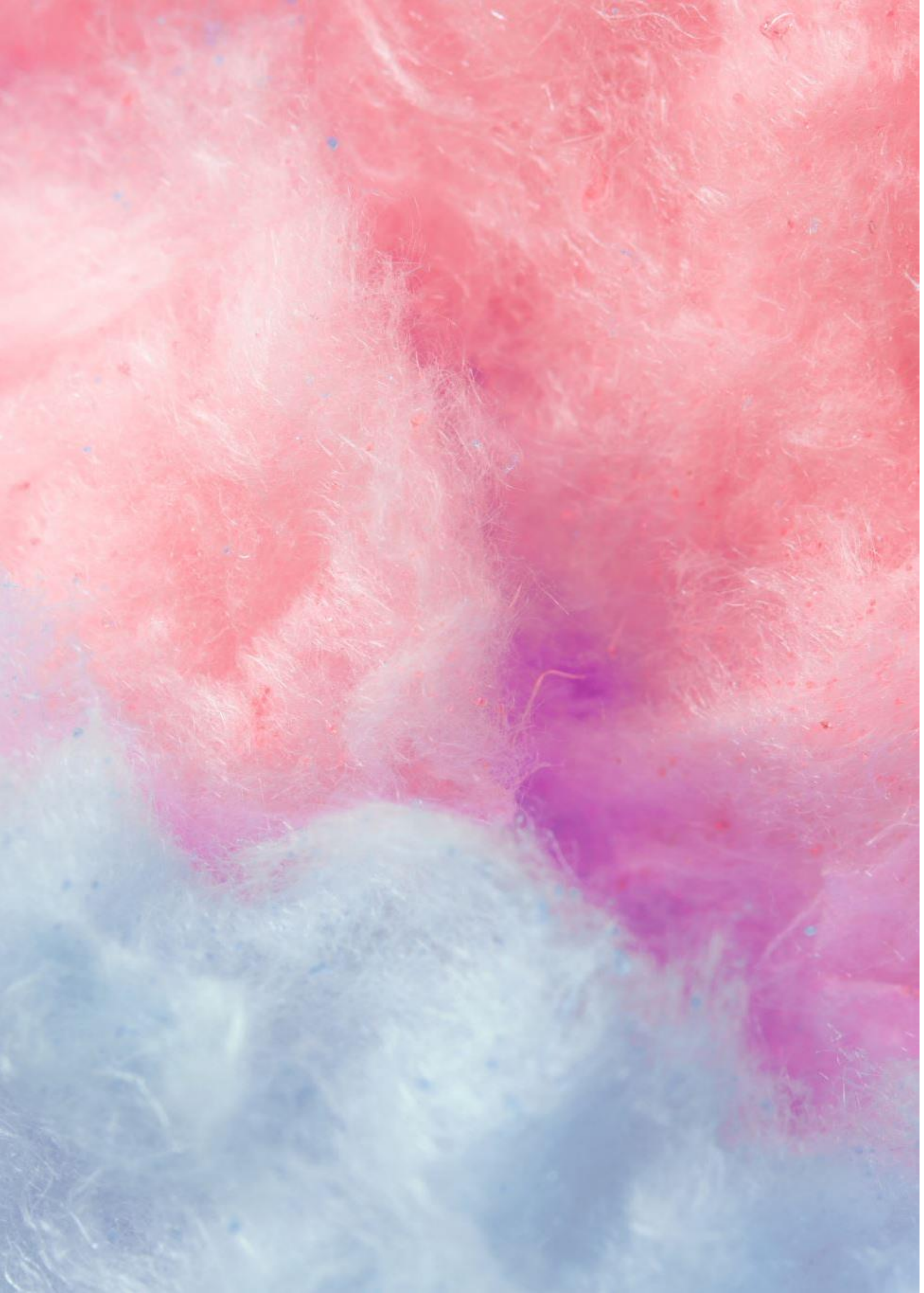


FÍSICA 01

Clase 06: Sistemas de referencia y Vectores.

Profesor: Mirko Mol

TIEMPO DE CAÍDA Y TIEMPO DE SUBIDA.

Problema 19:

Desde lo alto de un edificio de altura 60 [m] usted deja caer una pelota. Pero, desde abajo, uno de sus compañeros lanza hacia arriba la misma pelota.

I. Realice un gráfico de la situación.

II. Si queremos que ambas pelotas, se encuentren en la mitad del edificio. ¿Qué velocidad debe tener la pelota lanzada por su compañero?

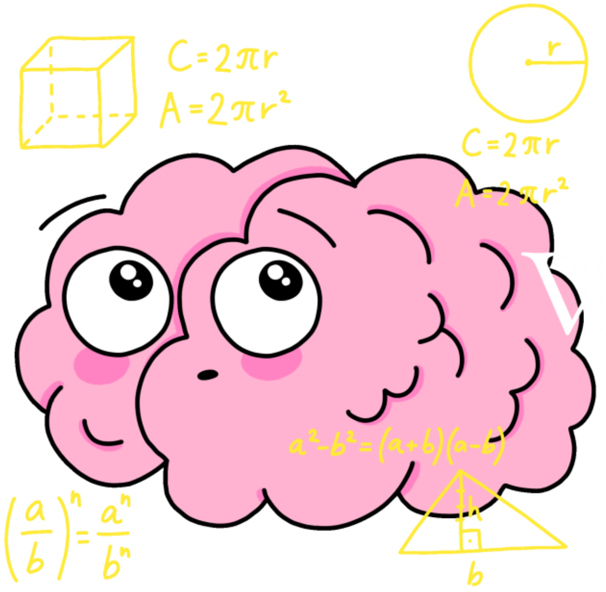
III. Suponga ahora que no sabemos la altura del edificio, por lo que la llamaremos h. Encuentre que velocidad debe tener la pelota lanzada por su compañero para que en encuentren en la mitad.

