

**TÓPICOS DE ECUACIONES DIFERENCIALES**  
**TAREA 3: EDOS DE ORDEN SUPERIOR**

**Instrucciones:** Escoger y resolver **un** ejercicios de cada sección. Escoger y grabar la solución paso a paso de **un** ejercicio de cada sección, distinto a los resueltos. Esto es, debe enviar **diez** ejercicios distintos en total, **cinco** escritos y **cinco** grabados. Enviar documento final en formato pdf y compartir el video final a los correos tamara.siles@ug.uchile.cl luis.sobarzo@ug.uchile.cl y nelda.jaque@uchile.cl con asunto **Tarea 3, EDO**.

**Fecha de entrega:** Viernes 4 de Diciembre del 2020, 23:59 hrs.

1. FUNCIONES LINEALMENTE INDEPENDIENTES Y SOLUCIÓN GENERAL

Los siguientes ejercicios son extraídos del libro *Ecuaciones Diferenciales con Problemas de Modelado* de Denis G. Zill. PWS Publishers, Boston MA, 1986. Página 128.

Las funciones  $f_1, f_2, \dots, f_n$  son linealmente independientes si y sólo si el Wronskiano es distinto de cero, esto es,

$$\begin{vmatrix} f_1 & f_2 & \cdots & f_n \\ f_1' & f_2' & \cdots & f_n' \\ \vdots & \ddots & \vdots & f_n' \\ f_1^{(n)} & f_2^{(n)} & \cdots & f_n^{(n)} \end{vmatrix} \neq 0$$

Verificar si las siguientes funciones son linealmente independientes.

- 1.-  $f_1(x) = x, f_2(x) = x^2, f_3(x) = 4x - 3x^2$
- 2.-  $f_1(x) = 0, f_2(x) = x, f_3(x) = e^x$
- 3.-  $f_1(x) = 5, f_2(x) = \cos^2 x, f_3(x) = \sin^2 x$
- 4.-  $f_1(x) = \cos 2x, f_2(x) = 1, f_3(x) = \cos^2 x$
- 5.-  $f_1(x) = x, f_2(x) = x - 1, f_3(x) = x + 3$
- 6.-  $f_1(x) = 2 + x, f_2(x) = 2 + |x|$
- 7.-  $f_1(x) = 1 + x, f_2(x) = x, f_3(x) = x^2$
- 8.-  $f_1(x) = e^x, f_2(x) = e^{-x}, f_3(x) = \sinh x$

Pruebe que para cada ecuación diferencial,  $y_1$  e  $y_2$  son soluciones particulares y formar su solución general.

- 1.-  $y'' - y' - 12y = 0; y_1 = e^{-3x}, y_2 = e^{-4x}$ , con dominio en  $(-\infty, \infty)$
- 2.-  $y'' - 4y = 0; y_1 = \sinh 2x, y_2 = \cosh 2x$ , con dominio en  $(-\infty, \infty)$
- 3.-  $y'' - 2y' + 5y = 0; y_1 = e^x \cos 2x, y_2 = e^x \sin 2x$ , con dominio en  $(-\infty, \infty)$
- 4.-  $4y'' - 4y' + y = 0; y_1 = e^{x/2}, y_2 = xe^{x/2}$ , con dominio en  $(-\infty, \infty)$
- 5.-  $x^2y'' - 6xy' + 12y = 0; y_1 = x^3, y_2 = x^4$ , con dominio en  $(0, \infty)$
- 6.-  $x^3y''' + 6x^2y'' + 4xy' - 4y = 0; y_1 = x, y_2 = x^{-2}, y_3 = x^{-2} \ln x$ , con dominio en  $(0, \infty)$
- 7.-  $y^{(4)} + y'' = 0; y_1 = 1, y_2 = x, y_3 = \cos x, y_4 = \sin x$ , con dominio en  $(-\infty, \infty)$

## 2. TEOREMA DE ABEL

Los siguientes ejercicios son extraídos del libro *Ecuaciones Diferenciales con Problemas de Modelado* de Denis G. Zill. PWS Publishers, Boston MA, 1986. Página 132-133.

Determine la segunda solución en cada ecuación diferencial. Suponga un intervalo adecuado de validez.

