



Ayudantía 13

Volumen de sólidos de revolución e integral impropia

09/12/2022

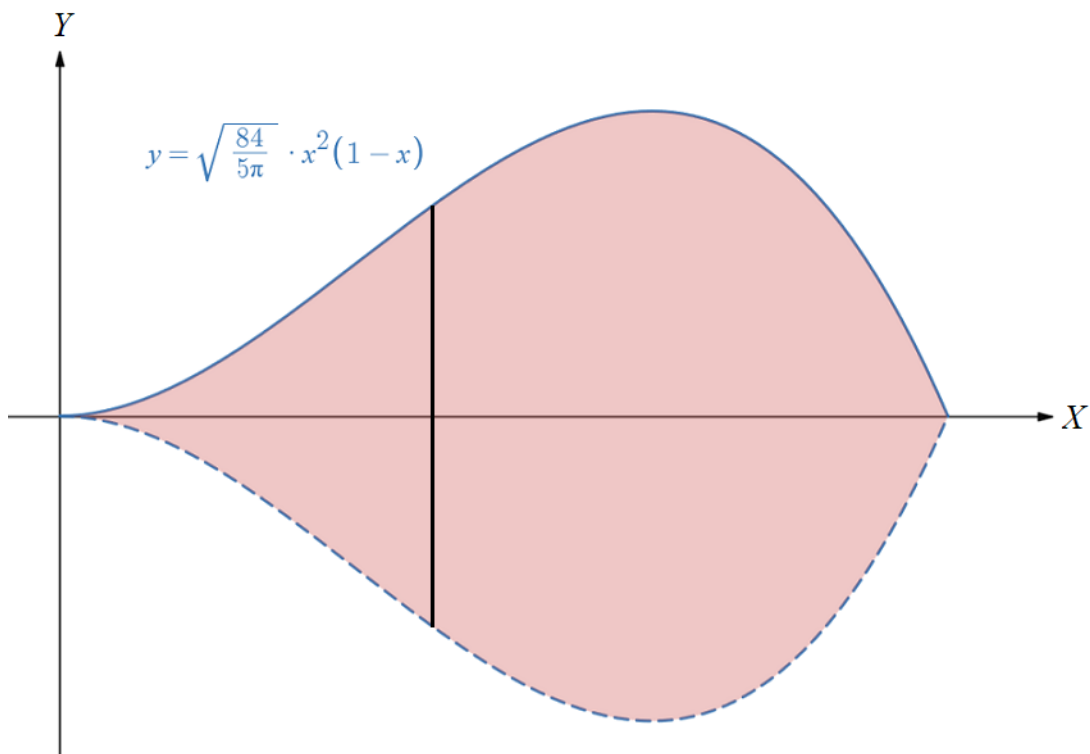
En este taller haremos uso de los distintos métodos de integración conocidos para dar resultado a integrales definidas e impropias. En los primeros ejemplos, tales integrales se interpretan como el volumen de un sólido de revolución, mientras que en el último ejemplo realizaremos el cálculo explícito de un par de integrales impropias.

Objetivos:

- Aplicar los métodos de integración para la resolución de integrales definidas e impropias.
- Calcular volúmenes de sólidos de revolución mediante integración.

Ejercicios Propuestos

1. A partir de un trozo de madera, se tallará en un torno un trompo con la siguiente silueta (en azul):



La curva superior (que se muestra continua) es $y = \sqrt{\frac{84}{5\pi}} \cdot x^2(1-x)$, y la inferior (que se muestra entrecortada) es su reflejo con respecto al eje X , vista la simetría que le dará el torneado al trompo. Acá, ambos ejes miden en decímetros.

- a) Demuestre que el volumen del trompo es de $160 \text{ [cm}^3\text{]}$.
- b) El segmento de recta vertical (en negro) muestra el ancho del trompo en un punto. ¿Cuál es el ancho promedio del trompo?
2. Considere la función $g: [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ dada por $g(x) = \frac{1}{\sqrt{e^{-x} + e^x}}$. Determine el volumen del sólido de revolución que se genera al rotar la gráfica de g en torno del eje horizontal.
3. Calcule el valor de las siguientes integrales impropias:

a) $\int_3^{+\infty} \frac{4}{x^2 - 4} dx.$

b) $\int_0^{+\infty} \frac{1 - x}{e^x} dx.$

c) $\int_1^{+\infty} \frac{1 + \ln(x)}{x^2} dx.$