

Guía Tutoría 3 (Respuestas)

I. Inecuaciones

1. $5(2 - 3x) \geq 3(2 - 3x)$

$$\begin{aligned} 10 - 15x &\geq 6 - 9x \\ 10 - 6 &\geq -9x + 15x \\ 4 &\geq 6x \\ \frac{4}{6} &\geq x \\ \frac{2}{3} &\geq x \end{aligned}$$

2. $\frac{(x+1)(x-7)}{(x-1)(x-6)(x+3)} > 0$

Puntos críticos: -1, 7, 1, 6 y -3

	$-\infty, -3$	$-3, -1$	$-1, 1$	$1, 6$	$6, 7$	$7, \infty+$
$(x+1)$	-	-	+	+	+	+
$(x-7)$	-	-	-	-	-	+
$(x-1)$	-	-	-	+	+	+
$(x-6)$	-	-	-	-	+	+
$(x+3)$	-	+	+	+	+	+
Total	-	+	-	+	-	+

Solución: $] -3, 1[\cup] 1, 6[\cup] 7, \infty+ [$

Recordar que los puntos críticos del denominador siempre van abiertos pues nunca debe ser cero y en los puntos críticos se hace cero. Los puntos críticos del numerador irán abierto o cerrado dependiendo de la desigualdad, si esta es estricta ($<$ o $>$) irán abiertos y si es menor o igual (\leq o \geq) irán cerrado pues en el numerador si puede ser cero.

3. $\left| \frac{x+1}{x-2} \right| > 2$

Elevamos al cuadrado ambos lados $\frac{(x+1)^2}{(x-2)^2} > 4$

$$\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 4x + 4} - 4 > 0$$

$$\frac{x^2 + 2x + 1 - 4(x^2 - 4x + 4)}{x^2 - 4x + 4} > 0$$

$$\frac{x^2 + 2x + 1 - 4x^2 + 16x - 16}{x^2 - 4x + 4} > 0$$

$$\frac{-3x^2 + 18x - 15}{x^2 - 4x + 4} > 0$$

Multiplicamos por $-1/3$, **recordando** que al multiplicar por -1 la desigualdad cambia de sentido

$$\frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 4x + 4} < 0$$

$$\frac{(x - 1)(x - 5)}{(x - 2)^2} < 0$$

Puntos críticos: 1, 5 y 2

La expresión $(x - 2)^2$ siempre es positiva, por lo tanto en la tabla de intervalos siempre será positivo. La única excepción es que en el punto 2 se hace cero e indefine la desigualdad.

	$-\infty , 1$	$1 , 2$	$2 , 5$	$5 , \infty +$
$(x - 1)$	-	+	+	+
$(x - 5)$	-	-	-	+
$(x - 2)^2$	+	+	+	+
total	+	-	-	+

Solución: $]1 , 2[\cup]2 , 5[$

4. $\sqrt{x - 2} < 5$
 1) $x - 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$

2) Elevamos al cuadrado ambos lados $\sqrt{x - 2} < 5 \Rightarrow x - 2 < 25$

$$x - 2 < 25$$

$$x < 27$$

Interceptamos ambas soluciones quedando $[2 , 27[$

II. Problemas de Inecuaciones

1. Escriba usando desigualdades, definiendo claramente la variable.
 - a. Dentro de cinco años, Rosario tendrá no menos de 18 años.
 X= edad de Rosario

$$x + 5 > 18$$

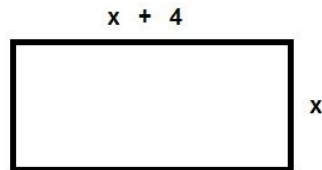
- b. Tengo a lo más 500 pesos.
X=pesos que tengo

$$0 \leq x \leq 500$$

- c. El doble de mi edad es inferior a 30 años
X=mi edad

$$2x < 30$$

2. El largo de un rectángulo es 4cm más que el ancho.



- a. Si el perímetro del rectángulo es mayor que 100cm, determine la variación del ancho del rectángulo.

