Visión General del Curso

lunes, 31 de agosto de 2020 11:53

Contenidos y Bibliografía

Curso tiene 3 Partes.

P1) Ecuaciones Diferenciales de 1° orden

1.1) Métodos de solución de EDOs de 1° orden

1.2) Aplicaciones de EDOS de 1° orden

B1) 1.1) Sergio Plaza Cap 2 y 3 del libro Ec. Dif.

1.2) Dennis Zill Ec. Dif.

P2) Ecuaciones Dif. de 2° orden

2.1) Métodos de Sol de EDOS de 2° orden

2.2) Métodos para EDOS Homogeneas

2.2.1) EDOs Homog. con coef que son funciones no cts.

2.2.2) EDOs Hom. con coeficientes constantes.

2.3) Métodos para EDOs No Homogeneos
2.3.1) Sistemas de ecuaciones. (orden 2)

B2) 2.1) B1.1 Cap 4
2.2) B1.2

P3) Retrato de fase para sistemas en el plano.

B3) 3.1) Hirsh-Smale-Devaney
"Diff. Eq., Din. Sys. and an introduction to chaos"

Método de evaluación

M1) 1 listas de ejercicios por Partes (P1, P2, P3)

Lista P1 : 10 % , fecha de entrega 14/10/2020

Lista P2 : 10 % , ✓ ✓ ✓ 11/11/2020

Lista P3 : 10 % , ✓ ✓ ✓ 9/12/2020

M2) 1 Grabación de 2 ejercicios por lista (LP1, LP2, LP3)

Grab. de 2 ejer. L1 : $23,\bar{3}$ % , Fecha de entrega 14/10/2020

Grab. de 2 eje. L2 : $23,\bar{3}$ % , ✓ ✓ ✓ 11/11/2020

Grab de 2 eje. L3 : $23,\bar{3}$ % , ✓ ✓ ✓ 9/12/2020

Si $3{,}4 \leq \overline{M1 + M2} \leq 3{,}9 \Rightarrow$ EXAMEN

Fecha: 16/12/2020

Met. ev.: Interrogación on-line

Nota) ① Si doy una lista una semana antes de la fecha, tendrá como max 10 ejercicios

② Habrán listas que se darán dos o más semanas antes (cuando termine una parte de la materia), tendrá como max 10 ejercicios.

Introducción

Recordemos del álgebra que solucionábamos varios tipos de ecuaciones

Ej: (1) Ec. lineales $ax+b=0$

(2) Ec. cuadráticas $ax^2+bx+c=0$

(3) Ec. polinomiales $a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\dots+a_1x+a_0=0$

(4) Sist. de ecuación $A\bar{x}=\bar{b}$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & & \\ a_{n1} & \cdots & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

Solución: Hallar el valor de la incógnita x o $\bar{x}$

Las Ec-dif no sólo contiene variables sino que además una o más derivadas de las variables independientes o dependientes.

V. dep
$x(t)$
$y(t)$

Ej ODE Ec. Dif $\quad y' = xy \;/\; \dfrac{dy}{dx} = xy \quad (*)$

de variables independiente.

orden 1

¿Hay algún método que me permita hallar $y = \phi(x)$ que satisfaga la ecuación $(*)$?

Tipos de ecuaciones

1°) Ec. Dif ordinarias : Son Ec. con derivadas ordinarias

2°) Ec. Dif. en derivadas parciales : Son ec. con derivadas parciales

Ej : Si $u(x)$ y $v(y)$, Solución

$$\frac{du}{dy} = -\frac{dv}{dx}$$

obs: En el curso trabajamos con Ec. dif. ordinarias (EDOs).

Definiciones

① Una EDO es de orden n si se puede representar por

$$F(x, y, y', y'', \ldots y^{(n)}) = 0$$

Not] $y^{(n)}$ = derivada n-ésima de y

obs] el orden de una edo es el de la derivada de mayor orden en la ecuación.

② Una EDO lineal tiene la forma

$$a_n(x)\, y^{(n)} + a_{n-1}(x)\, y^{(n-1)} + \dots + a_1(x)\, y' + a_0(x)\, y = g(x)$$

donde los coeficientes $a_i(x)$ $\forall i \{0,1,\dots n\}$

no dependen de y ni de sus derivadas y,

además, "y" y sus derivadas están elevadas a 1.