OBJETIVOS DE LA CLASE

I. Comprender magnitudes vectoriales

II. Representación de vectores en coordenadas planas y polares.

III. Propiedades de los vectores.



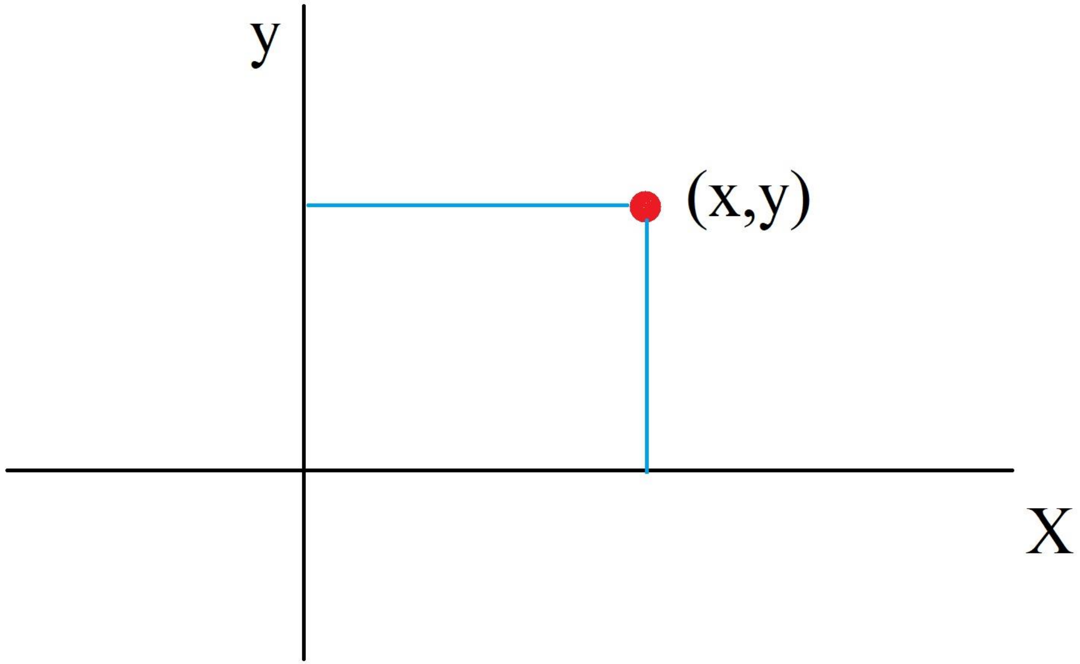
SISTEMAS DE REFERENCIA

Hasta ahora nuestro sistema de referencia era necesario para identificar si algo se movía hacia los positivos o negativos. En general se necesita colocar un sistema de coordenadas que pueda determinar la posición de los cuerpos en 3D.

- La mecánica necesita un sistema de referencia para poder describir el movimiento de un cuerpo y sus propiedades.

- Nos permite definir unívocamente un lugar en el espacio.

- Existen distintos tipos de sistemas de referencias o coordenadas.



SISTEMAS DE REFERENCIA

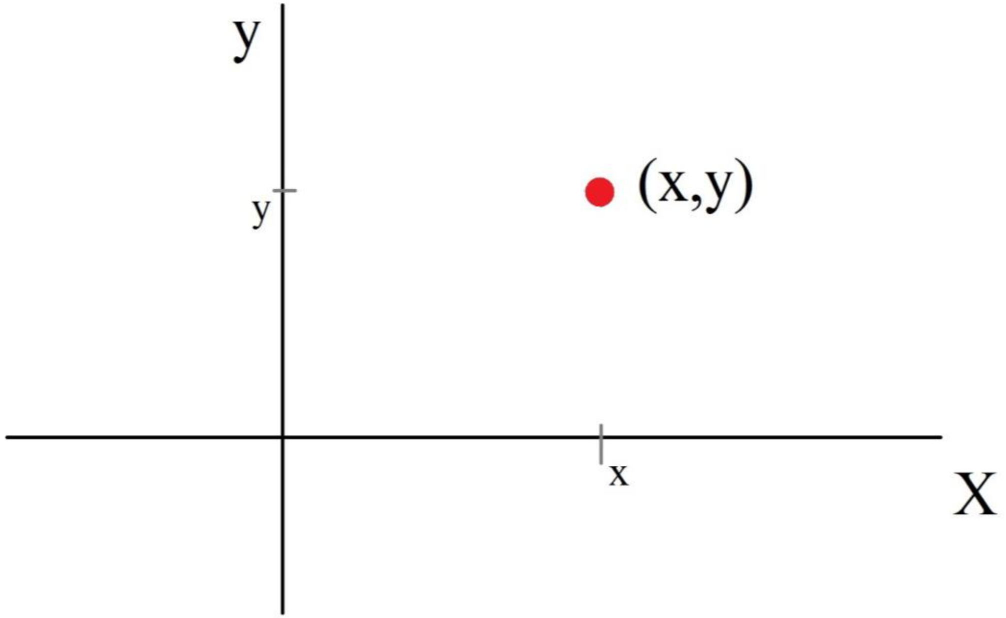


Figura 1. Sistema de coordenadas rectangulares.

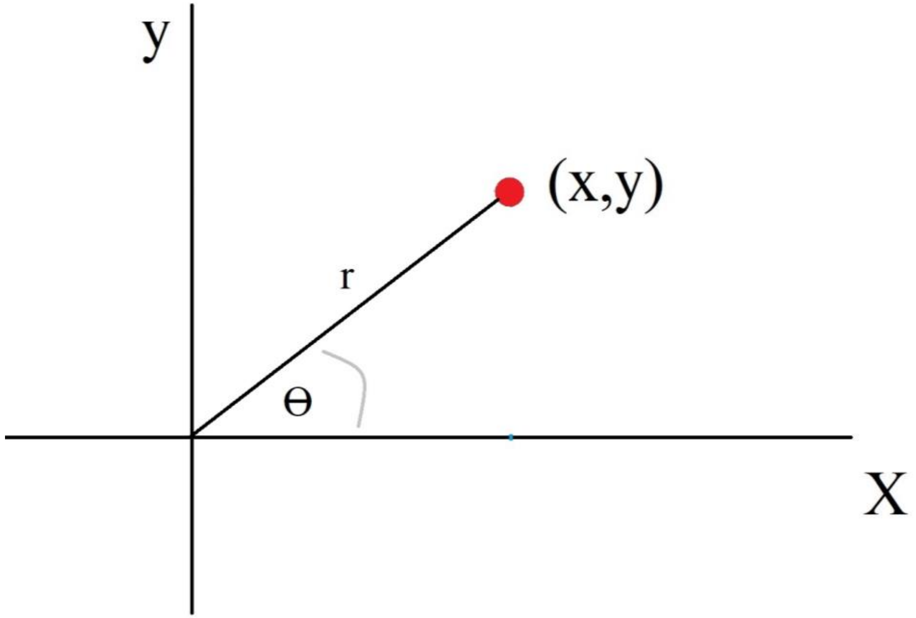


Figura 2. Sistema de coordenadas polares, las cuales se definen a partir de (r, θ).

COORDENADAS POLARES

Relacionando las coordenadas polares con las rectangulares tenemos que:

$$x = r\cos\theta$$
$$y = r\ \sin\theta$$

En el otro sentido:

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$
$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

