Pauta Control 6 de Matemáticas 2

Programa de Bachillerato. Universidad de Chile.

Verano, 2010-2011

Tiempo : 30 minutos .

Nombre:

1. Determine si la siguiente integral impropia converge o diverge.

$$\int_2^{+\infty} \frac{1}{xln^2(x)}dx$$

Solución:

Notemos que

$$\int_2^{+\infty} \frac{1}{xln^2(x)}dx = \lim_{b\to+\infty} \int_2^{b} \frac{1}{xln^2(x)}dx$$

Sea $u = ln(x)$ entonces $du = \frac{1}{x}dx$. Luego

$$\int_2^{b} \frac{1}{xln^2(x)}dx = \int_{ln(2)}^{ln(b)} \frac{1}{u^2}du = -\frac{1}{u}\Big|_{ln(2)}^{ln(b)} = -\frac{1}{ln(b)} + \frac{1}{ln(2)}$$

Por tanto

$$\int_2^{+\infty} \frac{1}{xln^2(x)}dx = \lim_{b\to+\infty} \int_2^{b} \frac{1}{xln^2(x)}dx = \lim_{b\to+\infty}\left(-\frac{1}{ln(b)} + \frac{1}{ln(2)}\right) = \frac{1}{ln(2)}$$

Entonces

$$\int_2^{+\infty} \frac{1}{xln^2(x)}dx$$

converge.

2. ¿Los siguientes puntos $P = (0,1,1)$, $Q = (1,0,1)$, $R = (1,-1,0)$ y $S = (2,1,3)$ pertencen al mismo plano?.

Solución:

Este problema se puede hacer de dos formas distintas, una es encontrando la ecuación del plano que contiene a los puntos P, Q y R por ejemplo, y luego comprobar si efectivamente S satisface o no la ecuación del plano.

Otra forma es calcular el producto mixto entre los vectores $S-P$, $R-P$, $Q-P$, si el producto mixto entre los vectores es 0, entonces ellos estan en el mismo plano.
A continuación resolvermos calculando el producto mixto

$$S-P=(2,0,2) \quad , \quad R-P=(1,-2,-1) \quad , \quad Q-P=(1,-1,0)$$

Ahora calculando el producto mixto, se tien que

$$\begin{aligned} M(S-P,R:R-P;Q-P) &= (S-P \times R-P) \cdot Q-P \\ &= \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix} \\ &= 1(4)+1(-2-2)+0(-4) \\ &= 0 \end{aligned}$$

Luego los puntos efectivamente estan en el mismo plano.