9	9	0,1	0,01	1

Porcentaje de la variabilidad total que existe en el espacio multidimensional que explica cada eje

Varianza explicada acumulada

Valores propios de cada componente principal

Proporción de la varianza explicada por cada CP

Son las varianzas de cada CP

Tabla de Resultados

Autovalores: valores propios (eigenvalue)

	Lambda	Valor	Proporción	Prop Acum
CP1	1	4,06	0,45	0,45
CP2	2	1,66	0,18	0,64
CP3	3	1,1	0,12	0,76
CP4	4	0,9	0,1	0,86
CP5	5	0,48	0,05	0,91
CP6	6	0,32	0,04	0,95
CP7	7	0,25	0,03	0,98
CP8	8	0,12	0,01	0,99
CP9	9	0,1	0,01	1

Porcentaje de la variabilidad total que existe en el espacio multidimensional que explica cada eje

Porcentaje de variabilidad explicado por la CP1:
Varianza CP1/Varianza total
4,06/8,99 = 0,45

Varianza explicada acumulada

Valores propios de cada componente principal

Proporción de la varianza explicada por cada CP

Son las varianzas de cada CP

Tabla de Resultados

Autovalores: valores propios (eigenvalue)

	Lambda	Valor	Proporción	Prop Acum
CP1	1	4,06	0,45	0,45
CP2	2	1,66	0,18	0,64
CP3	3	1,1	0,12	0,76
CP4	4	0,9	0,1	0,86
CP5	5	0,48	0,05	0,91
CP6	6	0,32	0,04	0,95
CP7	7	0,25	0,03	0,98
CP8	8	0,12	0,01	0,99
CP9	9	0,1	0,01	1

Estas nuevas variables o componentes principales resumen en pocas dimensiones la mayor parte de la variabilidad de un gran número de variables.

Tabla de Resultados

Autovalores: valores propios (eigenvalue)

	Lambda	Valor	Proporción	Prop Acum
CP1	1	4,06	0,45	0,45
CP2	2	1,66	0,18	0,64
CP3	3	1,1	0,12	0,76
CP4	4	0,9	0,1	0,86
CP5	5	0,48	0,05	0,91
CP6	6	0,32	0,04	0,95
CP7	7	0,25	0,03	0,98
CP8	8	0,12	0,01	0,99
CP9	9	0,1	0,01	1

Un 64 % de la variabilidad que existe en la nube de puntos multidimensional es explicada por las dos primeras CP

CP1: Combinación lineal que explica la mayor variabilidad de los datos.
El 45 % de la variabilidad total de los datos esta representada por la CP1

"La sombra de las observaciones en el eje 1, esta representando un 45 % de la variabilidad de los datos que hay en el hiperespacio que no podemos ver"

Tabla de Resultados

Autovalores: valores propios (eigenvalue)

	Lambda	Valor	Proporción	Prop Acum
CP1	1	4,06	0,45	0,45
CP2	2	1,66	0,18	0,64
CP3	3	1,1	0,12	0,76
CP4	4	0,9	0,1	0,86
CP5	5	0,48	0,05	0,91
CP6	6	0,32	0,04	0,95
CP7	7	0,25	0,03	0,98
CP8	8	0,12	0,01	0,99
CP9	9	0,1	0,01	1

Se pueden construir tantas CP como variables originales tengamos

Selección del número de CP

Autovalores: valores propios (eigenvalue)

Lambda	Valor	Proporción	Prop Acum
1	4,06	0,45	0,45
2	1,66	0,18	0,64
3	1,1	0,12	0,76
4	0,9	0,1	0,86
5	0,48	0,05	0,91
6	0,32	0,04	0,95
7	0,25	0,03	0,98
8	0,12	0,01	0,99
9	0,1	0,01	1

Existen diferentes propuestas para decidir la selección del número de CP con que trabajar:

- Gráfico de autovalores. Se busca un "quiebre" a partir del cual todos los autovalores posteriores son iguales entre si
- Fijar la proporción de la varianza explicada (60-70 % o más)
- Guardar tantos ejes como autovalores mayores al valor promedio de los autovalores haya.

Tabla de Resultados

Autovectores (eigenvector)

Información sobre el peso de cada variable para conformar cada CP (importancia)

Variables	e1	e2	e3	etc…
CarneVacuna	-0,31	-0,03	-0,1	
CarneCerdo	-0,3	-0,26	0,59	
Huevos	-0,42	-0,03	0,26	
Leche	-0,4	-0,16	-0,33	
Pescado	-0,13	0,65	-0,34	
Cereal	0,43	-0,24	0,08	
Embutidos	-0,29	0,36	0,14	
FrutosSecos	0,42	0,16	0,06	
Frutas yVegetales	0,11	0,53	0,56	

Tabla de Resultados

Autovectores (eigenvector)

Información sobre el peso de cada variable para conformar cada CP (importancia)

Variables	e1	e2	e3	etc…
CarneVacuna	-0,31	-0,03	-0,1	
CarneCerdo	-0,3	-0,26	0,59	
Huevos	-0,42	-0,03	0,26	
Leche	-0,4	-0,16	-0,33	
Pescado	-0,13	0,65	-0,34	
Cereal	0,43	-0,24	0,08	
Embutidos	-0,29	0,36	0,14	
FrutosSecos	0,42	0,16	0,06	
Frutas yVegetales	0,11	0,53	0,56	

Coeficientes con que cada variable fue ponderada para conformar las CPs

CP1 Albania= (-0,31*0,06) + (-0,3*-1,72) + ……(0,11*-1,34) = 3,39

	CV	CC	H	L	P	C	E	FS	FyV	CP1	CP2
Albania	10,10	1,40	0,50	8,90	0,20	42,30	0,60	5,50	1,70	3,39	-1,56
Datos estandarizados	0,06	-1,72	-2,13	-1,18	-1,16	0,88	-2,24	1,18	-1,34		