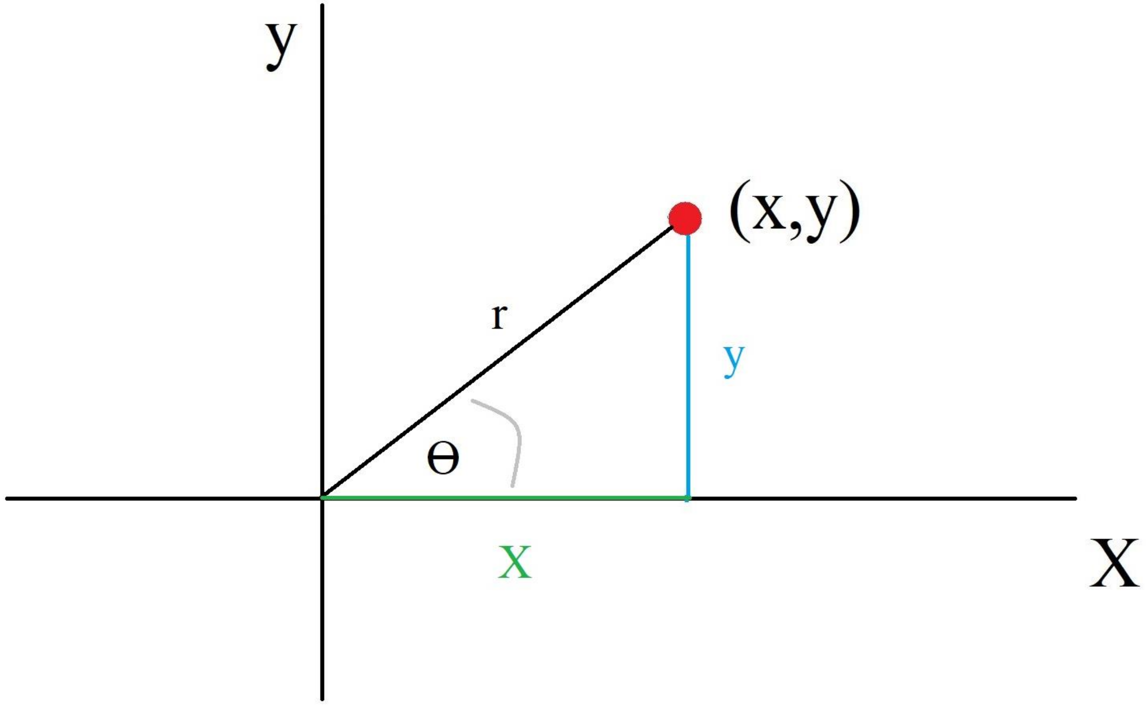


Figura 3. Representación entre coordenadas polares y rectangulares.

Problema 23:

¿Cuales son las coordenadas polares del punto (2,4) y (-2,4)?

Sol.:

El modulo de cada uno de los puntos es:

$$r_1 = \sqrt{2^2 + 4^2}$$
$$= \sqrt{20}$$
$$r_2 = \sqrt{2^2 + (-4)^2}$$
$$= \sqrt{20}$$

Para el ángulo $\theta_1\ y\ \theta_2$:

$$\tan\theta_1 = \frac{4}{2}$$
$$\theta_1 = \tan^{-1}(2)$$
$$\theta_1 = 63{,}43°$$
$$\theta_2 = -63{,}43°$$

VECTORES Y ESCALARES

Si tengo que llegar a algún lugar nuevo, ¿Me basta solo con decir a que distancia queda el lugar?

La respuesta es no, algunas cantidades físicas necesitan más información para quedar determinadas.

Magnitud escalar

" Una cantidad escalar se especifica por completo mediante un valor único con una unidad adecuada y no tiene dirección".

Algunas cantidades escalares son: la distancia, la rapidez, la temperatura, el área y el volumen.

MAGNITUDES VECTORIALES

Cuando nos preguntan cómo llegar a algún lugar, por lo general, damos indicaciones en las cuales indicamos direcciones y sentidos en que debe caminar una persona.

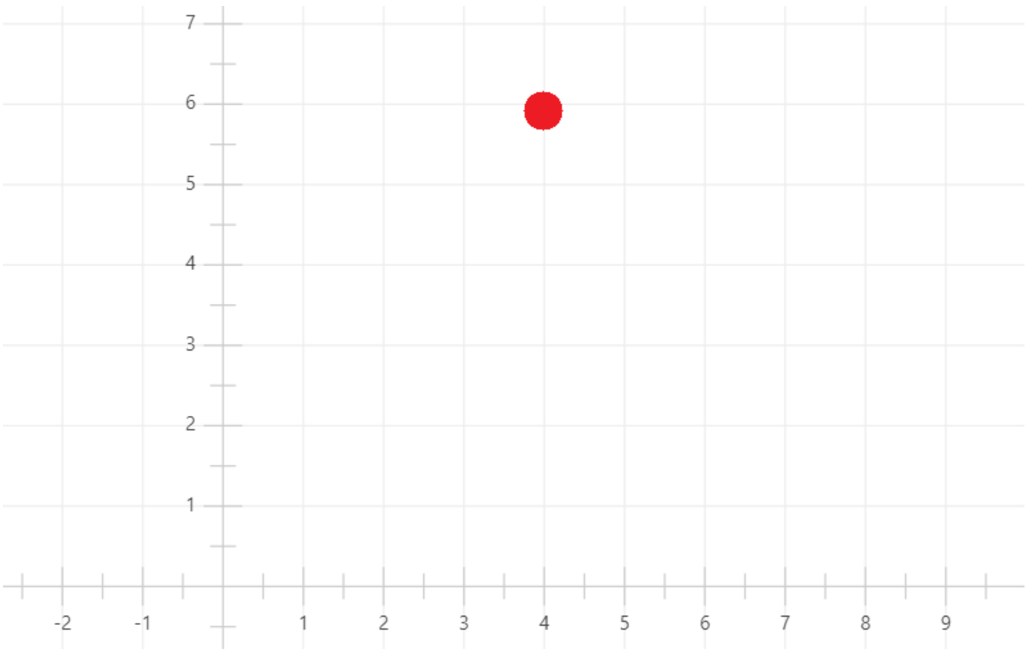
Magnitud vectorial

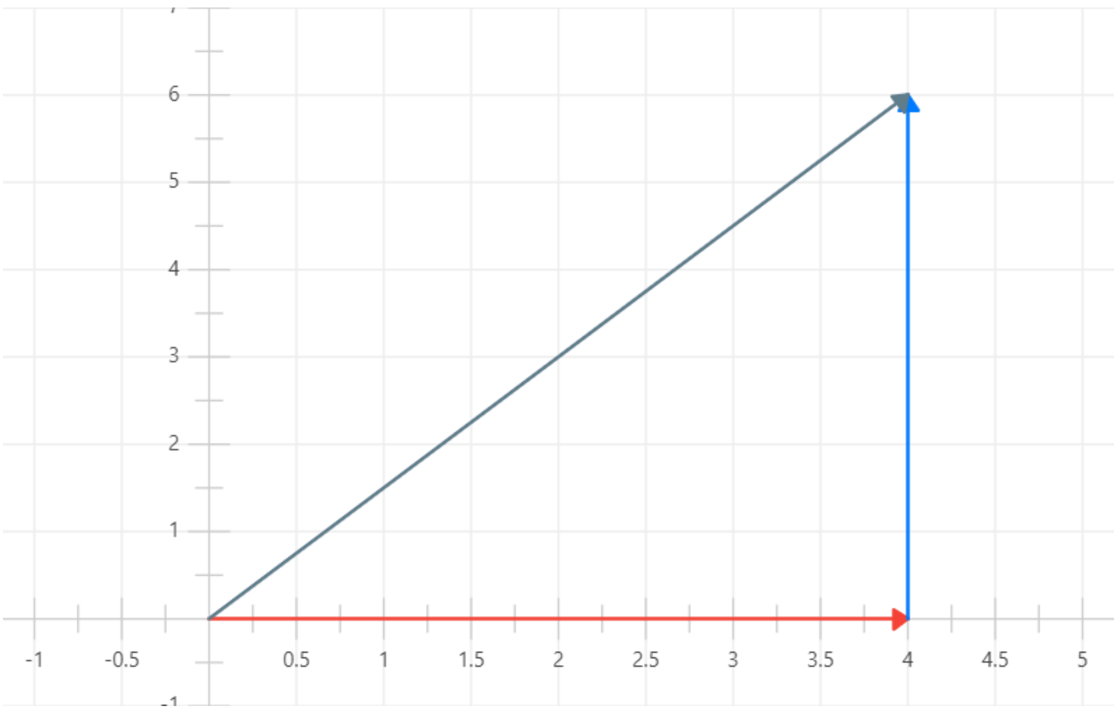
“ Una cantidad vectorial se especifica por completo mediante un número y unidades apropiadas más una dirección”.