③ Una EDO no lineal es una EDO que no es lineal

Ej: $\underbrace{(y-x)}_{a_2(x,y)}\, y'' + \underbrace{\operatorname{sen} y}_{a_1(y)}\, y' + \underbrace{y^2}_{[y^1]^2} = e^x$

④ Cuando una función $\phi: I \to \mathbb{R}$

es remplazada en una EDO y

transforma la ecuación en una

identidad ...

idéntica, entonces φ es solución de la EDO. En otras palabras φ satisface la EDO si:

$$F(x, \phi(x), \phi'(x), \dots, \phi^{(n)}(x)) = 0$$

Ej $y = xe^x$ es solución de $\boxed{y'' - 2y' + y = 0}$ (*)
EDO

Obs

$y = \phi(x) = x e^x$

$y' = e^x + xe^x$

$y'' = e^x + e^x + xe^x$

Remplazo en (*)

$(\cancel{e^x} + \cancel{e^x} + \cancel{xe^x}) - \cancel{2}(\cancel{e^x} + \cancel{xe^x}) + \cancel{xe^x} = 0$

✓ $\boxed{0 = 0}$

Por tanto $y = xe^x$ es solución de (*)

$\boxed{G(x, y, c) = y - cxe^x}$ → familia 1-paramétrica

obs II $y = cxe^x$ también es solución

$\forall c \in \mathbb{R}$ ... queda infinitas soluciones

Como ... soluciones.

(5) Una solución es explícita si tiene la forma $y = \phi(x)$

(6) una solución es implícita si tiene la forma $G(x, y) = 0$

Ej: $x^2 + y^2 - 4 = 0$ es sol. implícita de

$G(x,y)=0$

$$y' = -\frac{x}{y}$$

(7) Solución trivial es $y = 0$ ✓

(8) Familia monoparamétrica: Cuando uno resuelve una EDO de 1° orden, para hallar la solución hay que "integrar" y sale la constante de integración C, la familia de soluciones de

la forma $G(x,y,c)=0$ se llama familia uniparamétrica (mono-paramétrica)

(9) Familia n-paramétricas: Cuando la EDO es de orden n, la Sol $G(x,y,c)=0$ se llama familia n paramétrica.

(10) Una solución general de una EDO de orden $n \geq 2$ es dada por

$$y = c_1 y_1 + c_2 y_2 + \dots + c_n y_n$$

donde c_i son cts y y_i son soluciones de la EDO.

(11) Sistema de EDOs: Es un conjunto de dos o más ecuaciones, donde operan los

derivadas de 2 o más funciones desconocidas de una sola variable independiente.

Ej: Sistema de EDO de 1° orden (lineal)

$$y' = 3x - 4y \qquad x(0) = 1$$
$$x' = x + y \qquad y(0) = 2$$

(12) Problema de Valor inicial (PVI), tiene la forma

Resolver EDO orden n
$$\left\{ y^{(n)} = f(x, y', \dots, y^{(n-1)}) \right.$$

Sujeto a C.I.
$$\left. \begin{array}{l} y(x_0) = y_0, \; y'(x_0) = y_1 \\ \dots \; y^{(n-1)}(x_0) = y_{n-1} \end{array} \right\}$$

Ej: PVI de ...

⇒ ① PVI de orden 1

$$y' = f(x, y)$$
$$y(x_0) = y_0$$

② PVI de orden 2

$$y'' = f(x, y, y')$$
$$y(x_0) = y_0 \quad y'(x_0) = y_1$$

③ Se sabe que $y = Ce^x$ es familia paramética de $y' = y$, si especificamos como P.V.I

(*) $y' = y$

$y(0) = 3$

Podemos hallar el valor de c : $y(x) = ce^{x}$

$y(0) = 3 = ce^{0}$

$\Rightarrow c = 3$

Por tanto $y = 3e^{x}$ es solución única de $(*)$

(4) La solución $x = c_1 \cos 4t + c_2 \operatorname{sen} 4t$

es familia paramétrica de la EDO

$x'' + 16x = 0$ (tarea)

Si especificamos con PVI.

EDO 2º orden $\Rightarrow$ $x'' + 16x = 0$

Sujeto a cond. inicial

$$\begin{cases} x\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2 \\ x'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 \end{cases}$$

$(**)$

$$\begin{cases} x'(t) = f(x,t) \\ y'(t) = g(x,t) \end{cases}$$

sujeto

Tarea: Halla la solución única de (x)

Existencia y unicidad

¿