Guía 04 Física 1
Programa de Bachillerato

Equipo docente de Física

26 de octubre de 2023

Considere los siguientes ejercicios como un complemento de lo realizado en clases y ayudantía. Para una mayor gama de ejercicios, se recomienda revisar los ejercicios que se encuentran en los capítulos 7 y 8 del libro Física para ciencias e ingeniería de Serway.

1. Trabajo

1. Una fuerza $\vec{F} = (6\hat{i} - 2\hat{j})\ (N)$ actúa en una partícula que experimenta un desplazamiento $\Delta\vec{r} = (6\hat{i} - 2\hat{j})\ (m)$. Determinar el trabajo invertido por la fuerza en la partícula y el ángulo entre $\vec{F}$ y $\Delta\vec{r}$.

1.1. Solución

Para calcular el trabajo que realiza esta fuerza, vamos a utilizar el producto escalar:

$$
\begin{aligned}
W &= \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} \\
W &= (6\hat{i} - 2\hat{j}) \cdot (6\hat{i} - 2\hat{j}) \\
W &= (6\hat{i} \cdot 6\hat{i}) + (-2\hat{j} \cdot -2\hat{j}) \\
w &= (36 + 4)\ (J) \\
W &= 40(J)
\end{aligned}
$$

El trabajo realizado por esta fuerza es de 40 J.

Como se pide el ángulo que forman ambos vectores, vamos a recurrir a la definición de producto escalar:

$$\vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F\ \Delta r\ cos(\theta) \tag{1}$$

Para poder usar esta ecuación vamos a calcular el módulo de los dos vectores:

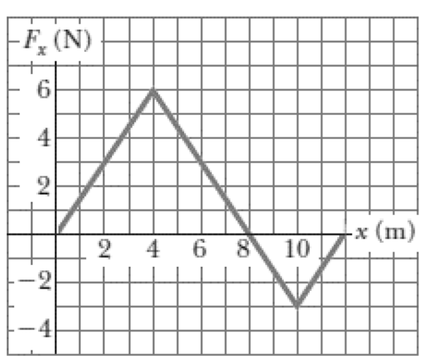
$$
\begin{aligned}
F &= \sqrt{6^2 + (-2)^2} = \sqrt{40} = 6{,}3(N) \\
\Delta r &= \sqrt{6^2 + (-2)^2} = \sqrt{40} = 6{,}3(N)
\end{aligned}
$$

Reemplazando en la ecuación del trabajo:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F\ \Delta r\ cos(\theta)$$
$$\frac{W}{F\ \Delta r} = cos(\theta)$$
$$\theta = arccos\Big(\frac{W}{F\ \Delta r}\Big)$$
$$\theta = arccos\Big(\frac{40J}{40J}\Big)$$
$$\theta = 0°$$

Es decir, los vectores son paralelos.

2. Considere una fuerza que actúa en una partícula $F_x = (8x - 16)\ N$, donde x está en metros.
   a) Grafique esta fuerza respecto a x desde $x = 0$ hasta $x = 3\ m$.
   b) A partir de su gráfica encuentre el trabajo neto realizado por esta fuerza sobre la partícula conforme se traslada de $x = 0$ a $x = 3$.
3. Una fuerza $\vec{F} = (4\hat{i} + 3\hat{j})\ N$ actúa sobre un objeto mientras este se mueve en la dirección x desde el origen hasta $x = 5\ m$. Encuentre el trabajo $W = \int \vec{F} d\vec{r}$ invertido por la fuerza sobre el objeto.
4. Una fuerza $\vec{F}(x) = (\alpha \frac{x}{L^2} + \beta \frac{x^2}{L2})\hat{x}\ N$ actúa sobre un objeto mientras este se mueve en la dirección x desde el origen hasta $x_f = 5\ m$. Encuentre el trabajo $W = \int \vec{F} d\vec{r}$ invertido por la fuerza sobre el objeto.
5. Una fuerza $\vec{F}(y) = (\alpha \frac{\ln(x)}{L^2} + \beta \frac{\ln(\sin x^2)}{L2})\hat{y}\ N$ actúa sobre un objeto mientras este se mueve en la dirección x desde el origen hasta $x_f = 5\ m$. Encuentre el trabajo $W = \int \vec{F} d\vec{r}$ invertido por la fuerza sobre el objeto.
6. La fuerza que actúa sobre una partícula varía como se muestra en la figura. Encuentre el trabajo invertido por la fuerza en la partícula conforme se mueve
   a) de $x = 0$ hasta $x = 8\ m.$.
   b) de $x = 8$ hasta $x = 10\ m.$.
   c) de $x = 0$ hasta $x = 10\ m.$.



