

Definiciones elementales (1)

martes, 8 de septiembre de 2020 17:16

Objetivo: En S.D el objetivo es entender el comportamiento eventual y asintótico de un proceso iterativo.

caso 1) Si este proceso es una Ec. diferencial cuya variable independiente es el tiempo t , entonces la teoría de S.D intenta predecir el comportamiento de las soluciones de la ecuación, en el futuro $t \rightarrow \infty$, en el pasado $t \rightarrow -\infty$.

caso 2) Si este proceso es un proceso discreto, esto es, la iteración de una función, entonces la teoría de S.D apenas entiende el comportamiento eventual de los puntos

un comp. ...

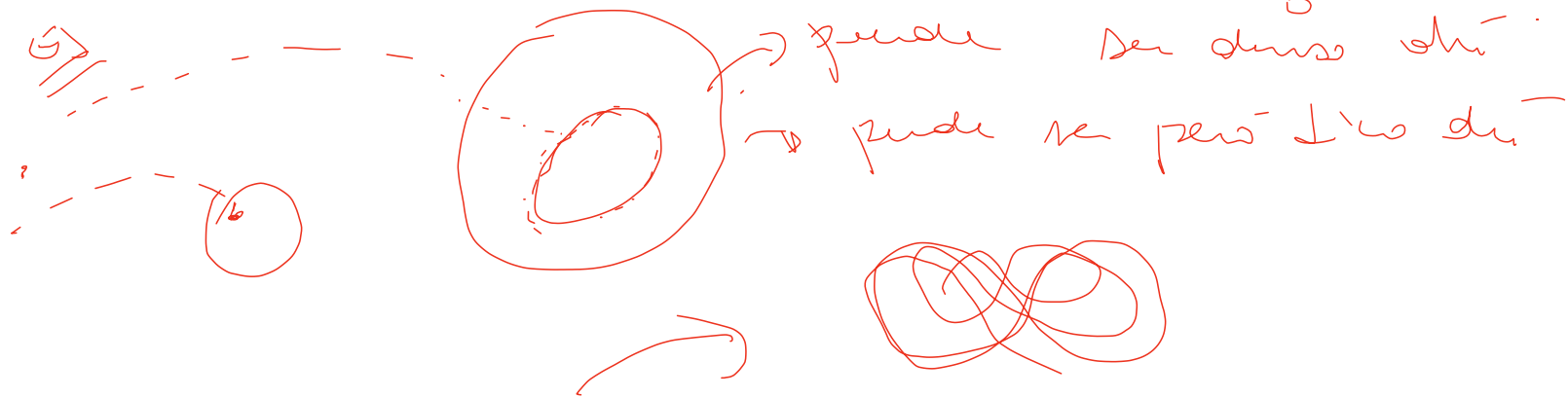
$x, f(x), f^2(x), \dots, f^n(x)$ pour n

Suffisamment grande

• A travers les réseaux la propriété en S.D. est:

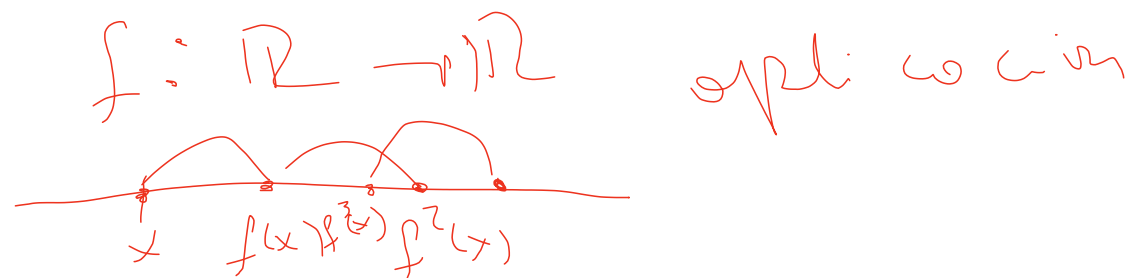
d) A donde van los puntos?

y d) Que hacen cuando llegan ahí?



Def: (i) Funciones que determinan un
S.D. se llaman aplicaciones o mapeos. Esta

terminología conocida el proceso geométrico de llevar un pto en otro



(2) la órbita futura de x es el conjunto $\{x, f(x), f^2(x), \dots\}$ y si f es homeo la órbita total es $\{\dots, f^{-2}(x), f^{-1}(x), x, f(x), f^2(x), \dots\}$ y la órbita pasada $\mathcal{O}^-(x)$ es $\{x, f^{-1}(x), f^{-2}(x), \dots\}$

objetivo : Entender la órbita de una aplicación.

órbitas y órbitas futuras de un pto

Pueden ser conjuntos muy complicados, incluso para aplicaciones "aparentemente" simples,

Sin embargo, hay algunas órbitas que son especialmente simples y toman un rol central en el estudio de un sistema entero.