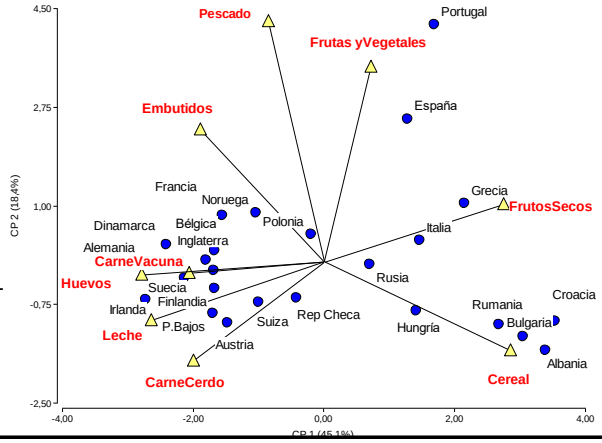
Tabla de Resultados

Autovectores (eigenvector)

Información sobre el peso de cada variable en cada una de las CP (importancia)

Variables	e1	e2	e3	etc…
CarneVacuna	-0,31	-0,03	-0,1	
CarneCerdo	-0,3	-0,26	0,59	
Huevos	-0,42	-0,03	0,26	
Leche	-0,4	-0,16	-0,33	
Pescado	-0,13	0,65	-0,34	
Cereal	0,43	-0,24	0,08	
Embutidos	-0,29	0,36	0,14	
FrutosSecos	0,42	0,16	0,06	
Frutas yVegetales	0,11	0,53	0,56	

Expresa la dirección de la variabilidad



A mayor valor (absoluto), mayor inercia o "peso" tendrá esa variable para explicar la variabilidad de las observaciones en cada CP

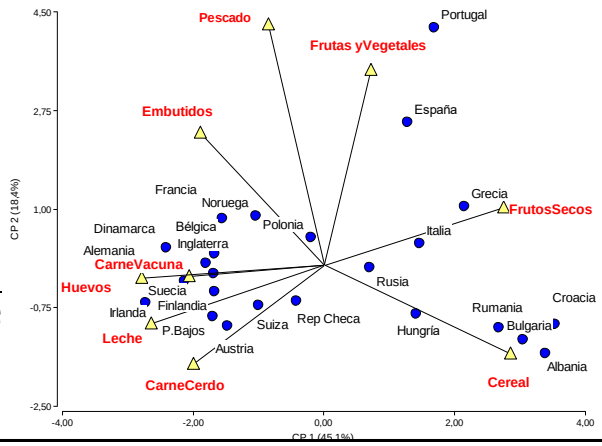
Tabla de Resultados

Autovectores (eigenvector)

Información sobre el peso de cada variable en cada una de las CP (importancia)

Variables	e1	e2	e3	etc…
CarneVacuna	-0,31	-0,03	-0,1	
CarneCerdo	-0,3	-0,26	0,59	
Huevos	-0,42	-0,03	0,26	
Leche	-0,4	-0,16	-0,33	
Pescado	-0,13	0,65	-0,34	
Cereal	0,43	-0,24	0,08	
Embutidos	-0,29	0,36	0,14	
FrutosSecos	0,42	0,16	0,06	
Frutas yVegetales	0,11	0,53	0,56	

Expresa la dirección de la variabilidad



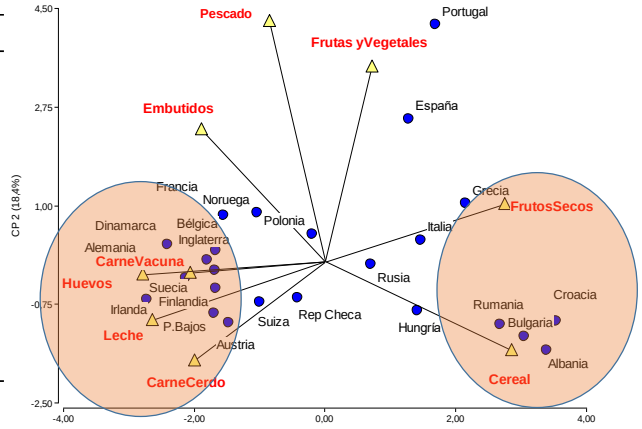
El signo del Autovector indica el sentido, si es (-) la proyección de la variable es hacia la izquierda de la CP1, mientras que si es (+) su proyección será hacia la derecha de la CP1

Tabla de Resultados

Autovectores (eigenvector)

Información sobre el peso de cada variable en cada una de las CP (importancia)

Variables	e1	e2	e3
CarneVacuna	-0,31	-0,03	-0,1
CarneCerdo	-0,3	-0,26	0,59
Huevos	-0,42	-0,03	0,26
Leche	-0,4	-0,16	-0,33
Pescado	-0,13	0,65	-0,34
Cereal	0,43	-0,24	0,08
Embutidos	-0,29	0,36	0,14
FrutosSecos	0,42	0,16	0,06
Frutas yVegetales	0,11	0,53	0,56



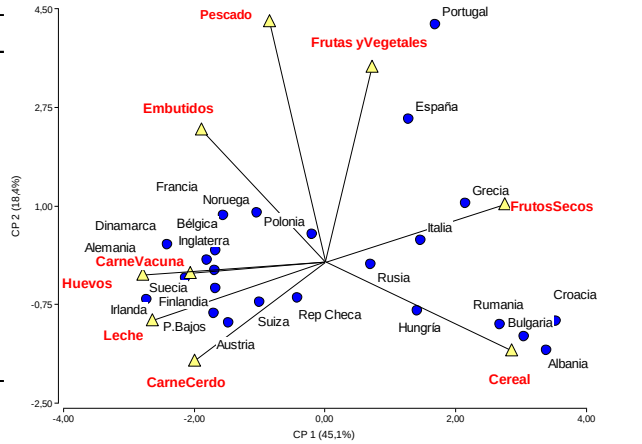
Interpretación: La CP 1 opondrá países que utilizan cereales y frutos secos como principales fuentes proteicas a aquellos que principalmente usan huevos y otros productos de origen animal.