2. Teorema de Trabajo y Energía cinética

7. Una sola fuerza constante $\vec{F} = (3\hat{\imath} + 5\hat{\jmath})\ N$ actúa sobre una partícula de 4kg.

   a) Calcule el trabajo efectuado por esta fuerza si la partícula se mueve desde el origen hasta un punto cuyo vector de posición es $\vec{r} = (2\hat{\imath} - 3\hat{\jmath})\ m$. ¿Este resultado depende de la trayectoria? Explicar.

   b) ¿Cuál es la rapidez de la partícula en $\vec{r}$ si su rapidez en el origen es $4\ m/s$

   c) ¿Cuál es el cambio de energía cinética de la partícula?

2.1. Solución

a) El trabajo realizado por la fuerza constante se calcula utilizando el producto escalar:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$$
$$W = (3\hat{\imath} + 5\hat{\jmath}) \cdot (2\hat{\imath} - 3\hat{\jmath})$$
$$W = 6 - 15 = -9J$$

El resultado no depende de la trayectoria puesto que la fuerza F es conservativa. Para demostrar que $\vec{F}$ es conservativa, podemos ver que si realizamos una trayectoria cerrada ($\oint$) sobre un desplazamiento $d\vec{r} = dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath}$ tendremos que el trabajo es

$$W = \oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = \oint (F_x dx + F_y dy)$$

Dado que F_x y F_y son constantes, podemos separar la suma de integrales y cada una de ellas será nula por ser integrales cerradas.

$$W = \oint F_x dx + \oint F_y dy = 0$$

Por lo tanto, F es una fuerza conservativa.

b) Considerando el teorema de trabajo - energía cinética, y considerando que $\vec{F}$ es la única fuerza que realiza trabajo sobre el cuerpo, se tiene

$$W_N = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

En este caso, el trabajo neto es $W_N = -9J$, la rapidez inicial de la partícula es $4m/s$, por lo que su rapidez cuando llegue a $\vec{r}$ es

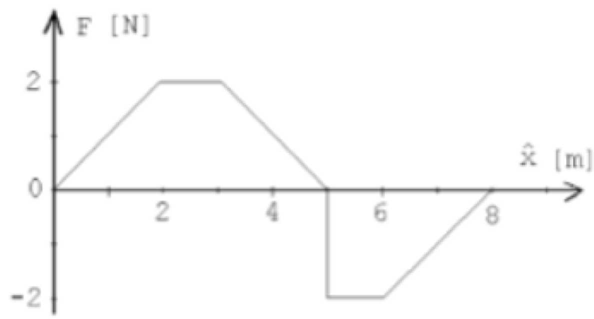
$$\frac{1}{2}mv_f^2 = W_N + \frac{1}{2}mv_i^2$$
$$v_f = \sqrt{\frac{2W_N}{m} + v_i^2} = \sqrt{\frac{2 \cdot (-9)}{4} + 4^2} = 3{,}4\ m/s$$

c) Según el teorema, $W_N = \Delta K$, el cambio en la energía cinética es igual al trabajo neto, es decir, -9 J.

8. Sobre una partícula de masa $m = 0,25\ kg$ que se mueve a lo largo del eje $\vec{x}$, actúa una fuerza $\vec{F} = F(x)\hat{x}$ donde la magnitud $F(x)$ depende de x del modo indicado en la figura.

    a) Determina el trabajo realizado por esta fuerza sobre la partícula si ella se traslada desde $x = 0$ hasta $x = 3\ m$..

    b) Si la partícula en el instante $t = 0$ se encuentra en reposo en $x = 2\ m$ ¿Qué velocidad tendrá al llegar a $x = 6\ m$?



9. Un mueble de 40 kg que se encuentra inicialmente en reposo, se empuja con una fuerza de 130 N, desplazándolo en línea recta una distancia de 5 m a lo largo de un piso horizontal de coeficiente de roce 0.3.

    a) Calcular el trabajo de la fuerza aplicada

    b) Calcular el trabajo del roce

    c) Calcular la variación de energía cinética

    d) La rapidez final del mueble

10. Considere un cuerpo de masa m que entra a una superficie horizontal con roce con una velocidad $\vec{v} = v_0\hat{x}$. El coeficiente de roce cinético con la superficie es μ_k.

    a) Determine el trabajo de la fuerza de roce hasta que se detiene por completo, utilizando el teorema de trabajo - energía cinética.

    b) Determine el trabajo de la fuerza de roce hasta que se detiene por completo, sin utilizar el teorema de trabajo - energía cinética.