$f: A \to \mathbb{R}$ $\quad f(x) = \dfrac{x}{x^2-1} = \dfrac{x}{(x+1)(x-1)}$

a) máximo dominio de f.

Restricciones:

$x^2-1 \neq 0 \iff (x+1)(x-1) \neq 0$ $\to x \neq 1$, $\to x \neq -1$

$\therefore A = \mathbb{R} - \{1, -1\}$

b) $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{x}{(x+1)(x-1)} = +\infty$

$\oplus$ $\oplus$ $(x-1) \to 0^+$

todos los factores son positivos.

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} \frac{\overset{\oplus}{x}}{\underbrace{(x+1)}_{\oplus}\underbrace{(x-1)}_{\to 0^-}} = -\infty .$$

$\hookrightarrow$ existe <u>um</u> factor negativo.

$$\lim_{x\to -1^+} f(x) = \lim_{x\to -1^+} \frac{x \to \ominus}{\underbrace{(x+1)}_{\to 0^+}\underbrace{(x-1)}_{\to \ominus}} = +\infty \qquad \oplus$$

$$\lim_{x\to -1^-} f(x) = \lim_{x\to -1^-} \frac{x \to \ominus}{\underbrace{(x+1)}_{\to 0^-}\underbrace{(x-1)}_{\to \ominus}} = -\infty .$$

$$\lim_{x\to \infty} f(x) = \frac{x}{(x^2-1)} \cdot \frac{1/x^2}{1/x^2} = \frac{\cancel{1/x}^{\,0}}{1 - \cancel{1/x^2}^{\,0}} = 0 .$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{x}{(x^2-1)} \cdot \frac{1/x^2}{1/x^2} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\cancel{1/x}\to 0^-}{1-\cancel{1/x^2}\to 0^+} = 0$$

c) monotonía (crecimiento)

$$f'(x) = \frac{(x)'(x^2-1) - x(x^2-1)'}{(x^2-1)^2} = \frac{1(x^2-1) - x\cdot 2x}{(x^2-1)^2}$$

$2x^2$

$$= \frac{-x^2-1}{(x^2-1)^2} = -\frac{x^2+1}{(x^2-1)^2} < 0$$

$x^2+1 \to \oplus$

$(x^2-1)^2 \; \oplus$

$\therefore$ f es SIEMPRE decreciente.

