



Taller de ayudantía 5
Gráfico de funciones y Optimización
30/09/2022

En este taller, abordaremos un conjunto de conceptos vistos hasta el momento, tales como, reglas de derivación, límites para analizar la existencia de asíntotas verticales y horizontales, criterios de la primera y de la segunda derivada para estudiar la monotonía y concavidad de una función, entre otros. Todo este proceso tiene como finalidad esbozar el gráfico de una función dada. Además, aplicaremos el cálculo diferencial para resolver problemas contextualizados cuyo objetivo es la optimización de una función.

Objetivos:

- Realiza análisis de curva para esbozar el gráfico de una función.
- Resuelve problemas de optimización aplicando el cálculo diferencial.
- Modela y optimiza una función de acuerdo a un contexto.

Ejercicios Propuestos

1. Considere la función $f: \mathbb{R} \setminus \{2, -2\} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 4}$.

Con el objetivo de esbozar el gráfico de la función f , siga los siguientes pasos:

- i) Encuentre las intersecciones con los ejes.
- ii) Determine asíntotas verticales y horizontales, si es que existen.
- iii) Intervalos de monotonía de f
- iv) Máximos y mínimos locales de f
- v) Intervalos donde la gráfica es cóncava hacia arriba y donde es cóncava hacia abajo, y puntos de inflexión.

Esboce el gráfico tomando en consideración cada uno de los cálculos expuestos en los pasos anteriores.

2. Una cápsula se confecciona uniendo un casco semiesférico a cada uno de los extremos de un cilindro circular recto (sin sus bases). El volumen total de la cápsula es de $5 \text{ [cm}^3\text{]}$. Siga los siguientes pasos para determinar las dimensiones del cilindro que producen la mínima área superficial de la cápsula.

- a) Determine el volumen de la cápsula en función de sus dimensiones.
 - b) Exprese el largo del cilindro en función del radio.
 - c) Determine el área superficial de la cápsula en función del radio. Indique su dominio.
 - d) Determine el valor del radio para el cual el área superficial es mínima y luego determine la medida del largo.
3. Un modelo de producción de células sanguíneas en una determinada unidad de tiempo, por ejemplo de glóbulos rojos, está dado por la función

$$P(x) = \frac{Ax}{B + x^m}, \quad x > 0$$

donde $P(x)$ es la cantidad de nuevas células producidas en una unidad de tiempo posterior al instante en que hay x células sanguíneas. Donde A, B son constantes positivas y $m > 1$.

- a) ¿Qué cantidad de células maximiza la producción de células?
- b) ¿Qué cantidad de células minimiza la tasa de producción de células?.

Defiende tu derecho a pensar, incluso pensar de manera errónea es mejor que no pensar.