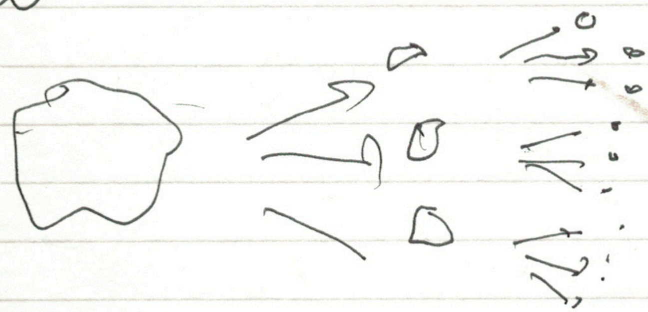
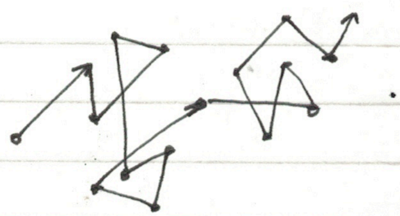
Naturaleza atómica de la Materia & Electricidad

Feynman → "Si ocurriera un cataclismo donde todo el conocimiento científico fuera destruido, y sólo se pudiera transmitir una frase a la siguiente generación de criaturas ¿qué frase contendría la mayor cant. de info. en el menor # de palabras? Yo creo q' es la hipótesis atómica, o sea TODAS las cosas están hechas de átomos que se mueven alrededor en movimiento perpetuo, atrayéndose entre sí cuando están cerca, pero repeliéndose al apretarlos uno contra otro"



Brown (1860): mov. azaroso de partículas de polen suspendidas en líquido

→ "movimiento Browniano"

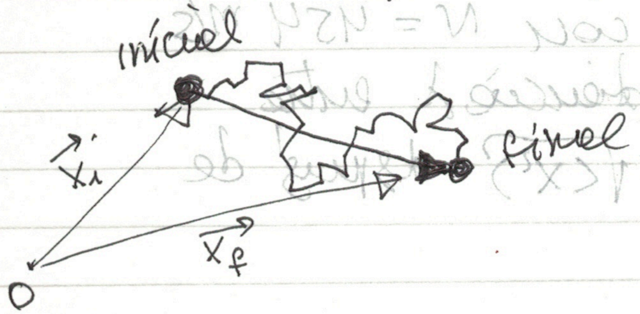


RANDOM WALK

tiempo total de observación $= t$

Dividí t en N intervalos $\Delta t = \dfrac{t}{N}$

Durante Δt se producen muchos choques:

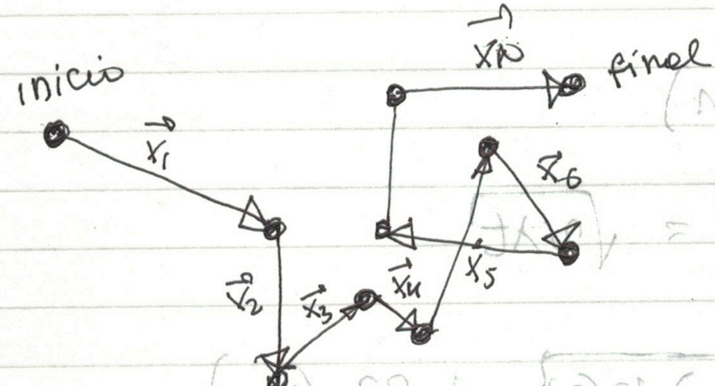


$\vec{X}_f = \vec{X}_i + \vec{L} \leftarrow$ random

supongo

$\langle \vec{L}^2 \rangle = \lambda^2$ camino libre medio

fase aleatoria



$$\vec{X}_N = \vec{X}_{N-1} + \vec{L}$$

$$\vec{X}_N^2 = \vec{X}_{N-1}^2 + \vec{L}^2 + 2\vec{X}_{N-1}\cdot\vec{L}$$

Promedios sobre direcciones de $\vec{L}$:

$$\langle X_N^2 \rangle = \langle X_{N-1}^2 \rangle + \langle L^2 \rangle + \underbrace{2|L||X_{N-1}|\langle\cos\theta\rangle}_{0}$$

$$\langle X_N^2 \rangle = \langle X_{N-1}^2 \rangle + \lambda^2 = \langle X_{N-2}^2 \rangle + 2\lambda^2$$

$$= \underbrace{\langle X_0^2 \rangle}_{0} + N\lambda^2 \quad \therefore \quad \boxed{\langle X_N^2 \rangle = N\lambda^2} \rightarrow$$

pero $N \propto t$

$$\langle \vec{X}_N^2 \rangle = \alpha t \implies \boxed{\sqrt{\langle X_N^2 \rangle} = \beta t^{1/2}}$$

difusión

EJ: sea una molécula con $v = 454$ m/s que se mueve una distancia λ entre colisiones ¿cuál es $\sqrt{\langle x^2 \rangle}$ después de $t = 10$ seg?

$$\lambda \simeq 7.40 \times 10^{-8} \text{ (m)}$$

$$\sqrt{\langle x^2 \rangle} = \lambda \sqrt{N} = \lambda \sqrt{\frac{vt}{\lambda}} = \sqrt{v \lambda t}$$

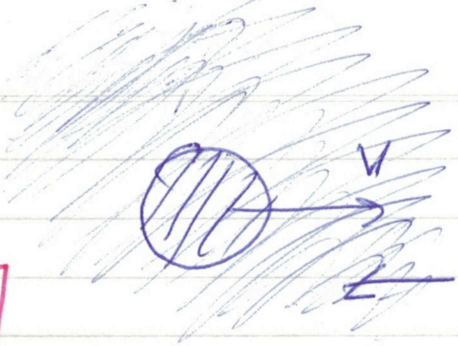
$$= \sqrt{454 \left(\frac{m}{s}\right)(7.40 \times 10^{-8} \text{ m})\, 10 (s)} = 1.83 \text{ (cm)}$$

el cual es mucho menor que

$$v \times t = 454 \left(\frac{m}{s}\right) \times 10 (s) = 4543 \text{ (m)}.$$

1

medio viscoso



$$\vec{F_d} = -\gamma \vec{v}$$

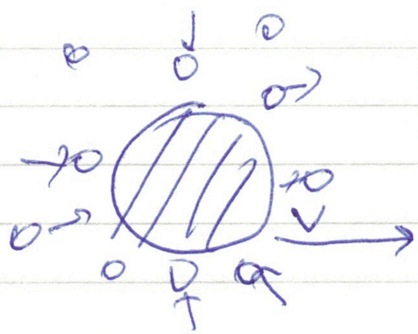
ESCALA MACROSCÓPICA

En presencia de $\vec{F}$ externa, la partícula alcanza una $\vec{v}$ terminal: $F_{ext} = F_d \Rightarrow \gamma v = F_{ext}$

$$\boxed{v = \frac{F_{ext}}{\gamma}} \qquad (1)$$

Ley de Stokes
$\gamma = 6\pi a \eta$

ESCALA MICROSCÓPICA:



bombardeo moleculas

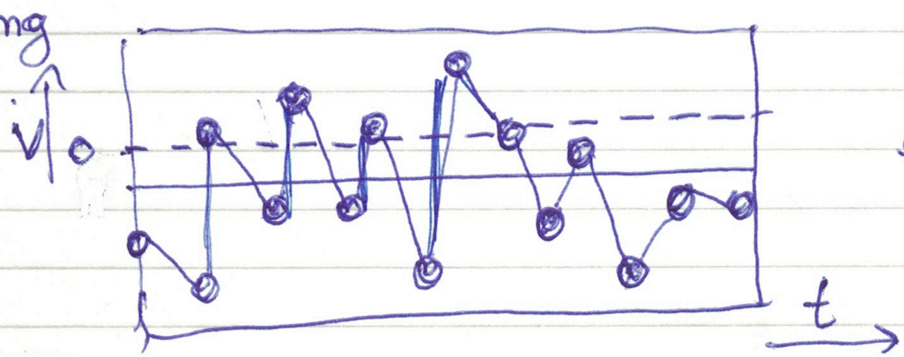
Modelo simple: una colisión cada Δt. Como resultado de c/ colisión, el objeto adquiere $\vec{v}_0$ random