$x \to 1^+$ $\quad f(x) \to +\infty$

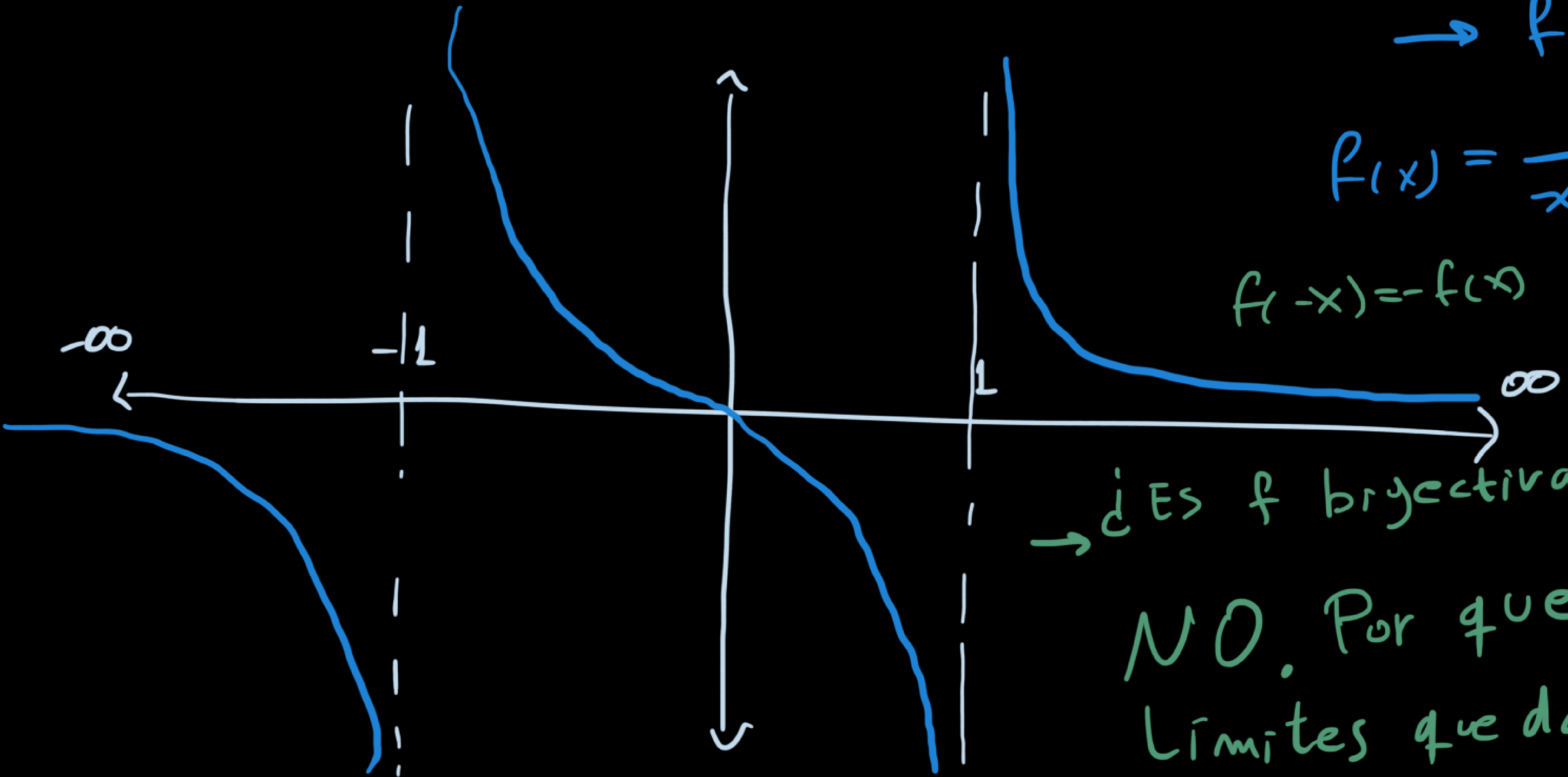
$x \to 1^-$ $\quad f(x) \to -\infty$

$x \to -1^+$ $\quad f(x) \to +\infty$

$x \to -1^-$ $\quad f(x) = -\infty$

$x \to \pm\infty$ $\quad f(x) \to 0$.

$\to$ f dec.



$$f(x) = \frac{x}{x^2-1}$$

$f(-x) = -f(x)$ $\qquad f(0) = 0$

$\to$ ¿Es f biyectiva?

NO. Por que hay Dos Limites que dan $\pm\infty$.

$f : \mathbb{R} - \{0\} \to \mathbb{R}$. por $f(x) = 1/x^2 = x^{-2}$

i) f' y f''

$f'(x) = -2 \cdot x^{-3} = \dfrac{-2}{x^3}$ | $f''(x) = (-2)(-3) \cdot x^{-4} = \dfrac{6}{x^4}$

