

Taller 2 de Matemáticas 2

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Miércoles 22 de Diciembre, 2010

Nombre:

1. En los siguientes ejercicios grafique las regiones R que se describen y escriba una expresión en términos de integrales que permita calcular el área de ellas. Posteriormente calcule las áreas.
 - (a) R es la región del plano encerrada por las rectas $x = -2$ y $x = 1$, la curva $y = x^3$ y el eje x .
 - (b) R es la región del plano encerrada por las rectas $x = 1$ y $x = 2$ y las curvas $y = \frac{1}{x^2}$ e $y = x^2$.
 - (c) R es la región del plano encerrada por las curvas $y = x$ e $y = x^3$.
 - (d) R es la región encerrada por la elipse de ecuación $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$.
2. Considere la recta $L : y = -\frac{9}{2}$ y la elipse definida por la ecuación

$$\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{9} = 1$$

Llamamos F al foco de la elipse determinado por $-c$ (recuerde que $c > 0$).

Describa el conjunto

$$C = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{d((x, y), F)}{d((x, y), L)} = \frac{2}{3} \right\}.$$

3. Para cada $x > 0$ defina

$$L(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt$$

- (a) Pruebe que L está bien definida.
- (b) Pruebe que L es derivable y encuentre $L'(x)$.
- (c) Pruebe que L es una función estrictamente creciente y concava hacia abajo.
- (d) Determine el signo de $L(x)$ para cada $x \in (0, +\infty)$. ¿Qué puede decir de $\lim_{x \rightarrow +\infty} L(x)$ y de $\lim_{x \rightarrow 0^+} L(x)$?
- (e) ¿Cuál es la imagen de L ?
- (f) Grafique $L(x)$.