# ONDAS EN TUBOS

## Onda Plana en Tubo Cerrado

Trabajaremos con la ecuación de onda plana, donde supondremos que esta se propaga en un tubo de longitud , de sección circular de radio donde se requiere como condición principal para la existencia de ondas planas que el diámetro del tubo sea mucho menor que la longitud de onda

La ecuación de onda es

Tenemos dos condiciones de contorno, la primera está asociada con una fuente que emite ondas senoidales a una frecuencia fija

La segunda está asociada a que en el extremo rígido la velocidad de partículas es nula

Usaremos la solución de onda armónica plana, que cumple con la ecuación de onda y aplicaremos las condiciones de contorno

Reemplazamos para

Reemplazamos para

Y llegamos a un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas

De la primera ecuación

Reemplazamos en la segunda

Para obtener el valor de usamos

Reemplazamos las constantes en la solución

Factorizamos y agrupamos

Analizaremos estos resultados por partes a fin de determinar las propiedades de la solución

## Análisis del Denominador

La pregunta es qué pasa si en este caso la presión sonora dentro del tubo es infinita

Eso quiere decir que estamos en una situación de resonancia

Tenemos las frecuencias naturales angulares

Tenemos las frecuencias naturales

Es decir, en forma básica este tubo puede modelar el comportamiento de instrumentos musicales como la zampoña

## Análisis del Numerador

Existen ciertos puntos fijos que no se mueven los cuales siempre son nulos

Esto sucede para todas las frecuencias

Estos puntos son llamados nodos, dependen de la frecuencia en que la fuente esté funcionando, pero su cantidad es limitada

## Impedancia Acústica Específica de Entrada

El sistema acústico se observa desde la perspectiva de la fuente, este sistema acústico es caracterizado por una impedancia acústica específica

Entonces se hace necesario determinar de forma genérica la velocidad de partículas a partir de la expresión final de la presión sonora en el tubo y de la ecuación de fuerza.

La ecuación de fuerza para una dimensión es

Por lo tanto

Reemplazamos

Calculamos finalmente

La resonancia se produce cuando la parte imaginaria de la impedancia de entrada es nula, es decir . Como ejemplo podemos ver que esto sucede también para un sistema más simple como un circuito RLC



La impedancia de entrada que ve la fuente de voltaje es

Lo cual se produce para la frecuencia de resonancia

En el caso del tubo cerrado la impedancia acústica específica de entrada, es puramente imaginaria, entonces tendremos variadas frecuencias de resonancia la cuales se producen para

Esto se produce cuando

Tenemos las frecuencias naturales angulares

Tenemos las frecuencias naturales

Encontrando las mismas frecuencias de resonancia. Es interesante observar que sucede cuando la longitud de onda es más larga que la longitud del tubo

Revisamos la impedancia acústica específica de entrada

La cual si es multiplicada por la superficie de la sección transversal del tubo obtenemos la impedancia mecánica de entrada es la fuerza

Si dividimos la impedancia acústica específica por el área de la sección transversal del tubo tenemos la impedancia acústica es la velocidad de volumen

Nos detendremos un instante en la impedancia mecánica de entrada y aplicaremos la siguiente identidad trigonométrica

Cuando o bien, entonces

Entonces en bajas frecuencias

Analizaremos dimensionalmente, en bajas frecuencias la expresión y vemos que esta se comporta como la rigidez de un resorte

En término de la impedancia acústica de entrada cuando tenemos una longitud de onda que es mucho mayor al tubo

Pero es el volumen del tubo

Tenemos la compliancia acústica , esta se puede interpretar en términos acústicos como

## Onda Plana en Tubo Abierto

Trabajaremos con la ecuación de onda plana, donde supondremos que esta se propaga en un tubo de longitud , de sección circular de radio donde se requiere como condición principal para la existencia de ondas planas que el diámetro del tubo sea mucho menor que la longitud de onda

La ecuación de onda es

Las condiciones de contorno son

Usamos la solución armónica

Aplicamos la primera condición de contorno

Aplicamos la segunda condición de contorno

Obtenemos

Tenemos un sistema de ecuaciones

Y llegamos a un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas

Usamos

Reemplazamos

Para obtener la otra constante reemplazamos en

Usamos estos resultados en la solución armónica

Y al simplificar, factorizar y otras operaciones que se dejan como tarea tenemos

## Análisis del Denominador

La pregunta es qué pasa si en este caso la presión sonora dentro del tubo es infinita

Eso quiere decir que estamos en una situación de resonancia

Las frecuencias de resonancia angulares son

Las frecuencias naturales son

## Análisis del Numerador

Existen ciertos puntos fijos que no se mueven los cuales siempre son nulos

Esto sucede para todas las frecuencias

Los nodos se determinan

## Impedancia Acústica Específica de Entrada

El sistema acústico se observa desde la perspectiva de la fuente, este sistema acústico es caracterizado por una impedancia acústica específica

Entonces se hace necesario determinar de forma genérica la velocidad de partículas a partir de la expresión final de la presión sonora en el tubo y de la ecuación de fuerza.

