Primera Guía de Ejercicios

Matemáticas II. Semestre Primavera 2010

1. Encuentre el máximo dominio D para que cada función $f : D \to \mathbb{R}$ sea diferenciable en D y calcule sus derivadas en cada caso.

   1. $f(x) = \frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{x-1}$ 2. $f(x) = \frac{3x+5}{5x-3}$ 3. $f(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$

   4. $f(x) = tan(x) - x^{-3}$ 5. $f(x) = \frac{xsenx}{1-cosx}$ 6. $f(x) = \frac{senx}{tanx}$

   7. $f(x) = \frac{2sen(x)cos(x)}{x}$ 8. $f(x) = \frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{x}$ 9. $f(x) = \frac{12-2x}{3}$

   10. $f(t) = \frac{tsen(t)}{t^2} + 3t^5$ 11. $f(x) = \frac{x^2-4}{x^3+8}$ 12. $f(x) = |x|$

   13. $f(x) = \frac{2sen(x)cos(x)}{cos(x)-sen(x)}$ 14. $f(x) = \frac{sen(x)-2sen(x)cos(x)}{x}$

   15. $f(x) = \frac{sen(x+\alpha)-sen(\alpha)}{x}$ $\alpha \in \mathbb{R}$, fijo 16. $f(x) = \frac{tan(x)}{2x-sen(x)}$

2. Estudie la diferenciabilidad de cada función $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{sen(x)}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} |x-3| & \text{si } x \neq 3 \\ 0 & \text{si } x = 3 \end{cases}$$

3. Derive las siguientes funciones $f : D \to \mathbb{R}$ (en los dominios D que corresponda), donde f está definida por:

   1. $f(x) = \frac{sec(x)-\sqrt{3x}}{sen(x)}$ 2. $f(x) = \frac{(x^2-7x)sen(8x)}{cos(x)}$ 3. $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+2}}{cosec(x)}$

   4. $f(x) = sen(sen(sen(x)))$ 5. $f(x) = \frac{sec(x)}{x^3+2x^2}$ 6. $f(x) = (sen^2(x))^{\frac{1}{3}}$

   7. $f(x) = (cos^3(x) + tan(3x))^{\frac{1}{3}}$ 8. $f(x) = \sqrt{x^2+11}(sen(cos(2x))$

   9. $f(x) = tan(5x^2 + x)cosec(x^3 + \frac{1}{x})$ 10. $f(x) = \frac{(x+1)^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{cox(x)}} + xsen(5x^3)$

   11. $f(x) = cot(\frac{x^2}{1+x})tan(\frac{1+x}{x^2})$ 12. $f(x) = tan(cos(x^3))(sen(x))^{-1}$

4. Estudie la diferenciabilidad de cada función $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} xsen(\frac{1}{x}) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} x^2sen(\frac{1}{x}) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

5. Decida si las afirmaciones siguientes son verdaderas o falsas (V o F).

   $\alpha.--$ Si f es continua en a, entonces f es diferenciable en a.

   $\beta.--$ Si f es diferenciable en a, entonces f es continua en a.

$\gamma.--$ Si $f : D \to \mathbb{R}$ es diferenciable y su derivada es nula en D, entonces f es constante.

6. Determine los valores máximos y mínimos, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, esbozar un gráfico aproximado de la función.

   a) $f(x) = x + \frac{1}{x}, \quad \forall\, x,\ 0 < \ x \ < \ +\infty.$ $b)$ $f(x) = 4 + x^{\frac{1}{3}}, \ \ \forall\, x \in \mathbb{R}.$

   c) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 7, \ \ \forall\, x \in \mathbb{R}.$ $\quad d)$ $f(x) = x^{\frac{2}{3}}(x^2 - 2x - 6), \ \ \forall\, x \in \mathbb{R}.$ Note que en $x = 0$ hay un máximo local y $f'(0)$ no existe.

7. Grafique las siguientes funciones, indicando: Los intervalos de crecimiento y decrecimiento; los intervalos de concavidad y puntos de inflexión; Puntos máximos y mínimos; Intersección con los ejes de coordenadas; Asíntotas.... etc.

   a) $f(x) = x^3 + 4x^2 - 2x - 3, \quad \forall\, x, \in \mathbb{R}.$ $\quad b)$ $f(x) = 4 + x^{\frac{1}{3}}, \ \ \forall\, x \in \mathbb{R}.$

   c) $f(x) = 2sen(x) + 3cos(x), \ \ \forall\, x \in \mathbb{R}.$ $\quad d)$ $f(x) = \frac{x^2+2x+2}{x-2}$

   e) $f(x) = \frac{3x^2+3x+2}{x+3}, \ \ \forall\, x \in \mathbb{R}, \ \ x \neq -3.$ $\ f)$ $f(x) = 3sen(x) - 4cos(x), \ \ \forall\, x \in \mathbb{R}.$

   g) $f(x) = x^3(x+2)^2, \ \ \forall\, x \in \mathbb{R}.$ $\quad h)$ $f(x) = 8x^5 - 5x^4 - 20x^3, \ \ \forall\, x \in \mathbb{R}.$

   i) $f(x) = \frac{3x^3+2x^2+2}{(x+3)(x-1)}, \ \ \forall\, x \in \mathbb{R}, \ \ x \neq 1, -3.$

8. Se desea construir una lata cilíndrica con un volumen de 125 pulgadas cúbicas (cerca de 2 litros) cortando la tapa y el fondo de piezas de metal y formando su lado curvo al doblar una hoja rectangular de metal que coincida con los extremos. ¿Qué radio r y altura h de la lata minimizarán el costo total del material necesario para el rectángulo y los dos cuadrados ?

9. Con 4 metros de cable se forman o un cuadrado o un círculo o ambos. ¿Cuánto cable debe emplearse en cada figura para que encierren la máxima área posible ?

10. Se quiere construir una caja rectangular cerrada con volumen 576 pulgadas cúbicas y cuyo fondo sea el doble de largo que de ancho. Determine las dimensiones de la caja que minimizarán el área total de su superficie.