Tabla de Resultados

Autovectores (eigenvector)

Información sobre el peso de cada variable en cada una de las CP (importancia)

Variables	e1	e2	e3
CarneVacuna	-0,31	-0,03	-0,1
CarneCerdo	-0,3	-0,26	0,59
Huevos	-0,42	-0,03	0,26
Leche	-0,4	-0,16	-0,33
Pescado	-0,13	0,65	-0,34
Cereal	0,43	-0,24	0,08
Embutidos	-0,29	0,36	0,14
FrutosSecos	0,42	0,16	0,06
Frutas yVegetales	0,11	0,53	0,56



Interpretación: La CP 2 provee nueva información sobre variabilidad respecto de la entregada en la CP1. Existe variabilidad por el consumo o no del pescado y frutas y vegetales

Tabla de Resultados

Correlación cofenética:

Es una medida para saber que tan bien anduvo la reducción de dimensión

Cercana a 1: no hay mucha deformación en la proyección de las observaciones del hiperespacio al plano de dos o tres ejes.

Correlación cofenética= 0,910

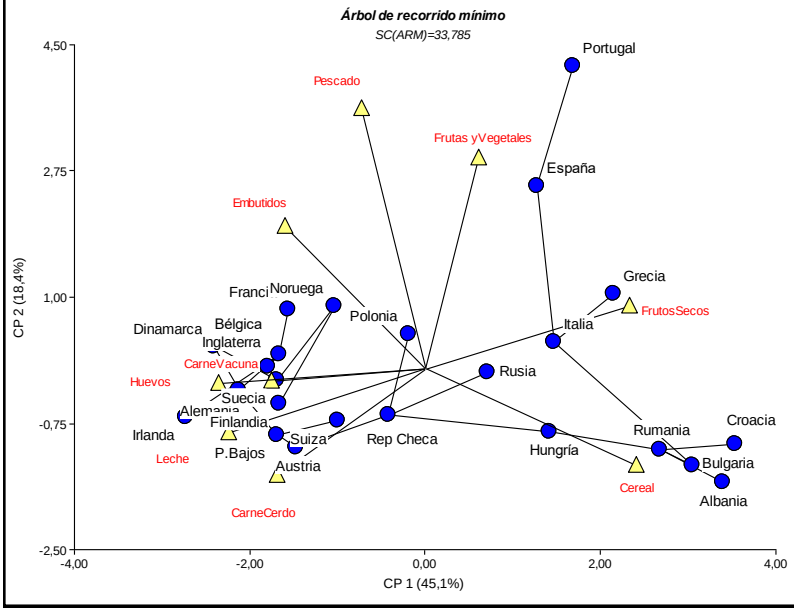
Árbol de recorrido mínimo

Al trabajar con proyecciones a un plano de dos ejes, existen deformaciones de la nube de puntos original (estamos "aplastando la nube")

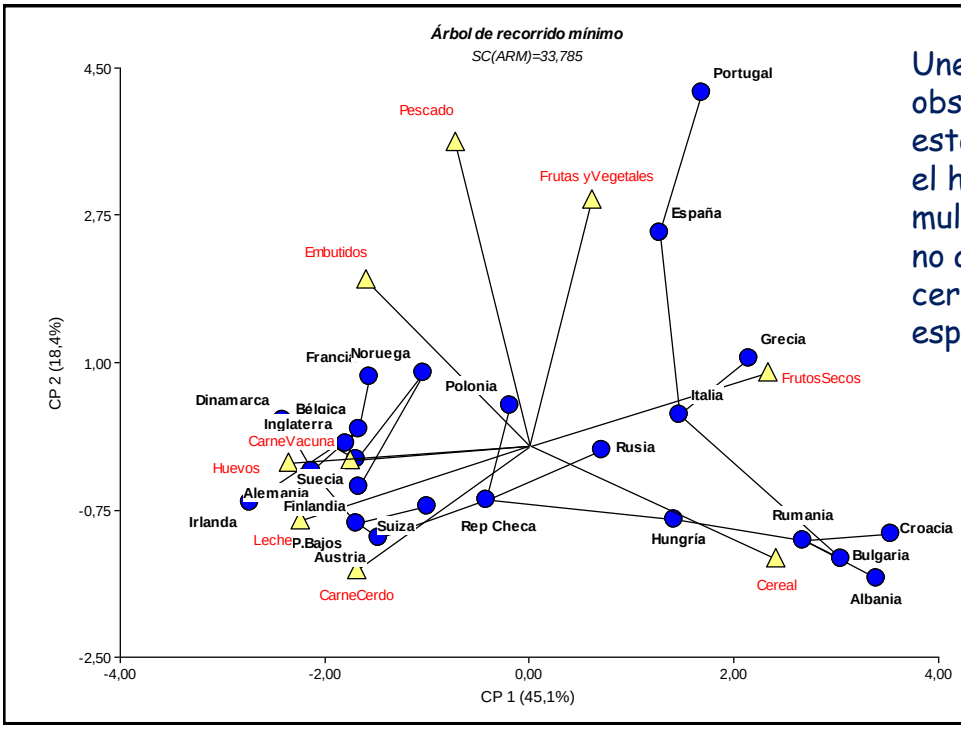
Árbol de recorrido mínimo: es una union de segmentos de todas las observaciones según la distancia que ellas tenían en el espacio multidimensional

Las uniones de estos segmentos respetan lo que se estaría viendo en el plano multidimensional.

¿Cuándo presentar un árbol de recorrido mínimo?



Muy recomendable para planos en donde el % de variabilidad es bajo, y por lo tanto hay mas chance de que existan deformaciones debidas a la proyección.