Algunas cantidades vectoriales son: el desplazamiento, la velocidad, la fuerza y el campo eléctrico.

Problema 24:

Supongamos que tenemos que llegar a la coordenada (4,6) desde el origen. ¿Cuál sería la magnitud del desplazamiento de mi movimiento una vez llegue al destino?

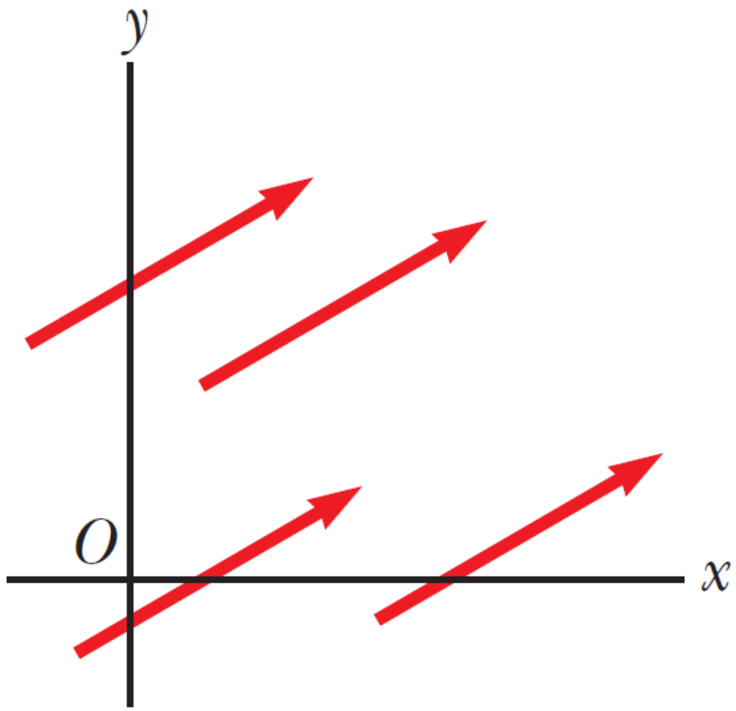




PROPIEDADES DE LOS VECTORES

Para saber si dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ son iguales se debe cumplir que:

- Los vectores tienen la misma magnitud.
- Los vectores apuntan en la misma dirección.



PROPIEDADES DE LOS VECTORES

Hay dos métodos para solucionar el problema $\vec{A}+\vec{B}=\vec{C}$, comencemos con el primero de ellos, que es el método gráfico.

El método gráfico consiste en:

- Dibujar el primer vector.

- Desde la punta del primer vector dibuja el vector que le quieres sumar.

- Luego, une el punto de partida del primer vector con la punta del segundo.

Problema 25:

Sume gráficamente los vectores $\vec{A} = (1,3)$ y $\vec{B} = (2,0)$. Demuestre que es conmutativa la suma.

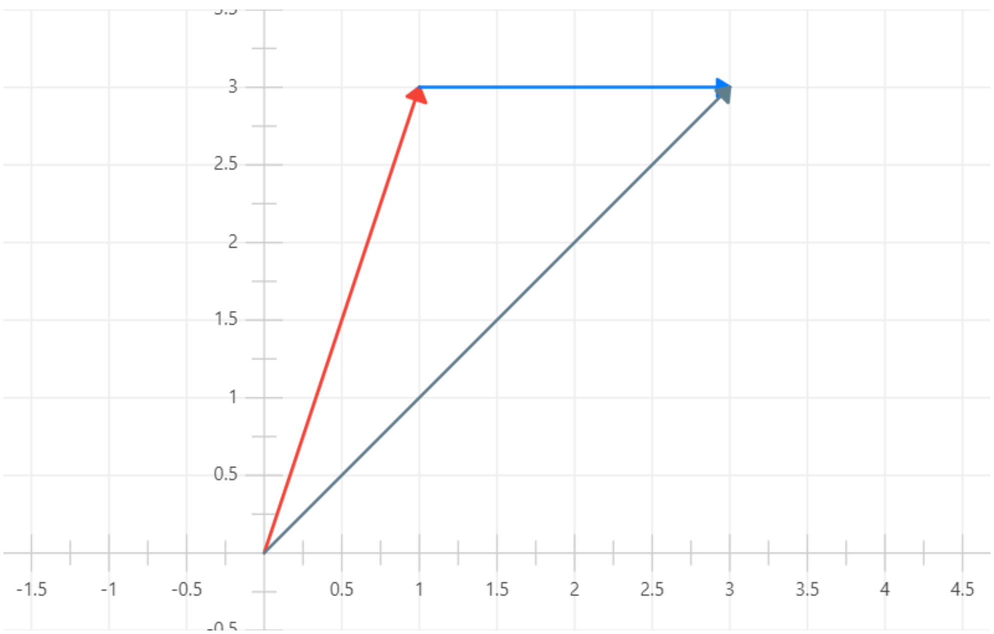


Figura 4. Suma de $\vec{A} + \vec{B}$.

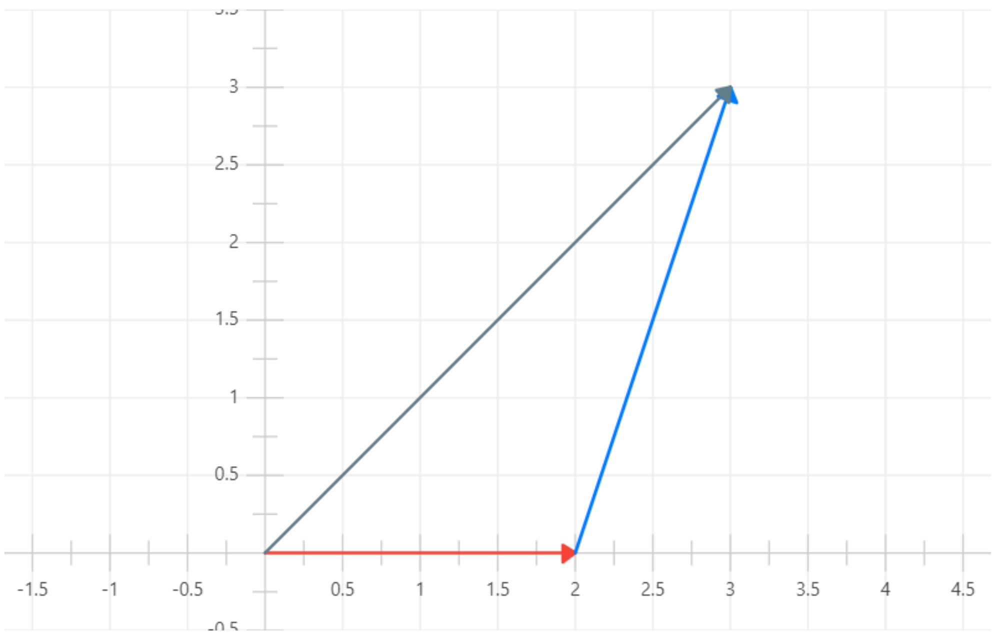


Figura 5. Suma de $\vec{B} + \vec{A}$.

