



**Taller de ayudantía 9**  
**Funciones**  
27/07/2020

En este taller seguiremos trabajando algunos conceptos vistos de funciones y agregaremos otros nuevos, como la construcción de nuevas funciones a partir de otras, estableciendo su dominio, codominio y regla de asignación. Además, expresaremos ciertas funciones en su forma canónica para establecer propiedades de ella y relacionarlas con su representación gráfica. Por último, modelaremos y/o resolveremos problemas en situaciones contextualizadas, utilizando funciones afines, cuadráticas y racionales.

**Objetivos:**

- Determinar el conjunto imagen de una función e indicar si una función es acotada.
- Esbozar el gráfico de una función cuadrática y de una función racional, utilizando sus respectivas formas canónicas para justificarlo.
- Dadas ciertas funciones, definir otras funciones a partir de operaciones entre ellas.
- Resolver problemas modelados mediante funciones afines y/o cuadráticas, e infiriendo información de estos modelos.
- Deducir e interpretar información de un problema contextualizado aplicando el modelo racional.

**Ejercicios Propuestos**

1. Para cada una de las funciones

a)  $f : [-1, 6] \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = 4x^2 - 12x + 2,$

b)  $f : [-3, 2] \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = \frac{4x + 31}{2x + 14},$

responda lo siguiente:

- Determine su forma canónica y esboce su gráfico.
  - ¿Qué información sobre la función nos entregan los parámetros de su forma canónica?
  - Determine su conjunto imagen. ¿Es esta función acotada?
2. Considere las funciones  $f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = 2x + 1$ , y  $g : [-1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $g(x) = x^2 - 1$ .

- a) Determine las funciones  $f + g$ ,  $f \cdot g$  y  $\frac{f}{g}$ .
- b) Determine el dominio de la función  $f \circ g$  y calcule  $(f \circ g)(x)$ . ¿Existe  $f(g(3))$ ?
- c) Determine el dominio de la función  $g \circ f$  y calcule  $(g \circ f)(x)$ . ¿Existe  $g(f(2))$ ?
- d) ¿Es cierto que  $f \circ g = g \circ f$ ?
3. Se tiene un triángulo rectángulo con catetos de medida 3 cm y 4 cm. Se inscribe en él un rectángulo de modo que dos de sus lados adyacentes están sobre los catetos. Sean  $b$  y  $h$  las medidas de la base y altura del rectángulo inscrito respectivamente.
- a) Modele la base  $b$  del rectángulo en función de su altura  $h$ .
- b) Modele el área del rectángulo en función de su altura  $h$ .
- c) Determine las dimensiones del rectángulo de mayor área que puede inscribirse en el triángulo.
4. Un determinado fármaco que regula la temperatura corporal se inyecta por vía intramuscular. Su efecto, en horas, depende de la dosis  $x$ , en miligramos, según la fórmula

$$E(x) = \frac{74x}{8x + 3}, \quad \text{para } x \geq 0.$$

- a) Exprese el modelo en su forma canónica y represéntelo gráficamente.
- b) ¿Qué rango de dosis se requiere para que el fármaco tenga efecto entre 4 y 8 horas?
- c) ¿Diría usted que a medida que aumenta la dosis, aumenta el tiempo de efectividad del fármaco?

*El propósito del cálculo no son los números sino el entendimiento.*