Une a aquellas observaciones que estan más cercanas en el hiperespacio (plano multidimensional), no a aquellas más cercanas en el nuevo espacio generado

Existen dos opciones:

Realizar el ACP sobre la:

- **Matriz de correlación (R)**
- **Matriz de varianzas y covarianzas (S)**

ACP sobre la Matriz de correlación (R)

El ACP a partir de la matriz de correlación (R), es útil cuando:

- Las unidades de medida de las variables son diferentes y/ó
- Cuando las variables (que están en la misma unidad de medida) no tienen varianzas similares, de otro modo las variables con mayor varianza (no necesariamente las más informativas) tendrán demasiada influencia en los resultados del análisis

Obtener las CP a partir de la matriz de correlación

Trabajar con los datos estandarizados
(Dato-Media/DE)

ACP sobre la Matriz de varianzas y covarianzas (S)

El ACP a partir de la matriz de varianzas y covarianzas (S), es útil cuando:

- Las unidades de medida de las variables son iguales y sus varianzas similares
- Las unidades de medida de las variables son iguales y el objetivo del estudio esta centrado en estudiar las varianzas de cada variable

Obtener las CP a partir de la matriz de varianzas y covarianzas

Trabajar con los datos sin estandarizar

ACP sobre la Matriz de varianzas y covarianzas (S)

Al trabajar con los datos no estandarizados, el % de explicación de los ejes es mayor ya que:

- No solo explica la variabilidad de las observaciones
- Sino que también se ven explicadas las varianzas de las variables

Los rayos de los vectores tienen distintas longitudes, y esas longitudes son proporcionales a las varianzas de las variables originales.

En Resumen….

Objetivos de un ACP:

- Estudiar o explorar variabilidad entre observaciones (teniendo en cuenta todas las variables)
- Estudiar correlaciones entre variables
- Identificar variables de mayor contribución (de mayor peso) en la explicación de la variabilidad de las observaciones

Resumiendo…..

•La CP1 permite visualizar más variabilidad en los datos que cualquier otra CP.

•La CP2 no esta correlacionada con la CP1 (aporta nueva información) y explica mayor variabilidad que cualquier otra CP que no sea la CP1.

•Un gráfico de dispersión construído a partir de la CP1 y la CP2 proyecta la nube de datos en el sentido de máxima variación. Ideal para estudiar variación.

Pasos a seguir para interpretar un Biplot

1. **Observar el porcentaje de variabilidad total explicado por el Biplot.**

Si el Biplot conformado por las CP1 y CP2 no explica más del 60% de la variabilidad total, juzgar la necesidad de explorar los patrones de variabilidad en un segundo Biplot conformado por las CP1 y CP3. Si son necesarios muchos Biplot para explicar un porcentaje razonable de la variabilidad total, digamos mayor a 60-70%, habrá indicios de que el ACP no es suficiente para representar confiablemente las relaciones entre los casos y las variables (Arroyo et al., 2005).

Pasos a seguir para interpretar un Biplot

2. Concentrarse en la CP1 que por construcción, siempre explicará el mayor porcentaje de variabilidad total.

a) Analizar las **proyecciones perpendiculares a la CP1 de los puntos que representan las observaciones.** Identificar las observaciones de mayor inercia, es decir los puntos que se encuentran más a la derecha o más a la izquierda. Interpretar "similaridades/disimilaridades" entre las observaciones

Pasos a seguir para interpretar un Biplot

2. Concentrarse en la CP1 que por construcción, siempre explicará el mayor porcentaje de variabilidad total.

b) Analizar las **proyecciones de los puntos que representan las variables sobre la CP1.**

- Identificar las variables de mayor inercia.

- Interpretar "correlaciones" entre variables según los ángulos de los vectores que los representan.

Nota: La longitud de los vectores correspondientes a las variables no son de interés cuando los datos han sido previamente estandarizados. Si no se estandarizan los datos, las longitudes de los vectores son proporcionales a las varianzas de las variables.

Pasos a seguir para interpretar un Biplot

2. Concentrarse en la CP1 que por construcción, siempre explicará el mayor porcentaje de variabilidad total.

c) Interpretar **asociaciones entre observaciones y variables** en función de la orientación, pero no de la cercanía entre puntos filas y columnas, es decir las variables orientadas hacia la derecha tendrán altos valores en las observaciones orientados en la misma dirección y las variables orientadas hacia la izquierda tendrán altos valores en las observaciones orientadas hacia la izquierda.

La distancia entre símbolos representando observaciones y símbolos representando variables no tiene interpretación.

Pasos a seguir para interpretar un Biplot

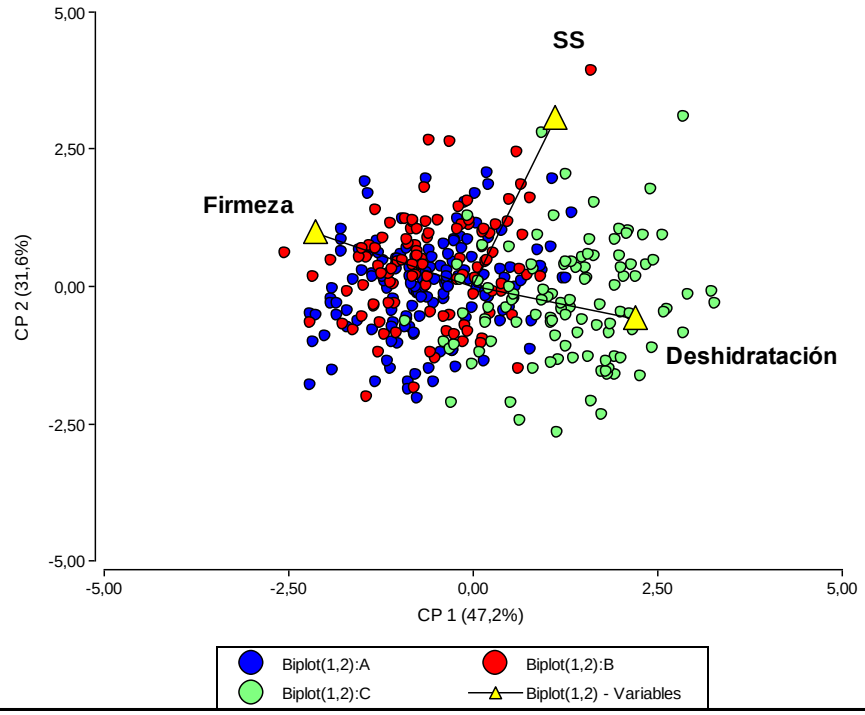
3. Concentrarse en la CP2 y realizar las interpretaciones siguiendo un procedimiento análogo al realizado para la CP1 pero teniendo en cuenta que las variables en esta dimensión son de menor importancia que los realizados sobre la CP1 según indican los porcentajes de variabilidad total explicados por cada CP.