PROPIEDADES DE VECTORES

Los vectores respetan la asociatividad de la suma:

$$\begin{aligned} \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} &= \vec{A} + \left(\vec{B} + \vec{C}\right) \\ &= \overrightarrow{(\vec{A} + \vec{B})} + \vec{C} \\ &= \vec{B} + \left(\vec{A} + \vec{C}\right) \end{aligned}$$

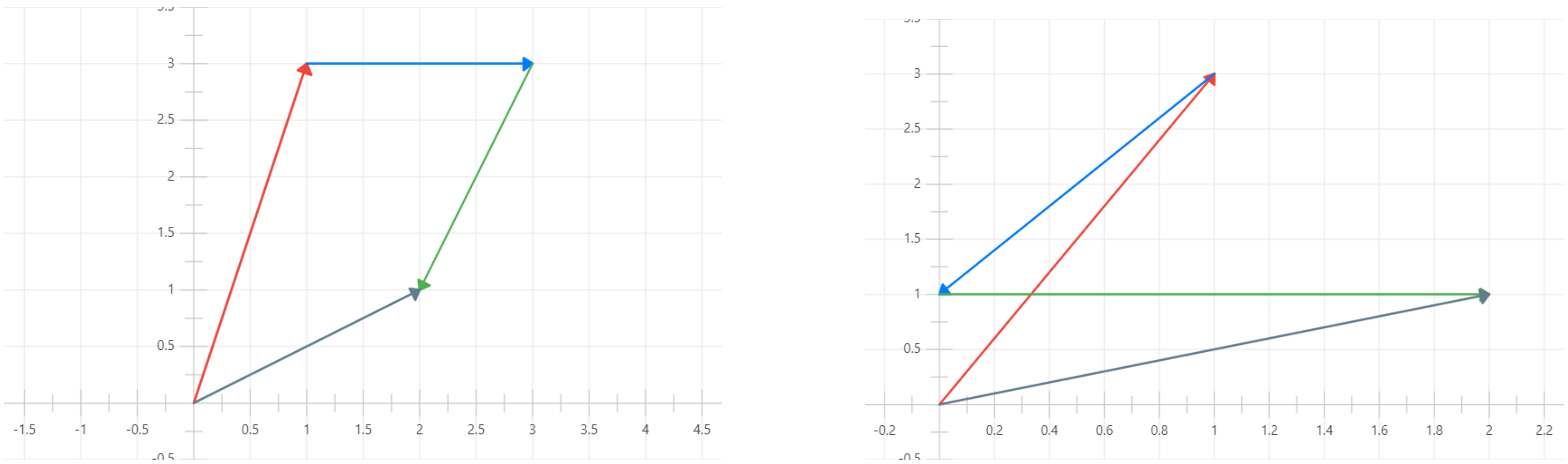


Figura 6. Ejemplo asociatividad de la suma.

PROPIEDADES DE VECTORES

Se define como el negativo de un vector $\vec{A}$ aquel que al sumarlo con $\vec{A}$ resulta en $\vec{0}$.

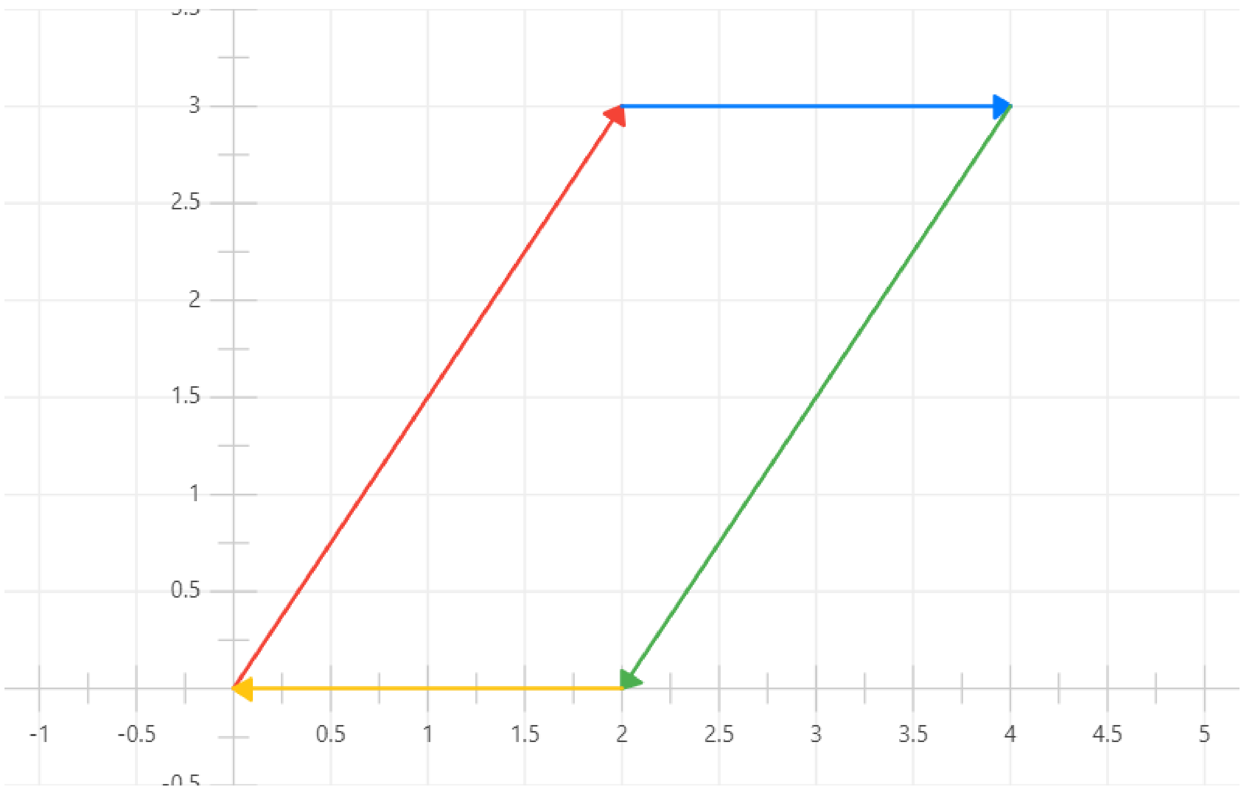


Figura 7. Vectores con sus respectivos negativos.

PROPIEDADES DE VECTORES

La resta de sectores se entiende de la misma forma que la suma de vectores, pero esta vez se toma el negativo del vector en la operación.