Entre colisiones, solo actúa F_{ext}.

random

$$\Rightarrow \quad v = v_0 + \left(\frac{F_{ext}}{m}\right)\Delta t$$

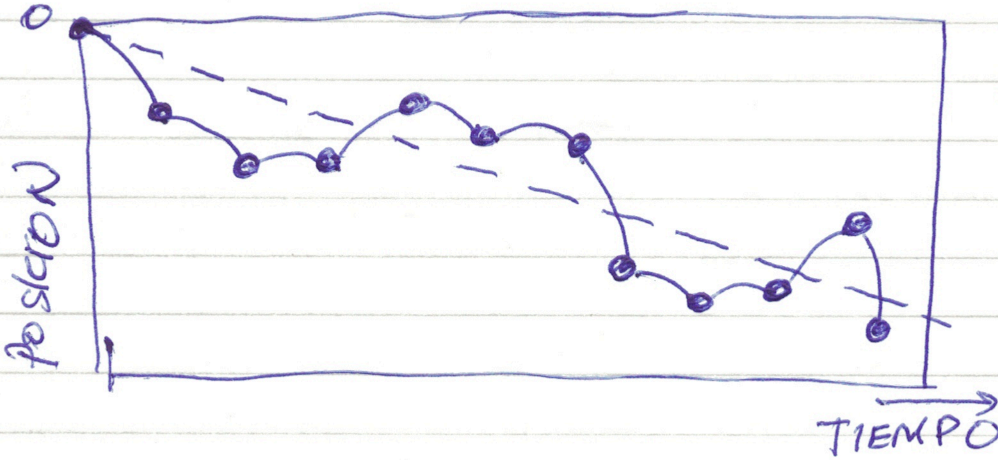
ej: $F = -mg$



promedio de $\vec{v}$ es negativo.

Entre 2 colisiones tenemos:

$$X = \underset{\uparrow \text{ random}}{X_0} + \underset{\uparrow \text{ random}}{V_0} \Delta t + \frac{1}{2}\left(\frac{F_{ext}}{m}\right)(\Delta t)^2$$



$$\langle x \rangle = \langle v \rangle t$$
$$= -cte \cdot t$$

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{\Delta t} = \frac{1}{2}\left(\frac{F_{ext}}{m}\right)\Delta t$$

y como $F_{ext} = \gamma \langle v \rangle \Rightarrow \langle v \rangle = \frac{1}{2}\frac{\gamma \langle v \rangle}{m} \Delta t$

$$\Rightarrow \boxed{\gamma = \frac{2m}{\Delta t}.} \qquad (2)$$

macro micro

Toma $F_{ext} = 0$.

De la caminata del agua, después de N colisiones

$$\langle x^2 \rangle = N(\Delta x)^2 = \frac{(\Delta x)^2 t}{\Delta t} \equiv 2Dt$$

$$\Rightarrow D = \frac{(\Delta x)^2}{2\Delta t} \quad \text{coeficiente de difusión} \qquad (3)$$

$$\Rightarrow \langle x^2 \rangle = 2Dt \qquad (4)$$

Ahora, equipartición $\Rightarrow \langle v^2 \rangle = \dfrac{KT}{m}$ (5)

pero $\langle v^2 \rangle = \left(\dfrac{\Delta x}{\Delta t}\right)^2 = \dfrac{2(\Delta x)^2}{2\Delta t\,\Delta t} = \dfrac{2D}{\Delta t} \overset{(5)}{=} \dfrac{KT}{m}$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{2Dm}{KT} \qquad (6)$$

volviendo a (2):

$$\gamma = \frac{\cancel{2m}}{\cancel{2Dm}} KT = \frac{KT}{D}$$

Relac. de Einstein - Smoluchowski

$$\Rightarrow \boxed{\gamma D = K_B T} \qquad (7)$$

macroscópicos medibles

microscópico

<u>Ejercicio</u>: Como se miden γ y D?