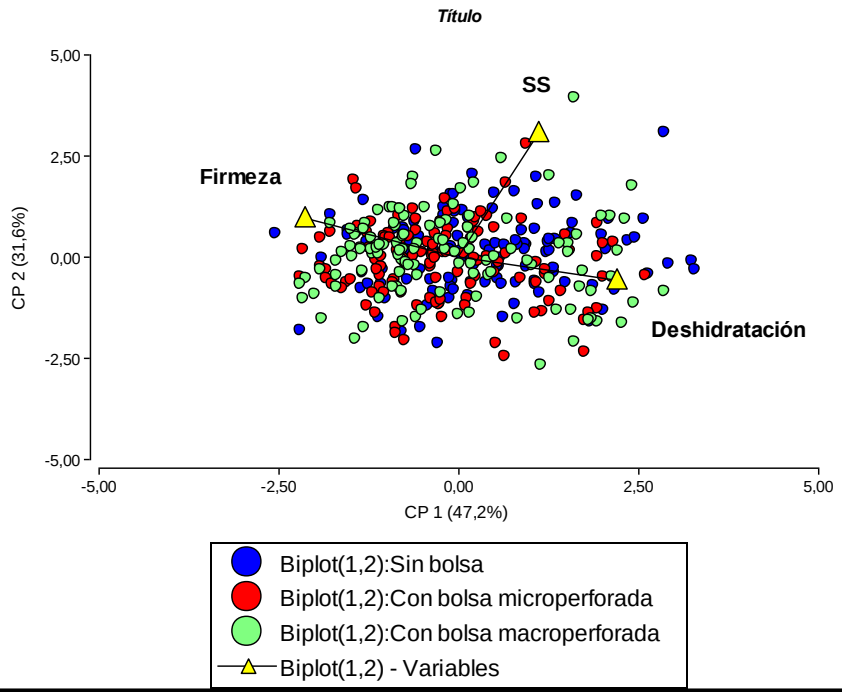
Algunas aplicaciones del

Análisis multivariado de Componentes Principales

Ensayo Arándanos

Con el objetivo de mejorar la condición final de la fruta de arándanos, se montó un ensayo de postcosecha con tres variedades de arándanos que fueron manejados con tres diferentes tipos de bolsa en la caja embalada.





Ensayo Firmeza

Objetivo: Evaluar la firmeza de las bayas de uva de mesa y establecer relaciones con la textura, pedregosidad, estratificación del suelo y vigor de las plantas.

El ensayo se realizó en 42 cuarteles del Valle del Huasco y 21 cuarteles del Valle de Copiapó, de las variedades Flame Seedless, Black Seedless, Thompson Sedless, Red Globe, Superior Seedless y Autumn Royal.

En cada cuartel se realizó una calicata representativa del sector, en la cual se determinó la textura, pedregosidad y estratificación del suelo.

Además en cada cuartel se determinaron las características de vigor de las plantas y firmeza de la fruta (en una muestra de 100 bayas al azar evaluadas con el instrumento medidor de firmeza Firmtech2®).

Ensayo Firmeza

Para la clasificación de las variables textura, pedregosidad, estratificación y vigor de los cuarteles se utilizó una escala no estructurada de 15 cm en donde se marcó sobre la línea la característica evaluada según el siguiente criterio:

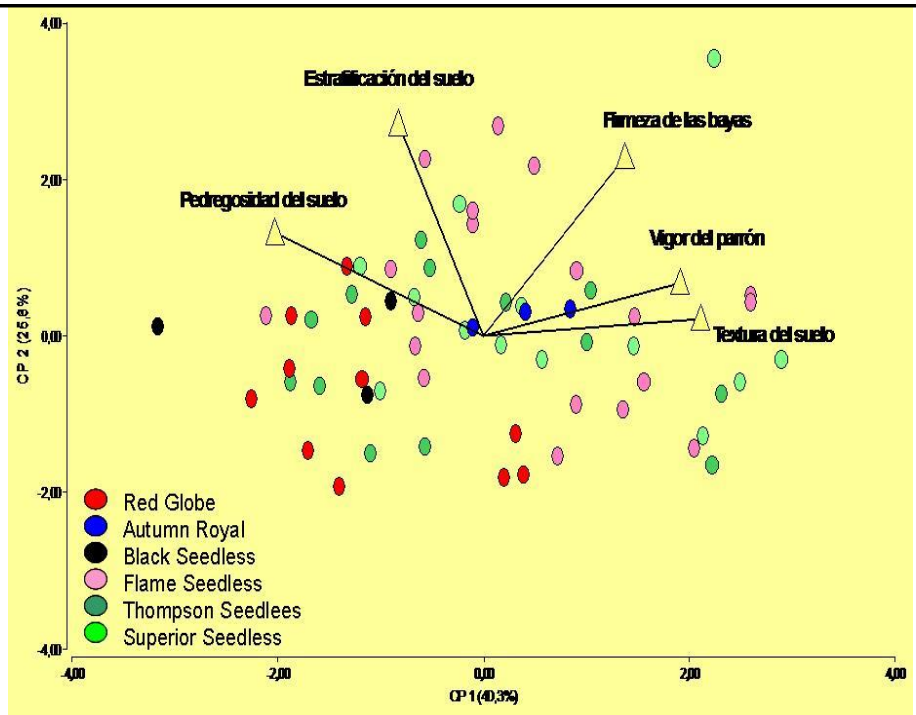
Variable	0 cm	15 cm
Textura	Suelo arenoso	Suelo arcilloso
Pedregosidad	Suelo sin piedras	Suelo pedregoso
Estratificación	Suelo no estratificado	Suelo muy estratificado
Vigor	Bajo vigor de las plantas	Alto Vigor de las plantas