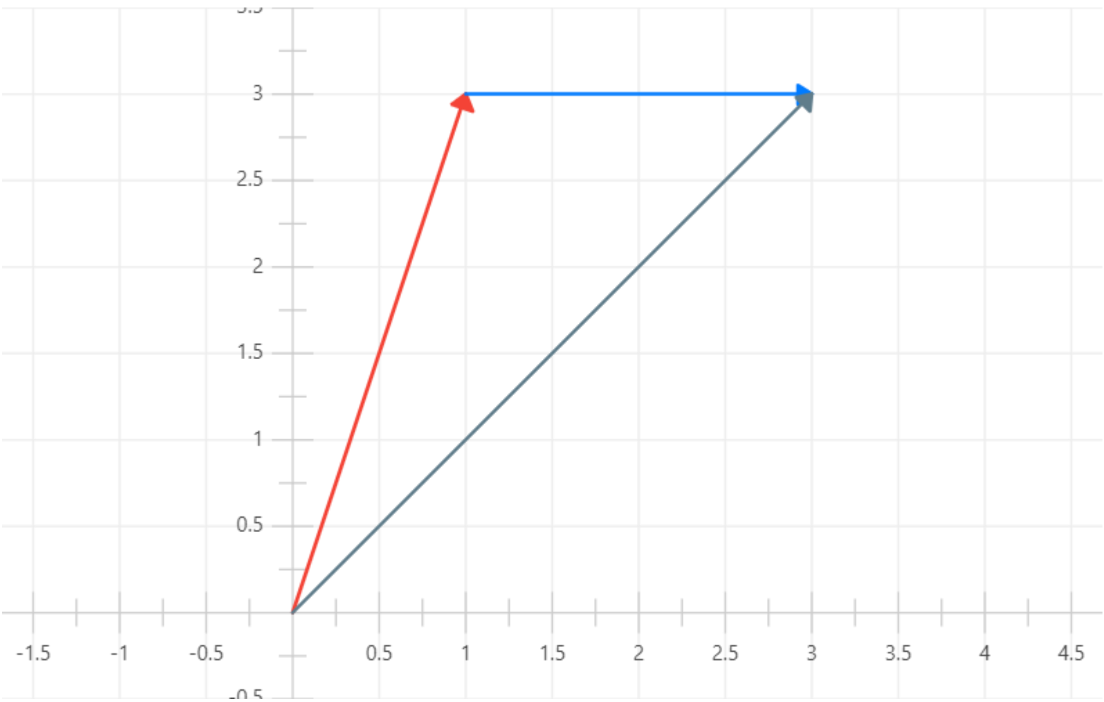


Figura 8. Representación de la suma y resta entre vectores.

PROPIEDADES DE VECTORES

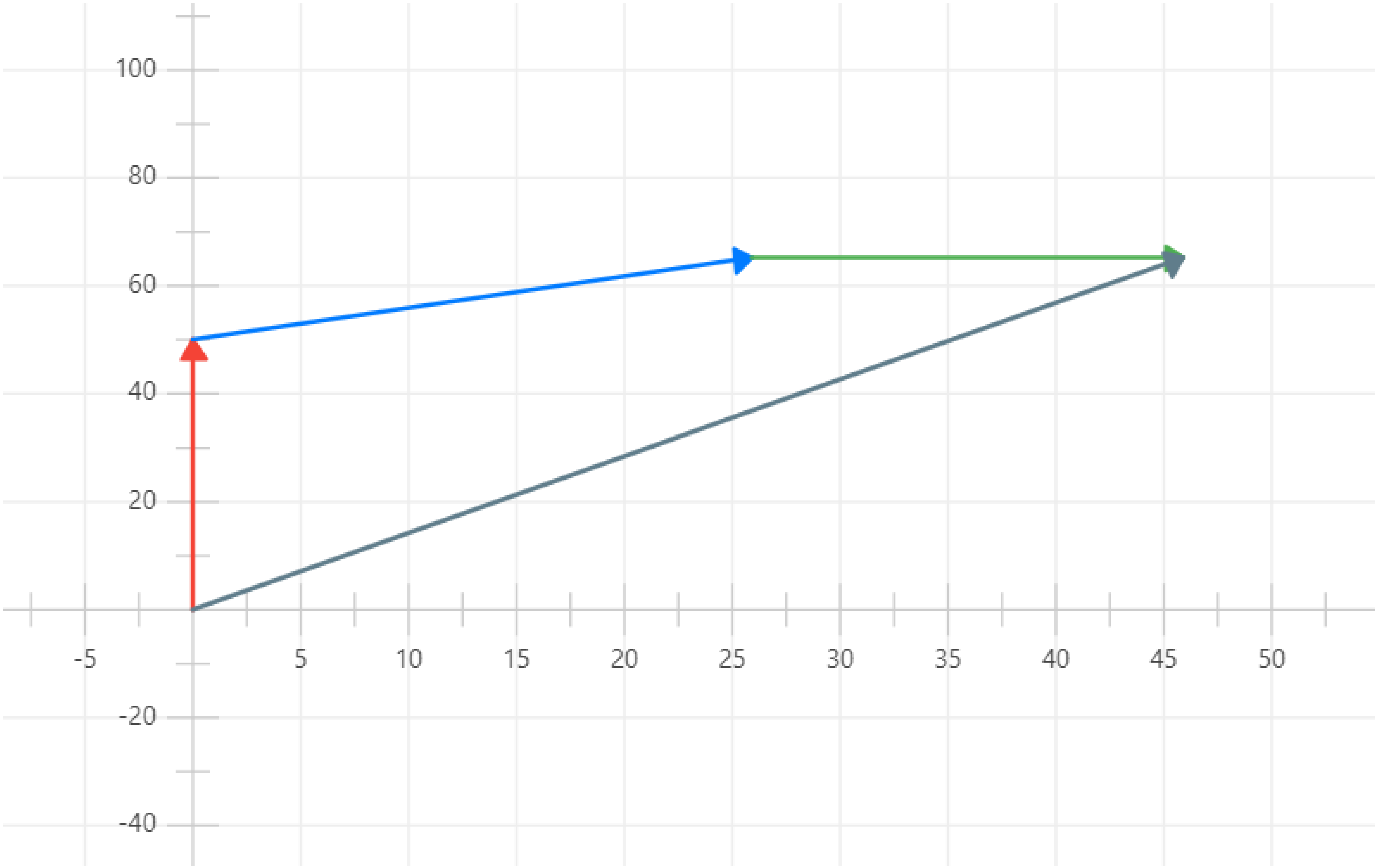
Problema 26:

En el afán de encontrar un raro tipo de libro, el profesor hace el siguiente viaje:

- Avanza 50 metros en dirección Norte desde su casa.
- Luego, avanza 30 metros en una dirección de 30° Noreste.
- Finalmente, avanza 20 metros en dirección Este.

Describa el viaja del profesor en busca del libro mediante vectores, calcule además el desplazamiento.