- 1.-  $y'' + 5y' = 0$ ;  $y_1 = 1$
- 2.-  $y'' - y' = 0$ ;  $y_1 = 1$
- 3.-  $y'' - 4y' + 4y = 0$ ;  $y_1 = e^{2x}$
- 4.-  $y'' + 2y' + y = 0$ ;  $y_1 = xe^{-x}$
- 5.-  $y'' + 16y = 0$ ;  $y_1 = \cos 4x$
- 6.-  $y'' + 9y = 0$ ;  $y_1 = \sin 3x$
- 7.-  $y'' - y = 0$ ;  $y_1 = \cosh x$
- 8.-  $y'' - 25y = 0$ ;  $y_1 = e^{5x}$
- 9.-  $9y'' - 12y' + 4y = 0$ ;  $y_1 = e^{2x/3}$
- 10.-  $6y'' + y' - y = 0$ ;  $y_1 = e^{x/3}x$
- 11.-  $x^2y'' - 7xy' + 16y = 0$ ;  $y_1 = x^4$
- 12.-  $x^2y'' + 2xy' - 6y = 0$ ;  $y_1 = x^2$
- 13.-  $x^2y'' + y' = 0$ ;  $y_1 = \ln x$
- 14.-  $4x^2y'' + y = 0$ ;  $y_1 = x^{1/2} \ln x$
- 15.-  $(1 - 2x - x^2)y'' + 2(1 + x)y' - 2y = 0$ ;  $y_1 = x + 1$
- 16.-  $(1 - x^2)y'' - 2xy' = 0$ ;  $y_1 = 1$
- 17.-  $x^2y'' - xy' + 2y = 0$ ;  $y_1 = x \sin(\ln x)$
- 18.-  $x^2y'' - 3xy' + 5y = 0$ ;  $y_1 = x^2 \cos(\ln x)$
- 19.-  $(1 + 2x)y'' + 4xy' - 4y = 0$ ;  $y_1 = e^{-2x}$
- 20.-  $(1 + x)y'' + xy' - y = 0$ ;  $y_1 = x$
- 21.-  $x^2y'' - xy' + y = 0$ ;  $y_1 = x$
- 22.-  $x^2y'' - 20xy' + y = 0$ ;  $y_1 = x^{-4}$
- 23.-  $x^2y'' - 5xy' + 9y = 0$ ;  $y_1 = x^3 \ln x$
- 21.-  $x^2y'' + xy' + y = 0$ ;  $y_1 = \cos(\ln x)$

## 3. ECUACIONES LINEALES HOMOGENEAS CON COEFICIENTES CONSTANTES

Los siguientes ejercicios son extraídos del libro *Ecuaciones Diferenciales con Problemas de Modelado* de Denis G. Zill. PWS Publishers, Boston MA, 1986. Página 140-141.

Determine la solución general de cada ecuación diferencial

- 1.-  $4y'' + y' = 0$
- 2.-  $2y'' - 5y' = 0$
- 3.-  $y'' - 36y = 0$
- 4.-  $y'' - 8y = 0$
- 5.-  $y'' + 9y = 0$
- 6.-  $3y'' + y = 0$
- 7.-  $y'' - y' - 6y = 0$
- 8.-  $y'' - 3y' + 2y = 0$
- 9.-  $y'' + 8y' + 16y = 0$
- 10.-  $6y'' + y' - y = 0$

- 11.-  $y'' - 10y' + 25y = 0$
- 12.-  $y'' + 3y' - 5y = 0$
- 13.-  $y'' + 4y' - y = 0$
- 14.-  $12y'' - y' - 2y = 0$
- 15.-  $8y'' + 2y' - y = 0$
- 16.-  $y'' - 4y' + 5y = 0$
- 17.-  $2y'' - 3y' + 4y = 0$
- 18.-  $3y'' + 2y' + y = 0$
- 19.-  $2y'' + 2y' + y = 0$
- 20.-  $y''' - 4y'' - 5y' = 0$
- 21.-  $4y''' + 4y'' + y' = 0$
- 22.-  $y''' - y = 0$
- 23.-  $y''' + 5y'' = 0$

Resuelva cada ecuación diferencial sujeta a las condiciones iniciales indicadas.