Escala estructurada

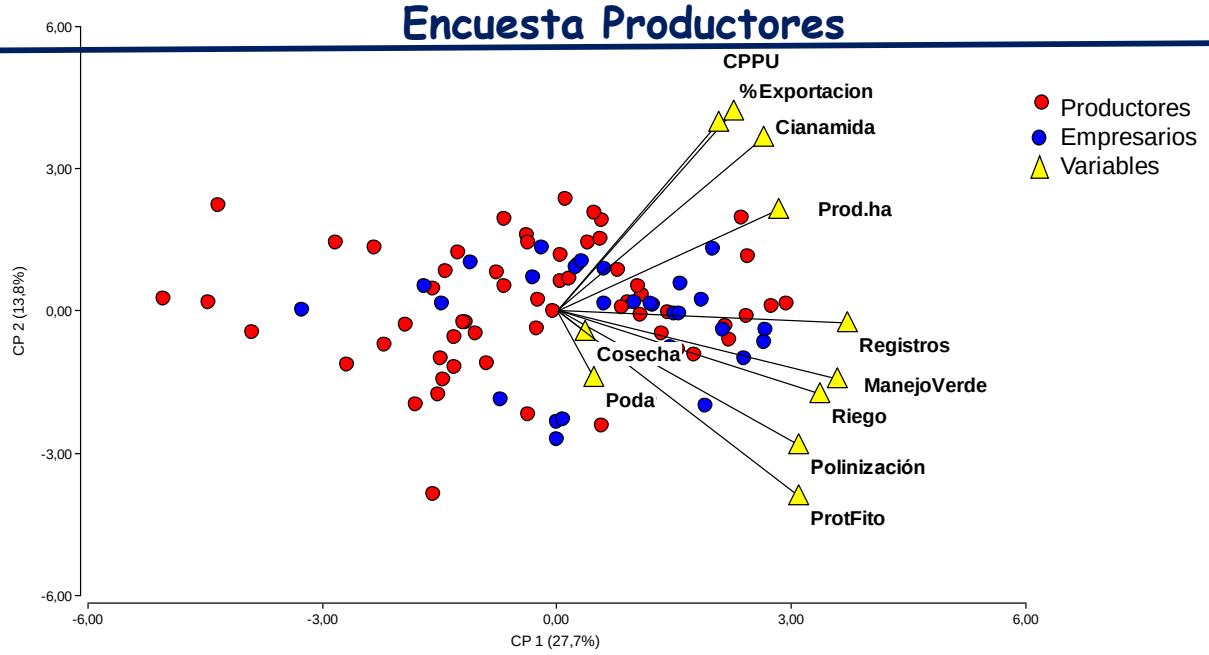
Mal manejo — Buen manejo

Escala no estructurada

Mal manejo — Buen manejo



Encuesta Productores



Archivo Ajíes

Se realizó un estudio con 21 variedades de ajíes, en donde se midieron características de: altura de planta, materia seca, sólidos solubles, número de semillas por fruto, diámetro ecuatorial, longitud del fruto, peso del fruto y número de frutos por planta.

Preguntas

Para analizar la variabilidad entre las variedades y las correlaciones entre las variables realice un ACP, estandarizando los datos, y presente los resultados mediante un grafico Biplot

- ¿Cuál es el porcentaje de variabilidad total explicado por las dos primeras componentes?
- Identifique las observaciones de mayor inercia en la CP1. Interprete similaridades/disimilaridades entre las variedades
- Identifique y mencione las 4 variables de mayor importancia en el eje 1 (CP1). Interprete correlaciones entre las variables.
- ¿Qué conclusiones puede inferir respecto a la caracterización de las variedades?. Interprete asociaciones entre observaciones y variables. ¿Como se caracterizan las variedad 20 y 21?

Materiales y Método

Con el objetivo de estudiar o explorar variabilidad entre observaciones (variedades), estudiar las correlaciones entre las variables e identificar las variables de mayor contribución (de mayor eso) en la explicación de la variabilidad de las observaciones, se realizó un Análisis Multivariado de Componentes Principales

Dado que las variables están en diferentes unidades de medida, y por lo tanto sus medias y varianzas no son comparables, es que se procedió a estandarizar los datos, es decir se trabajó sobre la matriz de correlación R.

Estos resultados se muestran mediante un gráfico Bi-plot creados con el software estadístico InfoStat (Di Rienzo et al; 2017).

Materiales y Método

El análisis de componentes principales (ACP) y los gráficos conocidos como Biplot son técnicas generalmente utilizadas para la reducción de la dimensión.

Las técnicas de reducción de dimensión permiten examinar todos los datos en un espacio de menor dimensión que el espacio original de las variables. Con el ACP se construyen ejes artificiales (Componentes Principales), que permiten obtener gráficos de dispersión y visualizar observaciones y variables en un mismo espacio con propiedades óptimas para la interpretabilidad (el prefijo "Bi" en el nombre Biplot refleja esta característica). Así es posible identificar asociaciones entre observaciones, entre variables y entre variables y observaciones.

Las variables fueron graficadas como vectores desde el origen (con terminaciones en triángulos amarillos) y las observaciones fueron graficadas con terminaciones en círculos azules según variedad.