PROPIEDADES DE VECTORES



PROPIEDADES DE VECTORES

La operación de ponderación por un escalar se dine como:

$$\vec{A} = \lambda\vec{B}$$

Con $\lambda \in \mathbb{R}$

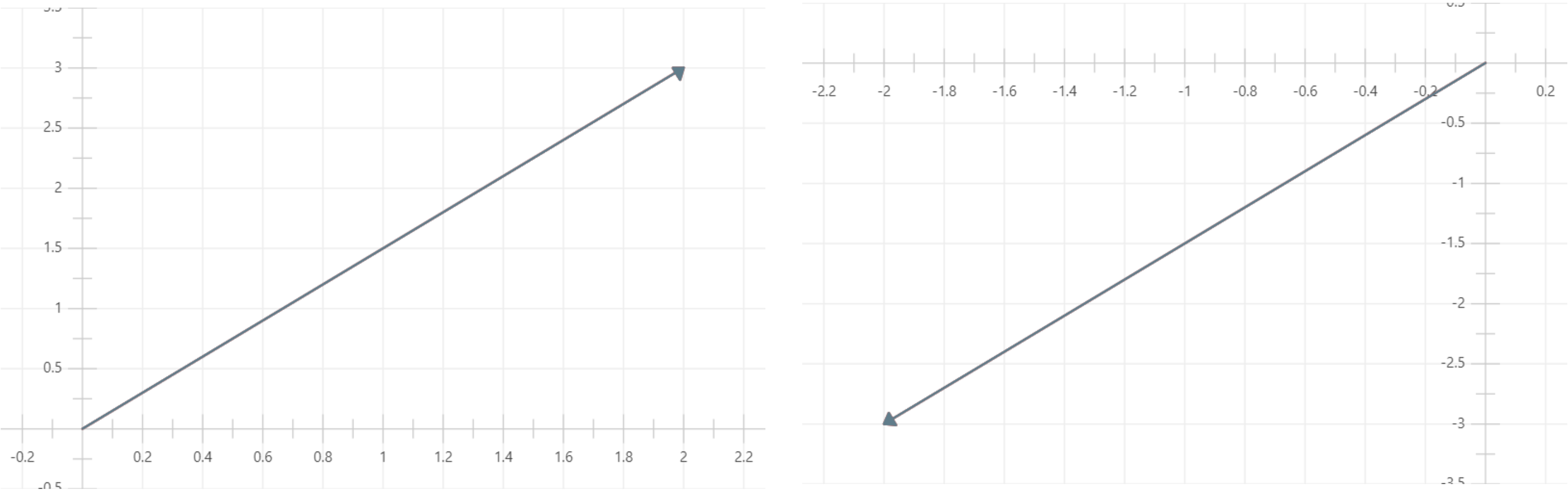


Figura 9. Representación de la ponderación por un escalar.

DESCOMPOSICIÓN DE VECTORES

Un segundo método de operar con los vectores es descomponerlos en sus coordenadas rectangulares, y luego realizas las operaciones que necesitemos con ellos.

Matemáticamente implica que el valor de la coordenada es el siguiente:

$$A_x = A\cos\theta$$
$$A_y = A\sin\theta$$
$$\theta^{-1} = \tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$$

O si tenemos $\vec{A} = (A_x, A_y)$, simplemente se utiliza la coordenada del par ordenado.

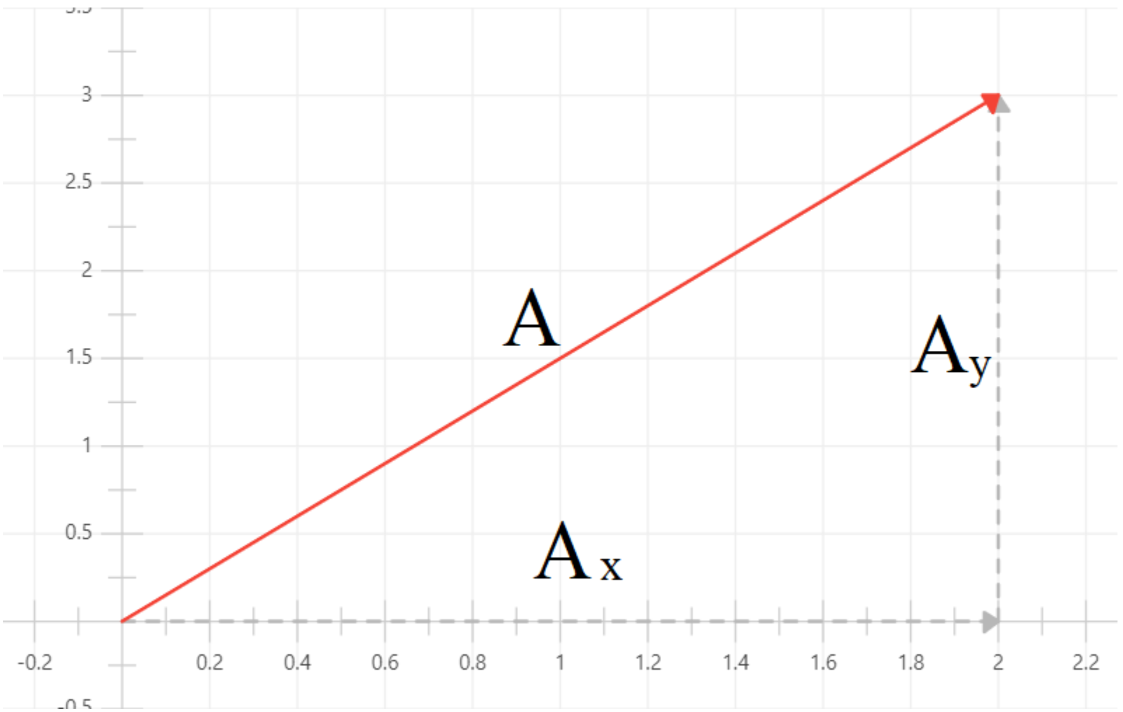


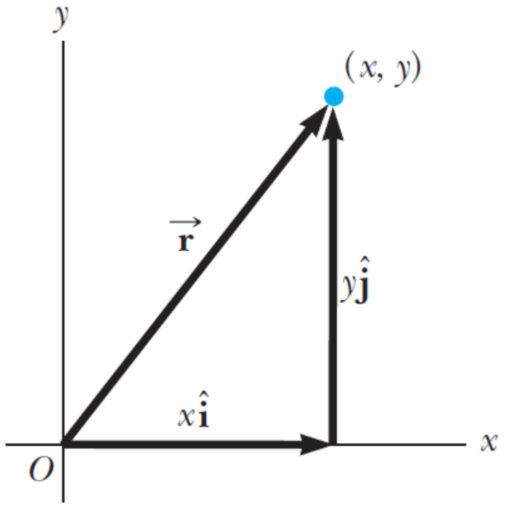
Figura 10. Representación de la ponderación por un escalar.

VECTORES UNITARIOS

En general, para expresar un vector en sus coordenadas usamos unos vectores que se llaman vectores unitarios. ¿Qué es lo que son?

