P1 $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ por $f(x)=3x^5-5x^3$

Recuerdo: f creciente $\Leftrightarrow$ $f'(x)\geq 0$

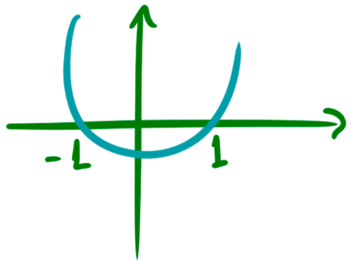
f decreciente $\Leftrightarrow$ $f'(x)\leq 0$

calculemos f' y analicemos sus signos

$$f'(x)=15x^4-15x^2=15x^2(x+1)(x-1)\overset{!}{\geq} 0$$

la inecuación se reduce a $(x+1)(x-1)\geq 0$

$\therefore$ f creciente en $]-\infty,-1]$
y en $[1,\infty[$.



f decreciente en $[-1,1]$.

Para la concavidad, analicemos f''.

$$f''(x)=60x^3-30x=30x(2x^2-1)$$

$$=30x(\sqrt{2}x+1)(\sqrt{2}x-1)\overset{!}{\geq}0$$

nos queda $x(\sqrt{2}x+1)(\sqrt{2}x-1)\geq 0$

	$-\infty$		$-\frac{1}{\sqrt{2}}$		0		$\frac{1}{\sqrt{2}}$		∞
x		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$\sqrt{2}x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$\sqrt{2}x-1$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
		$(-)$		$(+)$		$(-)$		$(+)$	

$\therefore$ f convexa en
$[-\frac{1}{\sqrt{2}},0]\cup[\frac{1}{\sqrt{2}},\infty[$

f cóncava en
$]-\infty,-\frac{1}{\sqrt{2}}]\cup[0,\frac{1}{\sqrt{2}}]$

nota: (sobre los puntos críticos)

$x=-1$, donde $f'=0$, pertenece a un intervalo donde f cóncava. luego, es máximo local. Análogamente, en $x=1$, f es convexa. luego, es mínimo local.

Por último, $x=0$ cae en un punto donde f cambia de concavidad. Deducimos que es pto de inflexión.

Valores:

$$f(-1) = 3(-1)^5 - 5(-1)^3 = 2$$

$$f(1) = 3-5 = -2 .$$

Los otros puntos de inflexión son $x=\frac{1}{\sqrt{2}}$ y $x=\frac{-1}{\sqrt{2}}$.

Asíntotas: f está bien definida y es continua sobre $\mathbb{R}$. luego, no tiene candidatos a A.V.

A.H.|

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\infty \\ \\ \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty\end{array}\right\} \therefore \text{ no hay A.H.}$$

Ptos de intersección

int y | $f(0) = 0 \longrightarrow (0,0)$

int x | Debemos resolver $f(x) = 0$.

$\Rightarrow 3x^5 - 5x^3 = 0 \Leftrightarrow x^3(3x^2 - 5)$

$\rightarrow x = 0 \longrightarrow (0,0)$

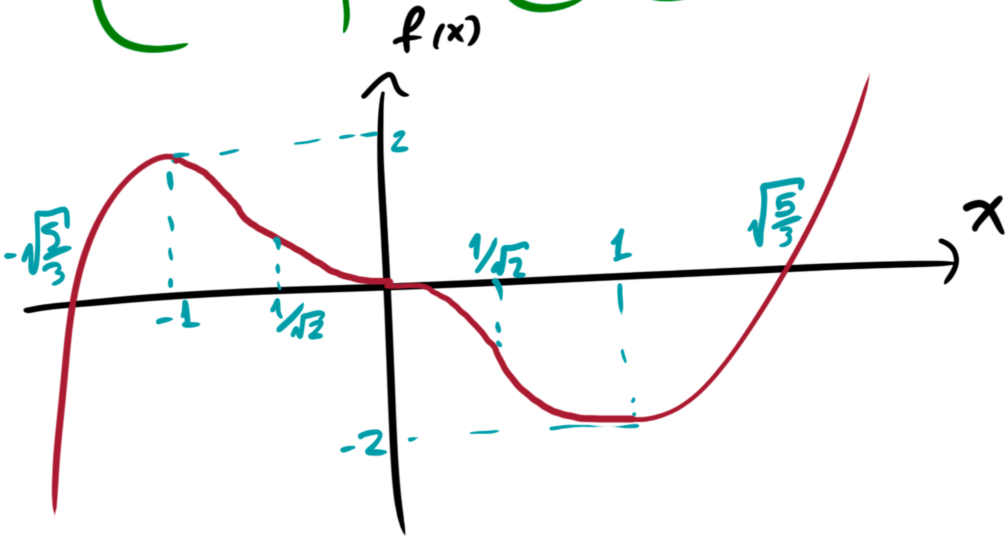
$\rightarrow x = \sqrt{\frac{5}{3}} \longrightarrow \left(\sqrt{\frac{5}{3}}, 0\right)$

$\rightarrow x = -\sqrt{\frac{5}{3}} \longrightarrow \left(-\sqrt{\frac{5}{3}}, 0\right)$

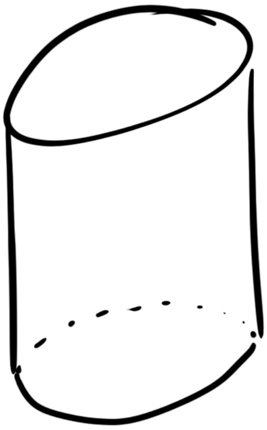
Juntemos lo que sabemos

		-1		$-\frac{1}{\sqrt{2}}$		0		$\frac{1}{\sqrt{2}}$		1	
f'	$+$		$-$		$-$		$-$		$-$		$+$
f''	$-$		$-$		$+$		$-$		$+$		$+$

gráfico:



P3)



$V_{cilindro} = \pi r^2 h$

$A_{cilindro} = 2\pi r^2 + 2\pi r h$

condición: $V \overset{!}{=} 125$

$\Rightarrow \boxed{h = \frac{125}{\pi r^2}}$ $\xrightarrow[\text{para el área}]{\text{reemplazo}}$ $A(r) = 2\pi r^2 + 2\cancel{\pi}\cancel{r} \cdot \frac{125}{\cancel{\pi} r^{\cancel{2}}}$

$\therefore A(r) = 2\pi r^2 + \frac{250}{r}$ | minimizar esto.

$A'(r) = 4\pi r - \frac{250}{r^2} \overset{!}{=} 0 \Rightarrow 2\pi r = \frac{125}{r^2}$

$\Rightarrow r^3 = \frac{125}{2\pi} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{125}{2\pi}} = 5\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$ //

luego, $h = \frac{125}{\pi r^2} = \frac{125}{25\pi\left(\frac{1}{2\pi}\right)^{2/3}}$

nota: $A''(r) = 4\pi + \frac{500}{r^3} > 0$ para $r > 0$.

luego, A es función convexa y por lo tanto efectivamente encontramos un mínimo.