$$\begin{aligned} 2(x + 4) + 2x &> 100 \\ 4x + 8 &> 100 \\ 4x &> 92 \\ x &> 23 \end{aligned}$$

- b. Si el perímetro del rectángulo se encuentra entre 150cm y 300cm, determine la variación del ancho del rectángulo.

$$150 \leq 4x + 8 \leq 300$$

$$150 - 8 \leq 4x + 8 - 8 \leq 300 - 8$$

$$142 \leq 4x \leq 292$$

$$\frac{142}{4} \leq \frac{4x}{4} \leq \frac{292}{4}$$

$$\frac{71}{2} \leq x \leq 73$$

3. Lorena tiene 20 años menos que Andrea. Si las edades de ambas, suman menos de 86 años. ¿Cuál es la máxima edad que podría tener Lorena?

A) 22 B) 28 C) 30 **D) 32** E) 52

$$a. L = A - 20$$

$$b. L + A < 86$$

Reemplazamos a. en b.

$$(A - 20) + A < 86$$

$$2A - 20 < 86$$

$$A < \frac{86 + 20}{2}$$

$$A < 53$$

Que A sea menor a 53 significa que Andrea tiene 52 o 51 o 50 o etc. Años. La edad máxima de Andrea es 52 años, por lo tanto si la edad de Lorena es la edad de Andrea menos 20 años la máxima edad que puede tener Lorena es $L = 52 - 20 = 32$

La respuesta es la letra D)

4. Un furgón pesa 875 kg. La diferencia entre el peso del furgón vacío y el peso de la carga que lleve no debe ser inferior que 415 kg. Si hay que cargar cuatro cajones iguales de idéntico peso, ¿cuánto puede pesar, como máximo, cada uno de ellos para poder llevarlos en ese furgón?

El furgón vacío pesa 875 kg y "x" será el peso de la carga.

$$875 - x \geq 415$$

$$875 - 415 \geq x$$

$$460 \geq x$$

La carga puede pesar a lo más 460 kg y si hay que cargar cuatro cajones idénticos la carga máxima por cajón vendrá dada por $460/4$. Por lo tanto cada cajón puede pesar a lo más **115 kg** para poder llevarlo en el furgón.

5. Karla va al teatro con todos sus hermanos y dispone de \$22 para las entradas. Si compra entradas de \$3, le sobra dinero; pero para comprar entradas de \$3,5 le faltaría dinero. El número de hermanos de Karla es:

A) 7

B) 5

C) 8

D) 4

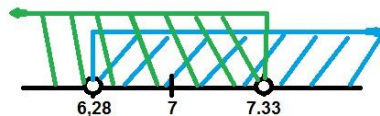
E) 6

La variable "x" representara la cantidad de hermanos. En el primer caso si la entrada cuesta \$3, le sobraría dinero, es decir la diferencia es positiva. En el segundo caso en el que la entrada cuesta \$3,5 la diferencia es negativa pues le falta dinero, es mayor el valor de las entradas que el dinero que posee Karla (\$22)

$$22 - 3x > 0 \quad \text{Escrito de otra manera} \quad 22 > 3x \quad \Rightarrow \quad 22/3 > x \quad \Rightarrow \quad 7,33 > x$$

$$22 - 3,5x < 0 \quad \text{Escrito de otra manera} \quad 22 < 3,5x \quad \Rightarrow \quad 22/3,5 < x \quad \Rightarrow \quad 6,28 < x$$

Interceptamos las dos soluciones:



La solución matemática es $]6,28, 7,33[$, pero este es un ejercicio de aplicación y existe una solución real. En este caso hablamos de cantidad de hermanos por lo tanto no se pueden tener 6,28 hermanos, es por esto que la solución será el número entero entre el intervalo solución. En este caso es 7, por lo tanto Karla tiene **7 hermanos**