Vectores Unitarios

"Un Vector unitario es un vector sin dimensiones que tiene una magnitud de exactamente 1"



El vector $\vec{r} = (x, y)$ se puede representar utilizando vectores unitarios de la siguiente forma:

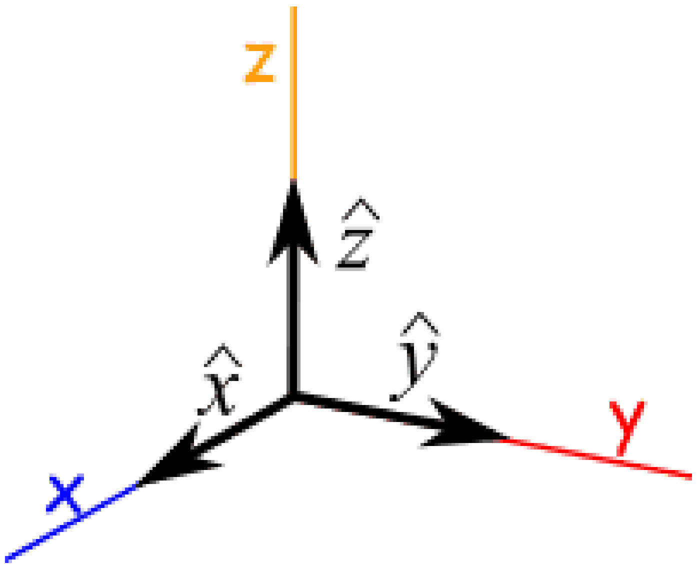
$$\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath}$$

VECTORES UNITARIOS

Como bien definimos, un vector unitario tiene módulo igual a 1.
Por lo tanto, sea el vector $\vec{r}$ un vector no unitario y queremos que lo sea, hacemos lo siguiente:

- Calculamos el módulo de $\vec{r}$.
- Dividimos el vector por su módulo.

Para fines del curso, muchas veces vamos a usar los vectores unitarios $\hat{x}, \hat{y}$ y $\hat{z}$, como aquellos vectores que generan los ejes coordenados usuales.

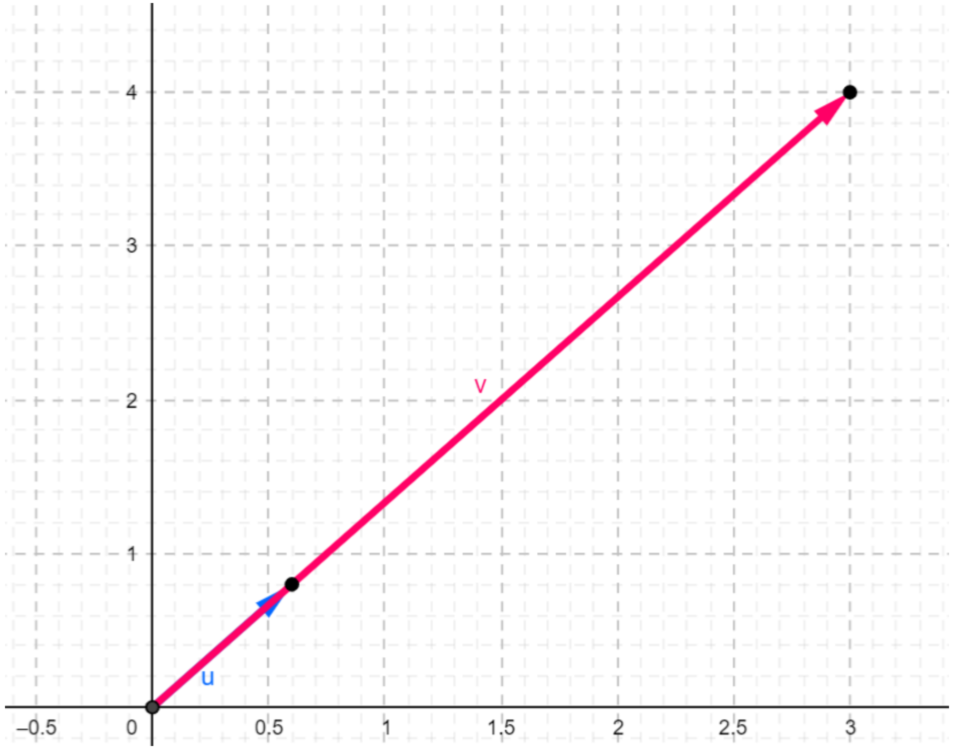


Problema 27:

Sea $\vec{r} = (3,4)$, escriba el vector unitario asociado al vector. Represente gráficamente el resultado.

Sol. :

El vector unitario es $\hat{r} = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$

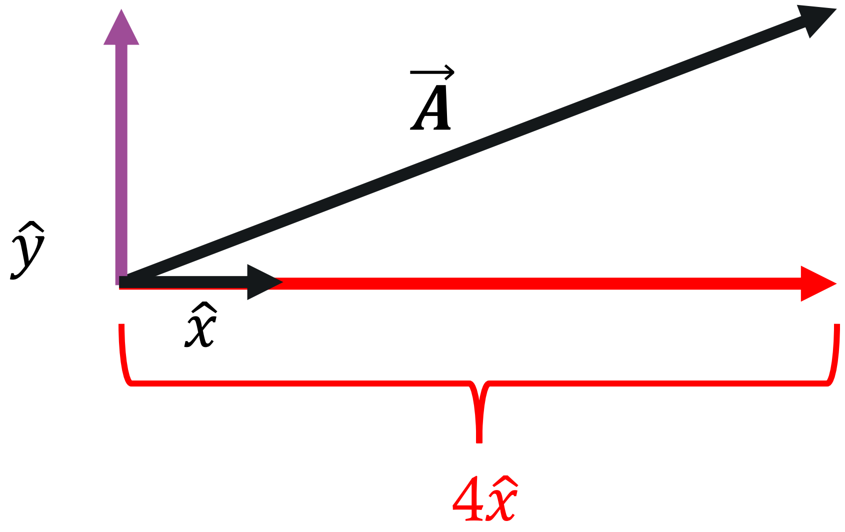


PROPIEDADES DE VECTORES

La utilidad de los vectores unitarios es que nos permiten representar de una manera más sencilla las operaciones entre vectores.

Consideremos el vector $\vec{A} = (4{,}2)$, este vector se puede representar utilizando los vectores unitarios de la siguiente forma:

$$\vec{A} = 4\,\hat{x} + 2\,\hat{y}$$



PROPIEDADES DE VECTORES

Lo anterior, nos permite escribir lo siguiente

$$\begin{aligned}\vec{A} &= (A_x, A_y) \\ &= A_x\hat{x} + A_y\hat{y}\end{aligned}$$

Debido a lo anterior, las operaciones de suma, resta y ponderación por escalar quedan definidas en base al algebra elemental.

Problema 27:

Sean $\vec{A} = 3\hat{x} + 2\hat{y}$, $\vec{B} = 14\hat{x} - 22\hat{y}$ y $\vec{C} = -27\hat{x} - 13\hat{y}$.

Realice las siguientes operaciones:

- $\vec{A} + \vec{B} - \vec{C}$
- $3\vec{A} - 2\vec{B}$
- Calcule el módulo de $\vec{A} + \vec{B}$