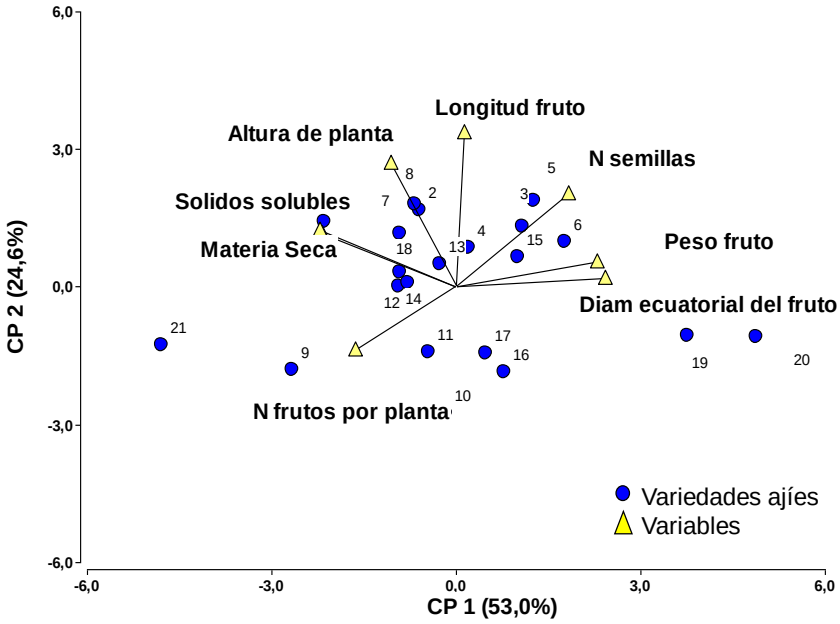


Grafico Biplot del Análisis de Componentes Principales obtenido con los datos estandarizados.

Presentación de Resultados

Archivo Entrenudos

Se usaron entrenudos de cargadores y brotes de 15 cm de largo de la variedad Flame Seedless provenientes de la III Región y de la Zona Central del país.

La unidad de observación correspondió a un cuartel

Objetivo:

- Relacionar la composición química del entrenudo de la vid con la composición química de los brotes pequeños (15 cm)
- Realizar un estudio de la variabilidad de las zonas considerando todas las variables analizadas.

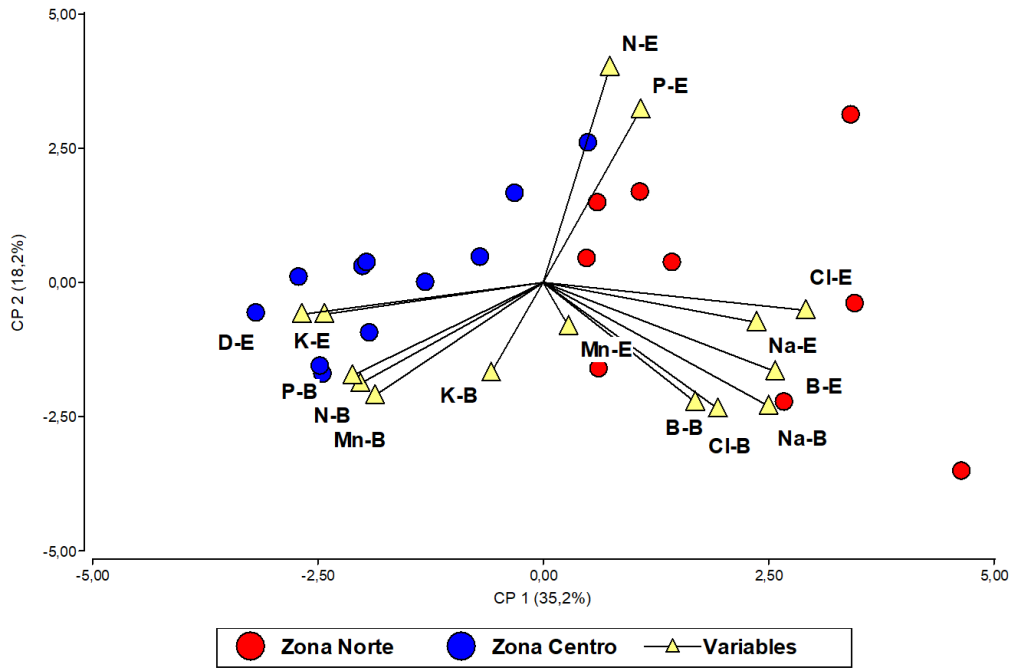
Archivo Entrenudos

Variables evaluadas:

En entrenudo: diámetro de entrenudo (D-E), nitrógeno (N-E), fósforo (P-E), potasio (K-E), cloruro (Cl-E), boro (B-E), sodio (Na-E) y manganeso (Mn-E);

En brotes (15 cm): se evaluó nitrógeno (N-B), fósforo (P-B), potasio (K-B), cloruro (Cl-B), boro (B-B), sodio (Na-B) y manganeso (Mn-B).

Zona	N-E	P-E	K-E	Cl-E	B-E	Na-E	Mn-E	D-E	N-B	P-B	K-B	Cl-B	B-B	Na-B	Mn-B
Norte															
Norte															
Norte															
Norte															
Norte															
…															
Centro															
Centro															
Centro															
Centro															
Centro															
…															