- 1.-  $y'' + 16y = 0$ ;  $y(0) = 2, y'(0) = -2$
- 2.-  $y'' - y = 0$ ;  $y(0) = y'(0) = 1$
- 3.-  $y'' + 6y' + 5y = 0$ ;  $y(0) = 0, y'(0) = 3$
- 4.-  $y'' - 8y' + 15y = 0$ ;  $y(0) = 4, y'(0) = -1$
- 5.-  $2y'' - 2y' + y = 0$ ;  $y(0) = -1, y'(0) = 0$
- 6.-  $y'' - 2y' + y = 0$ ;  $y(0) = 5, y'(0) = 10$
- 7.-  $y'' - y' - 6y = 0$ ;  $y(0) = 2, y'(0) = -2$
- 8.-  $y'' + y' + 2y = 0$ ;  $y(0) = y'(0) = 0$
- 9.-  $4y'' - 4y' - 3y = 0$ ;  $y(0) = 1, y'(0) = 5$
- 10.-  $y'' + y = 0$ ;  $y(\frac{\pi}{3}) = 0, y'(\frac{\pi}{3}) = 2$
- 11.-  $y''' + 2y'' - 5y' - 6y = 0$ ;  $y(0) = 0, y'(0) = 1, y''(0) = -7$
- 12.-  $4y''' + 4y'' + y' = 0$ ;  $y(0) = y'(0) = 0, y''(0) = 1$
- 13.-  $y''' - 8y = 0$ ;  $y(0) = 0, y'(0) = -1, y''(0) = 0$

#### 4. ECUACIONES DIFERENCIALES LINEALES NO HOMOGÉNEAS Y COEFICIENTES INDETERMINADOS

Los siguientes ejercicios son extraídos del libro *Ecuaciones Diferenciales con Problemas de Modelado* de Denis G. Zill. PWS Publishers, Boston MA, 1986. Página 153.

Resuelva por coeficientes indeterminados

- 1.-  $y'' + 3y' + 2y = 3$
- 2.-  $4y'' + 9y = 15$
- 3.-  $y'' + y' - 6y = 2x$
- 4.-  $\frac{1}{4}y'' + y' + y = x^2 - 2x$
- 5.-  $y'' - 8y' + 20y = 100x^2 - 26xe^x$
- 6.-  $y'' + 3y = -48x^2e^{3x}$
- 7.-  $y'' - y' = -3$
- 8.-  $y'' - y' + \frac{1}{4}y = 3 + e^{x/2}$
- 9.-  $y'' + 4y = 3 \sin 2x$
- 10.-  $y'' + y = 2x \sin x$
- 11.-  $y'' - 2y' + 5y = e^x \cos x$
- 12.-  $y'' - 2y' + 2y = e^{2x}(\cos x - 3 \sin x)$
- 13.-  $y'' + 2y' + y = \sin x + 3 \cos 2x$

14.-  $y'' - 5y' = 2x^3 - 4x^3 - x + 6$

## 5. ECUACIONES DIFERENCIALES LINEALES NO HOMOGÉNEAS Y VARIACIÓN DE CONSTANTES

Los siguientes ejercicios son extraídos del libro *Ecuaciones Diferenciales con Problemas de Modelado* de Denis G. Zill. PWS Publishers, Boston MA, 1986. Página 168.

Resuelva por variación de constantes

- 1.-  $y'' + y = \sec x$
- 2.-  $y'' + y = \tan x$
- 3.-  $y'' + y = \sin x$
- 4.-  $y'' + y = \sec x \tan x$
- 5.-  $y'' - y = \cosh x$
- 6.-  $y'' - y = \sinh x$
- 7.-  $y'' - y' = -3$
- 8.-  $y'' - 4y = \frac{e^{2x}}{x}$
- 9.-  $y'' - 9y = \frac{9x}{e^{3x}}$
- 10.-  $y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{1+e^x}$
- 11.-  $y'' - 3y' + 2y = \frac{e^{3x}}{1+e^x}$
- 12.-  $y'' + 3y' + 2y = \sin e^x$
- 13.-  $y'' - 2y' + y = e^x \arctan x$
- 14.-  $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{1+x^2}$
- 15.-  $y'' + 2y' + y = e^{-x} \ln x$
- 16.-  $y'' - 2y' + 2y = e^x \sec x$
- 17.-  $4y'' - 4y' + y = e^{x/2} \sqrt{1-x^2}$