



Taller de ayudantía 3
Orden de los números reales, raíz cuadrada y valor absoluto
04/05/2020

En este taller, ocuparemos axiomas de orden, raíz cuadrada y valor absoluto. Se trabajará con demostraciones y contraejemplos de proposiciones, según sea el caso. Por último, trasladaremos del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático para dar solución a problemas de contexto.

Objetivos:

1. Trabajar con los axiomas de orden reales para demostrar, y con contraejemplos para refutar, afirmaciones.
2. Interpretar ejercicios de contexto y llevar al lenguaje matemático para su posterior solución.

Ejercicios Propuestos

1. Determine si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. En cualquier caso, justifique demostrando o con un contraejemplo, respectivamente.

a) Si $3 < \frac{1}{x}$ entonces $x < \frac{1}{3}$.

b) Sean $0 < p < q < 1$. Entonces pq está entre 0 y p .

c) Si $a, b \in \mathbb{R}$, entonces $|a - b| \leq |a| - |b|$.

d) Si $x^2 < y^2$, entonces $x < y$.

2. Demuestre que no existe $x \in \mathbb{R}$ tal que $x^2 + x + 1 = 0$.

3. Demuestre que:

a) Si $x > 0$ e $y > 0$, entonces $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$. ¿En cuáles casos se cumple la igualdad?

b) Si $h > 0$, entonces $h + 4h^{-1} - 8 \geq -4$.

c) Si $a > 0$ y $b > 0$, entonces $\sqrt{a+b} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

4. Iván y Eugenio son profesores particulares. Iván cobra a sus estudiantes \$3.000 de cargo fijo por visita más \$22.000 por hora cronológica cuando realiza una clase particular de “*Matemáticas 1*”. Por otro lado, por hacer la misma clase, Eugenio cobra \$10.000 por hora cronológica más un cargo fijo de \$5.000 por visita.

Hoy, Iván y Eugenio, han trabajado la misma cantidad de horas, sin embargo, Iván visitó a dos

estudiantes, mientras que Eugenio visitó a tres.

Si ambos Profesores trabajan a lo más 11 horas ¿Es posible que al final del día, Iván haya ganado una cantidad mayor o igual al doble de lo que ganó Eugenio?

Estar equivocado no es algo malo... es una oportunidad para aprender algo.