

Desafío 1

Benja Vera

Agosto 2019

De física, sabemos que cuando un rayo de luz se refleja en una superficie plana, lo hace de tal modo que el ángulo de incidencia es siempre igual al ángulo de reflexión. Esto se ilustra en la siguiente imagen:

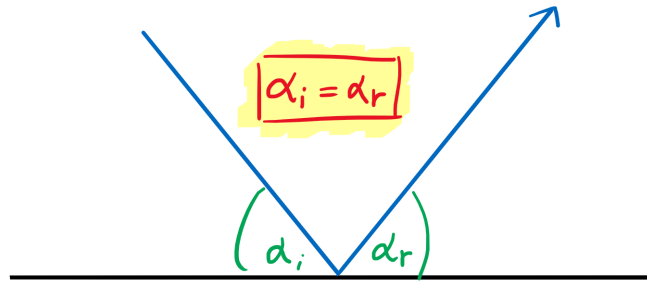


Figura 1: Rayos de luz en figuras planas

Por otro lado, cuando la superficie es curva pero suave, recordemos que siempre podemos ampliar nuestra perspectiva lo suficiente como para que se asemeje a una recta. En particular, esta recta es *la tangente a la superficie en el punto al que nos estamos acercando*. Por lo tanto, deducimos que cuando la luz incide sobre una superficie suave, se refleja de tal modo que *el ángulo que forma con una tangente a la superficie es el mismo al incidir que al reflejarse*. Un ejemplo de esto en la siguiente figura:

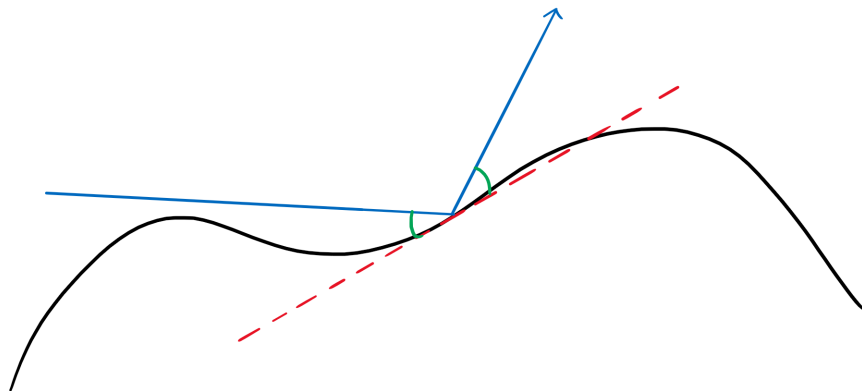


Figura 2: Rayos de luz en curvas suaves

Dicho esto, pasemos al problema que nos interesa.

P1.- Usted trabaja en un proyecto de sustentabilidad que busca maximizar la eficiencia de los paneles solares en zonas donde la luz solar no llega con mucha intensidad. Para esto, usted y su equipo tienen una excelente idea. En lugar de instalar muchos paneles solares, los cuales son caros de fabricar y no se utilizarían en todo su potencial, piensan en hacer una superficie de espejos de tal forma que toda la luz que llegue a un sector grande se concentre en una zona más pequeña en la cual se instalarán paneles. Imagen a continuación.

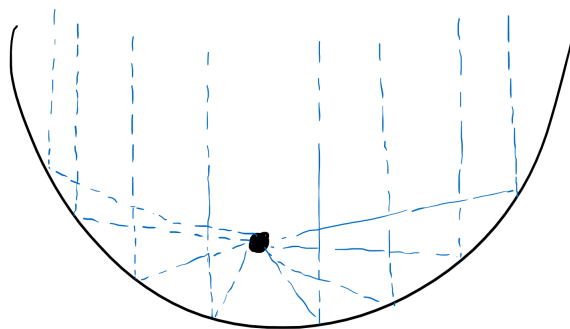


Figura 3

Sin embargo, esto nos plantea un difícil problema matemático. El problema de *¿Existe una superficie que podamos construir tal que todos los rayos reflejados se concentren en un solo punto?* Vamos a formalizar esta idea, partamos por reducir nuestro problema a uno de dos dimensiones suponiendo que todos los rayos del sol llegan desde directamente arriba de la superficie¹. De este modo, si situamos el centro en el eje OY de nuestro sistema de coordenadas, lo que buscamos es una función tal que todos los rayos directamente verticales que lleguen a su gráfica, al ser reflejados, corten al eje en el mismo punto.

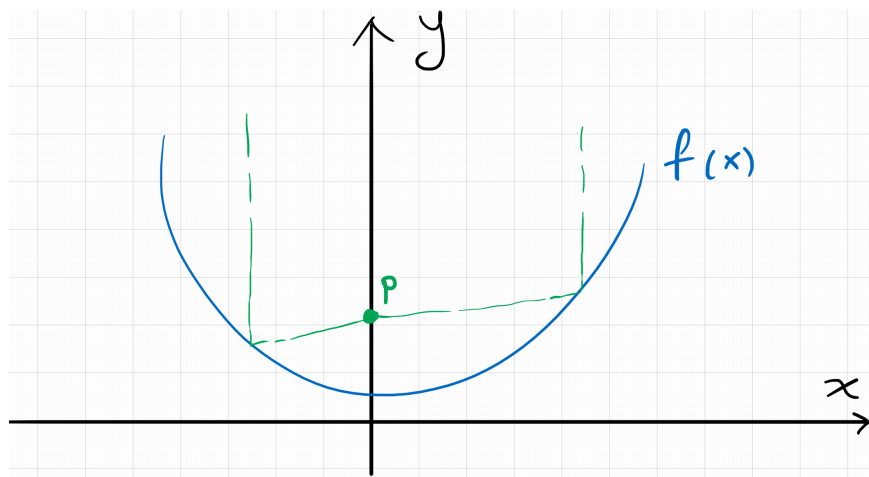


Figura 4

¹Este no es un supuesto sobreidealizado puesto que podemos armar un mecanismo que gire nuestra superficie en conjunto con el sol o bien situarla en una orientación que maximice la eficiencia. Pero ese ya sería otro problema matemático.

- (a) Un compañero suyo propone utilizar un arco de circunferencia, el cual viene modelado por la función $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = -\sqrt{1 - x^2}$. Convéncelo de que esa es una mala idea y que no cumpliría el propósito del proyecto.
- (b) Demuestre que una parábola de la forma $y = x^2$ cumple con la característica deseada. En otras palabras, las parábolas poseen un foco en el cual se intersectan todos los rayos reflejados. Encuentre la ubicación de este foco.
- (c*) ¿Existe otra función que cumpla con esto?