La ecuación de fuerza para una dimensión es

Por lo tanto

Reemplazamos

Entonces la impoedancia acústica específica de entrada es

En el caso del tubo cerrado la impedancia acústica específica de entrada, es puramente imaginaria, entonces tendremos variadas frecuencias de resonancia la cuales se producen para

Esto se produce cuando

Las frecuencias naturales angulares se producen

Las frecuencias naturales se producen

Encontrando las mismas frecuencias de resonancia. Es interesante observar que sucede cuando la longitud de onda es más larga que la longitud del tubo

Revisamos la impedancia acústica específica de entrada

La cual si es multiplicada por la superficie de la sección transversal del tubo obtenemos la impedancia mecánica de entrada es la fuerza

Si dividimos la impedancia acústica específica por el área de la sección transversal del tubo tenemos la impedancia acústica es la velocidad de volumen

Nos detendremos un instante en la impedancia mecánica de entrada y aplicaremos la siguiente identidad trigonométrica

Cuando o bien, entonces

Entonces en bajas frecuencias

Tenemos que , es decir el volumen. Y por otra parte la densidad por el volumen es la masa

En término de la impedancia acústica de entrada cuando tenemos una longitud de onda que es mucho mayor al tubo

En bajas frecuencias

El término de la masa acústica es

Un modelo más realista del tubo abierto significa considerar la impedancia de radiación sonora, esto quiere decir que a la impedancia de entrada se le debe sumar la de radiación

Tomado este dato del capítulo anterior para un pistón circular plano

Entonces la resonancia se produce cuando la parte imaginaria de la impedancia de entrada es nula

Pero en “bajas frecuencias” podemos aproximar

Tubo abierto con pestaña/montado en una pantalla infinita el efecto es un “alargamiento del tubo”

Las frecuencias naturales se producen

Tubo abierto sin pestaña el efecto es un “alargamiento del tubo”

Físicamente podemos explicar el “alargamiento” de este tubo debido a que en bajas frecuencias el aire se desplaza como un todo

## Analogías Electro Mecano Acústicas

Este tipo de modelo que es muy útil para diseñar micrófonos, parlantes, cajas acústicas, resonadores y absortores sonoros, está basado en los comportamientos másicos, elásticos, de tubos y cavidades; en conjunto con la disipación de energía sonora la cual se trata como resistencia



Para bajas frecuencias y tubos cortos

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Analogía | Impedancia Mecánica | Impedancia Acústica Específica | Impedancia Acústica |
| General |  |  |  |
| Masa (tubo abierto) |  |  |  |
| Compliancia (tubo cerrado) |  |  |  |
| Resistencia (material absorbente en el tubo) |  |  |  |

## Tubo con Terminación de Impedancia

Consideremos un tubo con terminación de impedancia acústica específica arbitraria

La ecuación de onda es

Tenemos dos condiciones de contorno, la primera está asociada con una fuente que emite ondas senoidales a una frecuencia fija

La segunda condición de contorno es una relación entre la presión sonora y la velocidad de partículas, la impedancia acústica específica, la cual es una función de la frecuencia

Usaremos la solución armónica, que contiene tanto ondas sonoras incidentes como reflejadas

Y la velocidad de partículas como se vio en el capítulo 1

Aplicamos la primera condición de contorno

Obteniendo la ecuación

A partir de la segunda condición de contorno tenemos

Obtenemos la ecuación

Podemos entonces considerara que tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas

Recordemos que la impedancia acústica específica de terminación es conocida. De la primera ecuación tenemos

Reemplazamos en la segunda

Tenemos que

Para calcular usamos

Entonces la solución es

La amplitud es

Determinar la resonancia de este problema no es fácil a primera vista, pero, aún tenemos el criterio de construir la impedancia de entrada

Volvemos a tener dos ecuaciones a partir de las soluciones modificadas

Entonces para

Y para

Tendremos un sistema de 2 ecuaciones

Reformulamos el sistema de tal manera que generamos una variable y de esa forma ya no tenemos tres incógnitas y dos ecuaciones

Ahora tengo dos ecuaciones y dos incógnitas y . De la primera ecuación

Esto remplazaremos en la segunda ecuación

Al dividir por en el numerador y denominador

La resonancia se produce cuando la parte imaginaria de la impedancia acústica específica de entrada es nula

Como ejemplo consideremos el tubo abierto ideal

Otro ejemplo consideremos el tubo cerrado ideal