Control 04

Física 1

Fecha: 30 de octubre de 2023 **Equipo docente de física**

Nombre del Alumno:

CONSIDERACIONES IMPORTANTES

- Sus resultados deben estar expresados en términos de las variables algebraicas apropiadas. El resultado numérico, si corresponde, debe ser evaluado **al final** del ejercicio. **Cualquier reemplazo numérico durante el desarrollo no será considerado durante la revisión.**
- Todo desarrollo debe estar debidamente explicado, redactado y justificado. **Desarrollos sin justificación no serán considerados durante la revisión.**
- El desarrollo debe estar ordenado y legible. Recuerde que éste también se evalúa.
- Está estrictamente prohibido el uso de celulares durante la prueba o cualquier otro dispositivo electrónico.
- Coloque su nombre en cada hoja que entregue.

SOBRE SITUACIONES DE COPIA Y/O PLAGIO

- En caso de detectar casos de copia y/o plagio, el profesor de la sección afectada dará a conocer los antecedentes de cada caso al equipo docente, que los analizará y tomará las medidas que correspondan, las que pueden llegar a la solicitud de un sumario administrativo formal a la autoridad que corresponda.

Pregunta teórica

¿Cuál es el valor del trabajo que realiza la fuerza centrífuga en un Movimiento circular uniforme?
La fuerza centrífuga no realiza trabajo en el sentido físico de transferir energía al objeto. La razón es que la dirección de esta fuerza siempre es perpendicular al desplazamiento del objeto en un movimiento circular uniforme.

Problema 1

Un cuerpo de masa m se encuentra en reposo sobre una superficie plana rugosa con coeficiente de roce estático μ_s y cinético μ_k. En tiempo $t = 0$ se comienza a aplicar una fuerza $F_1(t)$ creciente, que se aplica hasta el instante de tiempo donde la masa m comienza su movimiento.
Cuando m sale de su estado de reposo y comienza a deslizar, se "apaga" la fuerza F_1 e inmediatamente comienza a aplicarse una fuerza $F_2(x) = \beta x + F_0$, donde $F_0 = \mu_s mg$ y β es una constante de proporcionalidad medida en (N/m). Considere que el cuerpo se desplaza una cantidad L (m) durante todo este proceso.

a) Determine el trabajo que realiza la fuerza F_1, justificando su respuesta.

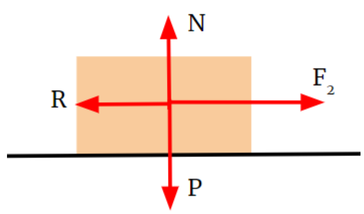
b) Determine el trabajo que realizan las fuerzas F_2 y la fuerza de roce sobre el cuerpo.

Recuerde realizar un análisis dimensional de sus respuestas

SOLUCIÓN

a) El trabajo que realiza la fuerza F_1 es nulo, pues el cuerpo se encuentra en reposo, por lo que no existe desplazamiento.

$$W_{F1} = 0$$



b) Definimos el sistema de referencia con el origen sobre la masa m cuando esta se encuentra en reposo, y el eje $\hat{x}$ apuntando en la misma dirección que la fuerza F_2. La fuerza $F_2(x)$ es variable en el espacio, por lo que el trabajo se debe calcular con la integral desde la posición $x = 0$ hasta $x = L$:

$$W_{F2} = \int_0^L F_2(x)\hat{x} \cdot dx\hat{x}$$
$$W_{F2} = \int_0^L F_2(x)dx$$
$$W_{F2} = \int_0^L (\beta x + \mu_s mg)dx$$
$$W_{F2} = \beta \frac{L^2}{2} + \mu_s mgL$$

Por lo tanto, el trabajo de la fuerza F_2 en un desplazamiento de L (m) es $\beta \frac{L^2}{2} + \mu_s mgL$ (J).

Por otra parte, la fuerza de roce cinético es $\vec{R} = -\mu_k N\hat{x}$, donde $N = mg$ según la ecuación de Newton asociada al eje vertical en la figura. Por lo tanto el trabajo de la fuerza de roce se puede calcular como el producto escalar entre la fuerza y el desplazamiento:

$$W_R = \vec{R} \cdot (L-0)\hat{x}$$
$$W_R = (-\mu_k mg)\hat{x} \cdot L\hat{x}$$
$$W_R = -\mu_k mgL$$

Por lo tanto, el trabajo que realiza el roce es negativo y tiene un valor igual a $-\mu_k mgL$ (J).

