Universidad de Chile
Programa de Bachillerato
Matemáticas 2
Segundo semestre de 2023

Ayudantía 3
Reglas de derivación y derivadas de funciones trigonométricas
25/09/2023

En este taller comenzaremos ejercitando límites notables relacionados con funciones trigonométricas. Además, practicaremos las reglas de derivación de funciones, aplicando regla de la cadena y las derivadas de funciones trigonométricas, entre otras y analizaremos algunos problemas de recta tangente.

Objetivos:

- Aplicar límites notables que incluyen funciones trigonométricas.
- Derivar funciones aplicando las reglas de derivación incluyendo regla de la cadena.
- Aplicar las derivadas de funciones trigonométricas.

Ejercicios Propuestos

1. Calcule los siguientes límites.

   a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{sen}(3x)}{2x}$.

   b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos(2x)-\cos(5x)}{3x}$

2. Calcule la derivada de las siguientes funciones:

   a) $g(x) = \dfrac{(x^2+x)\sqrt[3]{\operatorname{sen}(x)}}{1+x+x^2}$.

   b) $f(x) = \cos^2(5x) + x\operatorname{sen}(3x) - \cos(x^2)$.

3. Considere la función $f : [0,5] \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ cuya regla de asignación está dada por

$$f(x) = \sqrt{25-x^2}.$$

   Muestre que la recta tangente en en cualquier punto del gráfico es perpendicular al segmento de recta que une el origen con dicho punto.

   Hint: Recuerde que dos rectas son ortogonales si el producto de sus pendientes es -1

4. Considere la función $f\colon]0,+\infty[\to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \sqrt[4]{x}$. Encuentre la ecuación de la recta tangente al gráfico de f en el punto $(81, f(81))$.

5. La posición $x(t)$, en un instante t, de una partícula que describe un movimiento armónico simple, está dada por

$$x(t) = A\,\mathrm{sen}(\omega t + \phi),$$

donde A, ω y ϕ son números reales constantes. Demuestre que la función x satisface la siguiente *ecuación de movimiento armónico simple*

$$x''(t) + \omega^2 x(t) = 0.$$