Archivo Iris

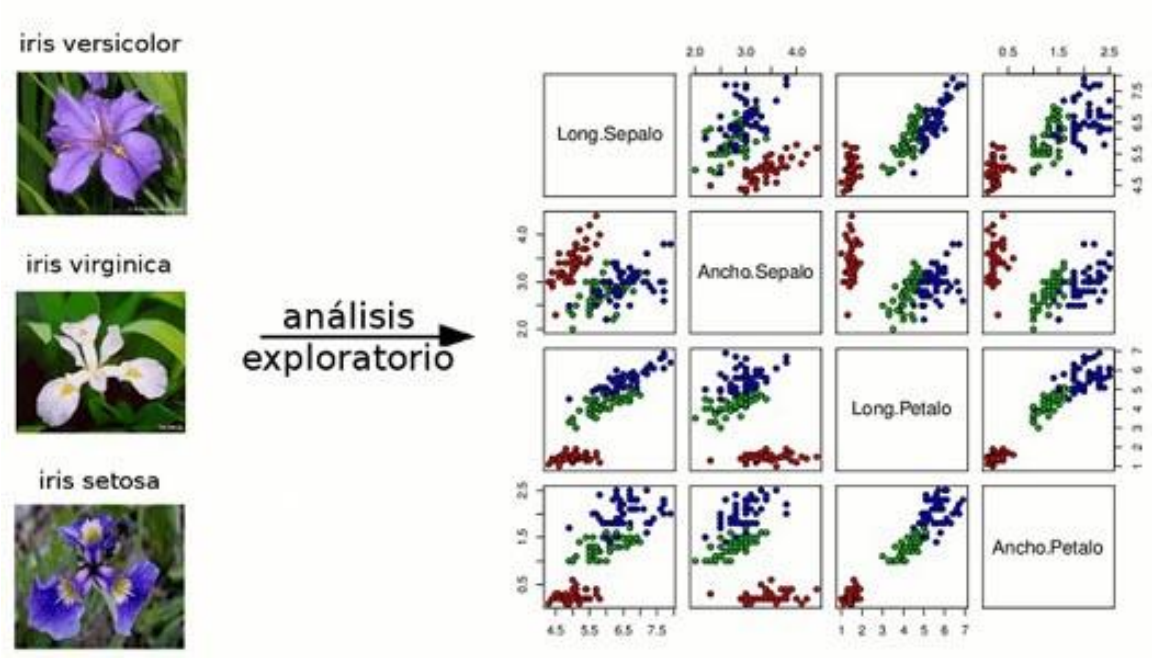
FACULTAD DE CIENCIAS AGRONÓMICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Los datos corresponden a 50 observaciones de 4 características de una flor para 3 especies del género Iris (Fisher, 1936), siendo el total de observaciones 150.

Descripción:

Iris= Especie de Iris
SepalLen= Longitud del sépalo
SepalWid= Ancho del sépalo
PetalLen= Longitud del pétalo
PetalWid= Ancho del pétalo

Aquí hay una clasificación definida a priori



Archivo Contaminación Mercurio

La contaminación por Mercurio (Hg) de peces de agua dulce comestibles es una amenaza directa contra nuestra salud. Entre 1990-1991 se llevó a cabo un estudio en 53 lagos del Estado de Florida, con el fin de examinar los factores que influían en el nivel de contaminación por Hg. Las variables que se midieron fueron:

Lago: Nombre del lago
Alcalinidad: Alcalinidad (mg/L de carbonato de calcio)
pH: pH
Calcio: Calcio (mg/L)
Clorofila: Clorofila (mg/L)
Mercurio: Concentración media de Hg (ppm) en el tejido muscular del grupo de peces estudiados en cada lago

Archivo Cráneos Egipcios

Los datos corresponden a 4 medidas sobre cráneos de varones egipcios de cinco períodos históricos distintos

(Grupo 1: 4000 aC, Grupo 2: 3300 aC, Grupo 3: 1850 aC, Grupo 4: 200 aC, Grupo 5: 150 dC).

Para cada período temporal se midieron 30 cráneos. Las variables observadas son:

Ancho cráneo: Anchura máxima
Altura cráneo: Altura basibregmática
Long mandíbula: Longitud basialveolar (mandíbula)
Long nariz: Longitud de la nariz

Archivo Gorriones

Se tienen las medidas de 5 variables biométricas sobre gorriones hembra, recogidos casi moribundos después de una tormenta. Los primeros 21 sobrevivieron mientras que los 28 restantes no lo consiguieron. Las variables evaluadas fueron:

Largo: Longitud total
Ext ala: Extensión del ala
L pico: Longitud del pico y de la cabeza
L húmero: Longitud del húmero
L esternón: Longitud del esternón

Archivo Indicadores económicos y sociales

Los datos corresponden a 8 indicadores económicos y sociales de 96 países. Las variables evaluadas fueron:

Tmort inf: Tasa de mortalidad infantil por cada 1000 nacidos vivos
Porc mujer: Porcentaje de mujeres en la población activa
Prod electricidad: Producción de electricidad (millones de kW/h)
Lin telefonicas: Líneas telefónicas por cada 1000 habitantes
Consumo agua: Consumo de agua per cápita
Cobertura bosque: Proporción de la superficie del país cubierta por bosques
Consumo energía: Consumo de energía per cápita
Emision CO2: Emisión de CO2 per cápita

Archivo Empleos

Los datos corresponden a los porcentajes de empleo en distintos sectores laborales para un conjunto de países Europeos. Las columnas del archivo correspondientes a los sectores laborales son:
AGR: agricultura
MIN: minería
MAN: manufactura
PS: previsión social
SER: servicios
FIN:finanzas
SPS:Seguros
TC: transporte y comunicación.

Archivo Mamíferos

Los datos corresponden a la cantidad de dientes según tipo en distintos mamíferos.

Descripción:
Incisor_S= cantidad de Incisivos superiores
Incisor_I= cantidad de incisivos inferiores
Colmillo_S= cantidad de colmillos superiores
Colmillo_I= cantidad de colmillos inferiores
Premolar_S= Cantidad de premolares superiores
Premolar_I= cantidad de premolares inferiores
Molar_S= cantidad de molares superiores
Molar_I= cantidad de molares inferiores

FACULTAD DE CIENCIAS
AGRONÓMICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

Diplomado: Análisis Estadístico para Estudios Agropecuarios

Análisis Multivariado
Análisis de Componentes Principales (ACP)

Módulo 4

Análisis Multivariado

Erika Kania Kuhl
Ing. Agr. Dr.