$$(7) \Rightarrow \gamma D = \left(\frac{R}{N_A}\right) T \Rightarrow \boxed{N_A = \frac{RT}{\gamma D}} \qquad (8)$$

se puede medir N_A usando MOV. Browniano

<u>Resultado</u>: excelente acuerdo con estimaciones previas no-moleculares $\Rightarrow$ fuerte evidencia para la existencia de átomos y moléculas.

EL problema del "Random walk"

Sup. una partícula sumergida en un medio. Supondremos que las fuerzas que actúan sobre ella son de 2 tipos:

(a) Fuerzas debidos a la carencia de balance en el ~~bomba~~ bombardeo molecular sobre la partícula.

(b) Fuerza viscosa proporcional a la velocidad de la partícula (Ley de Stokes)

Por simplicidad, sup. mov. 1-dimensional.

Sea X = resultante, en cualq. instante, de las fuerzas debidas al bombardeo

$F = -6\pi a\eta\,(dx/dt) = -\mu\,(dx/dt)$, fuerza viscosa.

Ec. de MOV:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -\mu\frac{dx}{dt} + X \qquad (1) \qquad / \times 2x$$

$$m\,2x\frac{d^2x}{dt^2} = -\mu\cdot 2x\frac{dx}{dt} + 2Xx \qquad (2)$$

pero $2x\dfrac{dx}{dt} = \dfrac{d}{dt}(x^2)$ (3) , y diferenciando c/r a t

$$2\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + 2x\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2}{dt^2}(x^2)$$

$$\Rightarrow 2x\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2}{dt^2}(x^2) - 2\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \qquad (4)$$

~~xxx~~ sustituyendo (3) y (4) en (2), queda:

$$m\frac{d^2}{dt^2}(x^2) - 2m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = -\mu\frac{d}{dt}(x^2) + 2Xx \qquad (5)$$

" "

y $\frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} KT = \frac{3}{2} \frac{R}{N} T$

luego: $m \overline{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2} = \frac{RT}{N}$

la ec. que nos interesa queda

$$m \frac{d^2}{dt^2}(\overline{x^2}) - \frac{2RT}{N} = -\mu \frac{d}{dt}(\overline{x^2}) \qquad \text{poniendo } \omega = \frac{d}{dt}(\overline{x^2})$$

$$m \frac{d\omega}{dt} = \frac{2RT}{N} - \mu\omega \qquad \text{ó} \qquad \frac{d\omega}{dt} + \frac{\mu}{m}\omega = \frac{2RT}{Nm}$$

con solución: $\omega(t) = \frac{2RT}{N\mu} + A e^{-\left(\frac{\mu}{m}\right)t}$ (6)

$\tau = \frac{m}{\mu}$: tiempo de relajación $= \frac{\frac{4}{3}\pi a^3 \rho}{6\pi a \eta} = \frac{2a^2\rho}{9\eta}$

En un caso típico: $a = 10^{-4}$ cm, $\rho \sim 1$, $\eta \approx 10^{-2}$ cgs $\Rightarrow \tau \sim 2 \cdot 10^{-7}$ segs.

Luego el término exponencial es despreciable para cualq. tiempo razonable de observación.

Luego (6) puede escribirse como:

$$\omega = \frac{d}{dt}(\overline{x^2}) = \frac{2RT}{N\mu} \Rightarrow \overline{x^2} = \frac{2RT}{N\mu} t = \frac{RT}{3\pi a \eta N} t$$

$$\therefore \quad \overline{x^2} = \frac{KT}{3\pi a \eta} t \qquad (7)$$

$\Big\{$ ecuación de Einstein - Smoluchowski (1905)

veamos si estos desplazamientos pueden ser observados:

sea $t = 60$ segs., $a = 10^{-4}$ cms, $\eta \approx 10^{-2}$ (agua)