Análisis dimensional:

Considerando que las unidades de medida de los datos del problema son $[mg] = N$, $[L] = m$, $[\beta] = N/m$ y que los coeficientes de roce son adimensionales, se tiene que los trabajos calculados tienen magnitud de energía, es decir, su unidad de medida en el SI es el Joule.

$$W_{F2} = \beta\frac{L^2}{2} + \mu_s mgL$$
$$[W_{F2}] = \frac{N}{m} \cdot m^2 + Nm$$
$$[W_{F2}] = Nm + Nm$$
$$[W_{F2}] = Nm = J$$

$$W_R = -\mu_k mgL$$
$$W_R = Nm = J$$

Problema 2

Un robot de masa m, que se encuentra inmerso en un campo gravitatorio constante $-g\hat{y}$, debe moverse rápidamente antes de sobrecargase producto de las altas temperaturas. El robot se encuentra en una posición inicial $\vec{x_i}$ y final $\vec{x_f}$, las cuales son:

$$\vec{x_i} = (3\hat{x} + 3\hat{y})$$

$$\vec{x_f} = (6\hat{x} - \hat{y})$$

El robot tiene 3 posibles camino como se muestra en la figura. Encuentre el trabajo realizado por la gravedad a lo largo de cada uno de los caminos.

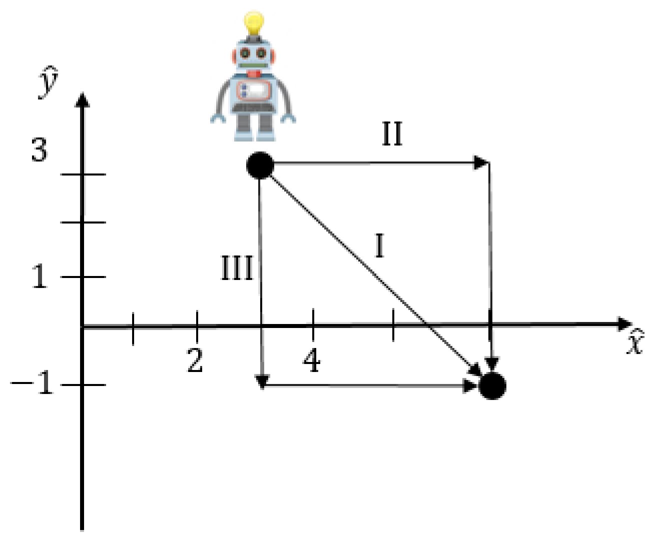


Figura 1: Representación del problema 2.

SOLUCIÓN

Este problema se resuelve solamente utilizando la definición del trabajo como producto punto.

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{x}$$

La fuerza en este caso, corresponde al peso del robot, siendo ésta de $\vec{F} = -mg\hat{y}$. Luego, debemos calcular el trabajo W realizado por el peso en los caminos que nos indican. Para el camino I, el más directo, tenemos que

$$W = -mg\hat{y} \cdot [(6\hat{x} - \hat{y}) - (3\hat{x} + 3\hat{y})]$$

$$W = -mg\hat{y} \cdot [3\hat{x} - 4\hat{y}]$$

Recordando que: Si la fuerza se aplica perpendicularmente al desplazamiento del cuerpo, entonces no hay trabajo realizado. Esto proviene de $\hat{x} \cdot \hat{y} = \hat{y} \cdot \hat{x} = 0$. De la misma manera, si la fuerza va en el mismo sentido que el desplazamiento, entonces el trabajo realizado es máximo, es decir, $\hat{x} \cdot \hat{x} = \hat{y} \cdot \hat{y} = 1$. Por consiguiente

$$W = -mg\hat{y} \cdot 3\hat{x} - mg\hat{y} \cdot 4\hat{y}$$

$$W = 4mg$$

Para el camino II vemos que se divide en dos tramos. El primero es un desplazamiento a lo largo del eje de las abscisa, por ende, no realiza trabajo (la fuerza peso actúa perpendicularmente al desplazamiento. Luego, el siguiente tramo sí emplea trabajo. Sin embargo, debemos ser cautelosos al momento de escribir el desplazamiento, pues la posición inicial cambió.

$$W = -mg\hat{y} \cdot [(6\hat{x} - \hat{y}) - (6\hat{x} + 3\hat{y})]$$

$$W = -mg\hat{y} \cdot [-4\hat{y}]$$
$$W = 4mg$$

Finalmente, para el último camino III, al igual que el anterior, también se divide en dos. Del mismo análisis anterior, la primera parte del camino produce trabajo, ya que, el desplazamiento ocurre en el eje de las ordenadas al igual que la acción del peso. Mientras que, el segundo tramo no emplea trabajo. Nuevamente ser cautelosos con las posiciones inicial y final. Luego,

$$W = -mg\hat{y} \cdot [(3\hat{x} - \hat{y}) - (3\hat{x} + 3\hat{y})]$$
$$W = -mg\hat{y} \cdot [-4\hat{y}]$$
$$W = 4mg$$

Por lo tanto, da igual el camino que recorra el robot bajo la acción de la fuerza de gravedad. Esto sucede pues, la fuerza de gravedad es una fuerza conservativa, es decir, conserva la energía del sistema y sólo depende del punto final e inicial del trayecto.