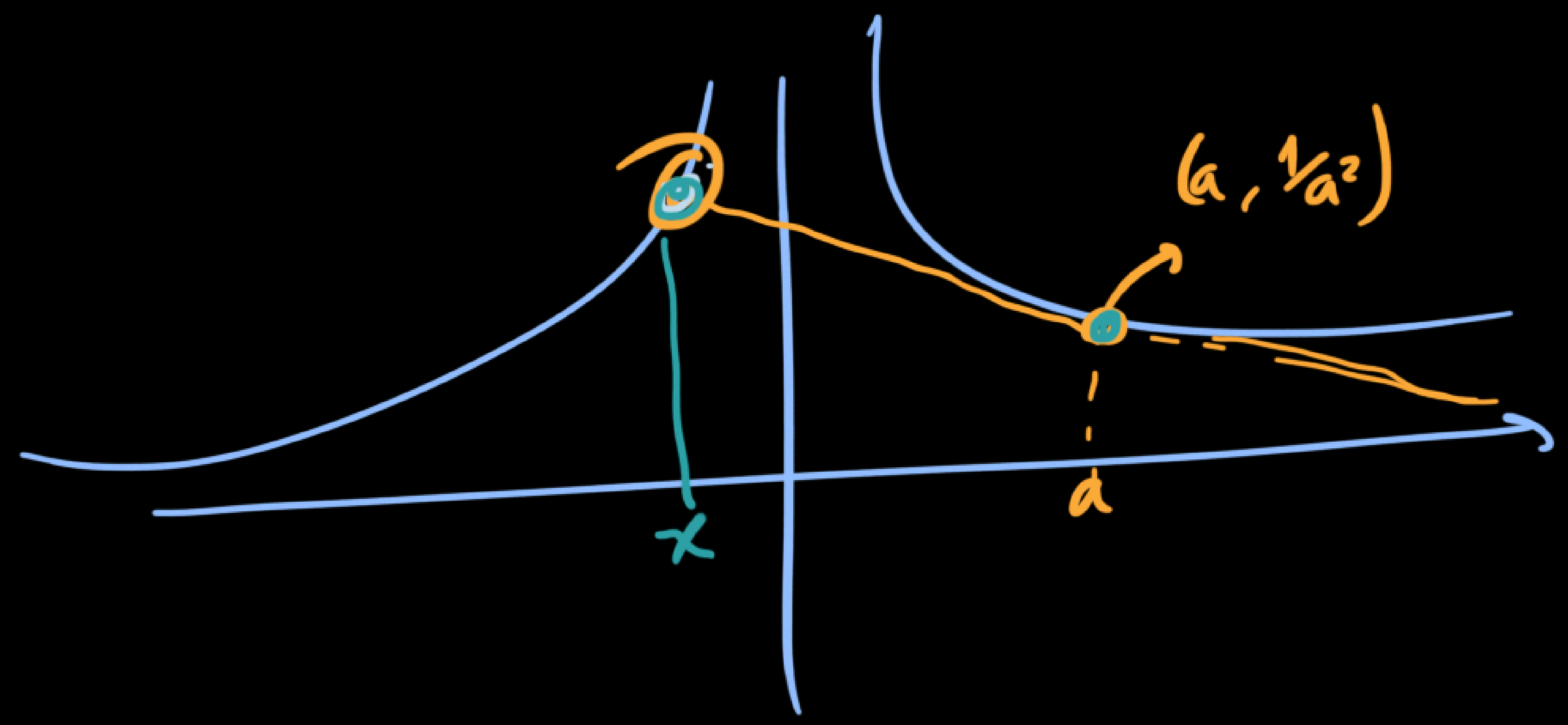
i) ecuación de la recta tangente a f en $\left(a, \dfrac{1}{a^2}\right)$

Recuerdo: $y = \underbrace{f'(a)}_{\frac{-2}{a^3}}(x-a) + f(a) \to 1/a^2$

(1) $y = \frac{-2}{a^3}(x-a) + \frac{1}{a^2}$ / a es conocido

iii) intersección entre f y esta recta.

(2) $y = \frac{1}{x^2}$



$$\frac{1}{x^2} = \frac{-2}{a^3}(x-a) + \frac{1}{a^2}$$ / Despejar x.

$\boxed{x \neq a.}$

$$\frac{1}{x^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{-2}{a^3}(x-a) \iff \frac{a^2-x^2}{x^2a^2} = \frac{-2}{a^3}(x-a)$$

$$\iff \frac{\cancel{-}(a+x)\cancel{(x-a)}}{x^2a^2} = \frac{\cancel{-}2}{a^3}\cancel{(x-a)} \longrightarrow \frac{(a+x)}{x^2a^2} = \frac{2}{a^3}$$

$(a \neq 0)$

$\sqrt{9a^2} = |3a|$

$$\iff a^{\cancel{3}}(a+x) = 2x^2\cancel{a^2} \longrightarrow a^2+ax = 2x^2$$

$$\iff 2x^2 - ax - a^2 = 0 \qquad x = \frac{a \pm \sqrt{a^2+4\cdot 2\cdot a^2}}{4}$$

$$x = \frac{a \pm |3a|}{4}$$

$a \geq 0, \ |3a| = 3a$

$$x_1 = \frac{a+3a}{4} = \frac{4a}{4} = a. \ \times$$

$$x_2 = \frac{a-3a}{4} = \frac{-2a}{4} = \frac{-a}{2} \ \checkmark$$

$a < 0 \quad |3a| = -(3a)$

$$x_1 = \frac{a + -3a}{4} = \frac{-a}{2} \ \checkmark$$

$$x_2 = \frac{a-(-3a)}{4} = a \ \times$$

El punto de intersección es

$$\left(\frac{-a}{2}, \ 1/\left(\frac{-a}{2}\right)^2\right) = \left(\frac{-a}{2}, \ \frac{4}{a^2}\right) //$$