Def

(3) x pto fijo de f si $f(x) = x$

(4) El menor entero n tal que $f^n(x) = x$ se llama periodo de f

(5) x es pto periódico de f si $f^n(x) = x$ y es de periodo n .

obs: Si x es de periodo $n \Rightarrow$ tambien es de periodo $2n$

$$\begin{aligned} f^{2n}(x) &= f^n(f^n(x)) \\ &= f^n(x) \\ &= x \end{aligned}$$

Notaciones (1) Conjunto de pts periodo n de f es:

$$\text{Per}_n(f) = \{x \in X \mid f^n(x) = x\}$$

(2) Conjunto de pts fijos $\text{Fix}(f) = \{x \in X \mid f(x) = x\}$

Def (1.6) Orbita periodo n es el conjunto de todos las iteraciones de un pto periodo n

ej

Si x es de periodo 3
 $n = 3, 6, \dots$

$$g(x) = \{x, f(x), f^{-1}(x)\}$$

obs : Hay aplicaciones omógrafas que tienen muchos pts periódicos

Ej

① $g = \text{identidad}$

$$f(x) = x, \quad (-\infty, \infty) \text{ fijos}$$

② $f(x) = -x$, 204 es fijo

, $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ son de periodo 2

obs : Estas aplicaciones son atípicas

porque aplicaciones con un intervalo de pts fijos o periódicos son raras y lo veremos

a continuación Normalmente los pbs fijos
y pbs periódicos. Son así los lados

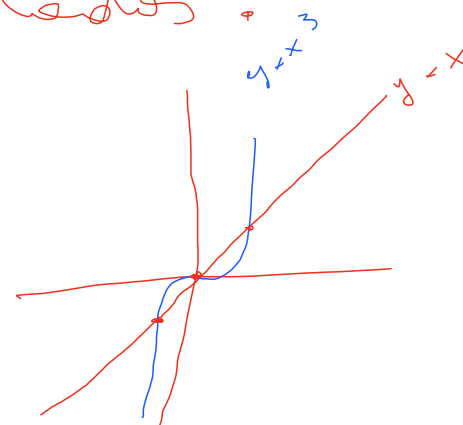
Ex ① $f(x) = x^3$

pbs fijos: $f(x) = x$

$$x^3 = x$$

$$x=0, x=-1, x=1$$

esto son pbs fijos.



pbs periódico de periodo 2

$$f^2(x) = x$$

$$f(x^3) = x$$

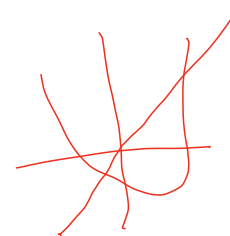
$$x = x$$

$$x(x^8 - 1) = 0$$

$x=0$, $x=1$, $x=-1$ son de
 periodo 2 , Pero son fijos ~~en~~
 son de periodo 1 .

Aquí los únicos períodos son de periodo
 1 que son 299, 117 y 1-17

(2) $f(x) = x^2 - 1$



pts fijos $f(x) = x$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

$$x = \frac{+1 \pm \sqrt{1 - 4(1)(-1)}}{2(1)} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \quad \text{pts fijos}$$

pts periódicos de periodo 2

$$f^2(x) = x$$

$$f(x^2 - 1) = x$$

$$(x^2 - 1)^2 - 1 = x$$

$$x^4 - 2x^2 + 1 - 1 = x$$

$$x(x^3 - 2x - 1) = 0$$

$$x = 0, \quad x = -1$$

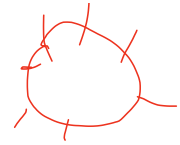
pts periódicos de periodo 2.

Ej: ③ Un ejemplo en el círculo ^{en el plano} donde
 1. 1. n. iteración son densos.

for po ...

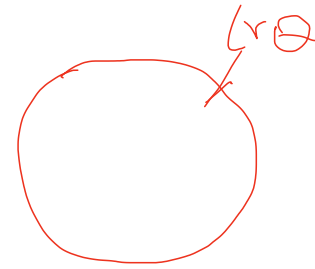
$$f: S^1 \rightarrow S^1$$

$$\theta \mapsto f(\theta) = 2\theta$$

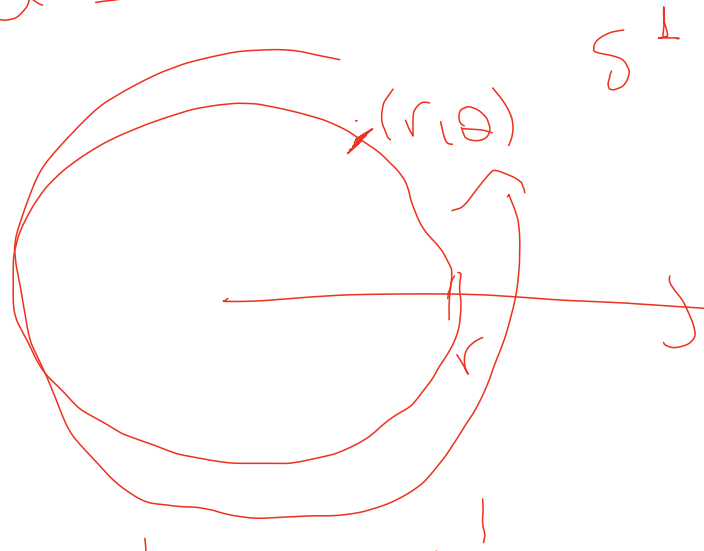


Ph f: S^1 \rightarrow S^1 : $f(\theta) = \theta$

$$2\theta = \theta$$



$$\theta = \theta + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



$$(r, \theta) \mapsto (r, 2\theta)$$



$$\begin{aligned} \text{lid}(f): S' &\rightarrow S \\ (r, \emptyset) &\rightarrow (r, \emptyset) \end{aligned}$$

Tarea | Ejercicios (1) - (9) del
Devaney Secun 1.2 (preludios)
pg 16-17.

Mañ 22 | Entrega lista.
sin probar aun.