



## Física Experimental Semestre Otoño 2023



### Guía circuitos caóticos

#### **Objetivo General**

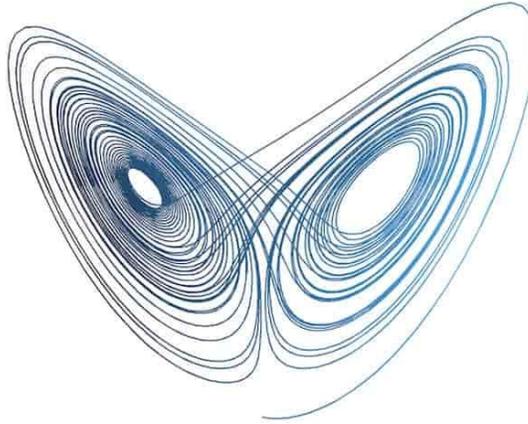
Estudiar y caracterizar las propiedades de los sistemas no lineales mediante el estudio de un circuito R-L-diodo y de un circuito de Chua.

#### **Objetivos específicos**

1. Determinar los rangos de las señales de estímulo en que los sistemas son estables y caóticos.
2. Caracterizar los estados en que fluctúa el sistema en torno a un atractor extraño doble scroll.
3. Determinar experimentalmente la constantes de Feigenbaum a partir del diagrama de bifurcaciones del circuito R-L-diodo.

#### **Introducción.**

Los sistemas dinámicos no lineales deterministas son sistemas no lineales cuyas variables evolucionan en el tiempo u otro parámetro equivalente (en un sentido matemático más amplio), ya sea en forma discreta como la ecuación logística para crecimientos poblacionales o continua, como las ecuaciones de Lorenz para la atmósfera [1] o las que describen los sistemas que se estudian en este trabajo.



**Figura 1.** Mariposa del caos, correspondiente a la evolución de un sistema caótico en el espacio de fase, en un atractor extraño tipo doble scroll [1].

Según su evolución, los sistemas dinámicos no lineales deterministas, se clasifican como:

1. **Sistemas estables:** sus variables convergen con el tiempo a un punto o a una curva o a un atractor en general, en el espacio de fase.
2. **Sistemas inestables:** evolucionan en forma aleatoria, como un taco u atochamiento de tránsito.
3. **Sistemas caóticos:** son muy sensibles a las condiciones iniciales, por lo que es difícil predecir su evolución. Describen órbitas abiertas y no periódicas en el espacio de fase, como se muestra en la figura 1.

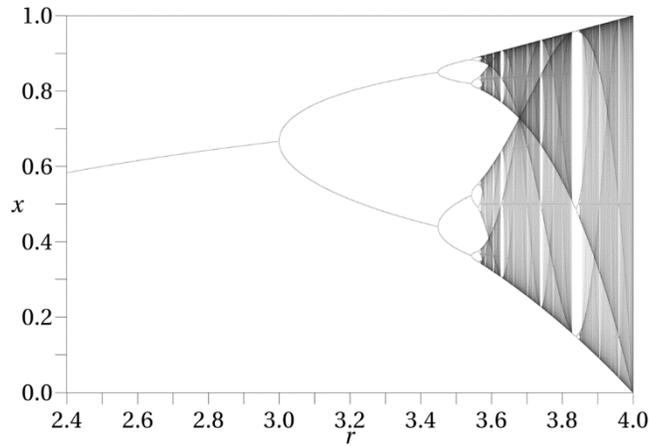
Los sistemas caóticos presentan diagramas de bifurcación, donde las respuestas del sistema a un estímulo se duplican, creciendo como  $2^n$ . Los estados de los sistemas caóticos fluctúan entre estos  $2^n$  estados posibles ante el estímulo.

En la figura 2 se muestra el diagrama de bifurcaciones de las poblaciones límites de la ecuación logística (1), según el valor del parámetro  $r$ :

$$X_{n+1} = rX_n(1 - X_n) \quad (1)$$

En los sistemas del tipo:

$$X_{n+1} = f(X_n), \quad (2)$$



**Figura 2.** Diagrama de bifurcaciones de la ecuación logística.

siendo  $f(X_n)$  una función cuadrática, se cumple la relación de Feigenbaum:

$$\delta = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{r_{n+1} - r_n}{r_{n+2} - r_{n+1}} = 4,669201... \quad (3)$$

En ecuación (3),  $r_n$  es el valor de  $r$  de la  $n$ -ésima bifurcación. La constante de Feigenbaum,  $\delta$ , es un número irracional.

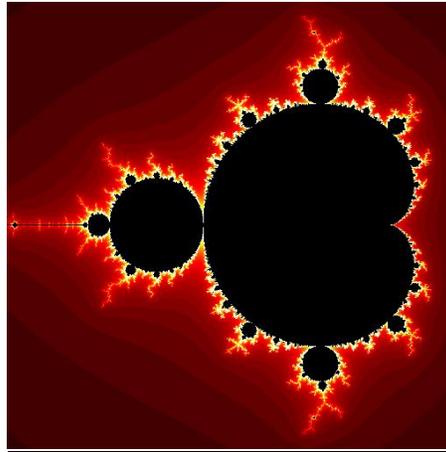
Otro ejemplo de sistema no lineal descrito por la ecuación (2) es el conjunto de Mandelbrot, definido como el conjunto de números complejos  $c \in \mathbb{C}$  que mantienen acotada la sucesión:

$$\begin{cases} Z_0 = 0 \in \mathbb{C} \\ Z_{n+1} = Z_n^2 + c \end{cases} \quad (4)$$

En la figura 3 se muestra el conjunto de Mandelbrot. La frontera del conjunto tiene geometría fractal<sup>1</sup>, al igual que los diagramas de bifurcaciones y las trayectorias en el espacio de fase del atractor extraño de Lorenz.

---

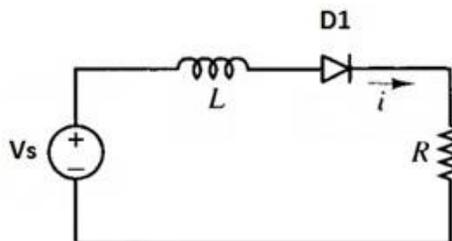
<sup>1</sup> Un fractal es un objeto geométrico cuya estructura se repite a diferentes escalas.



**Figura 3.** Conjunto de Mandelbrot en el plano complejo con frontera fractal. Los colores están asociados a la rapidez de divergencia.

### Circuitos eléctricos no lineales

El circuito no lineal más simple es el R-L-diodo, formado por una fuente de voltaje alterna, una resistencia, una bobina y un diodo, conectados como se muestra en la figura 4.

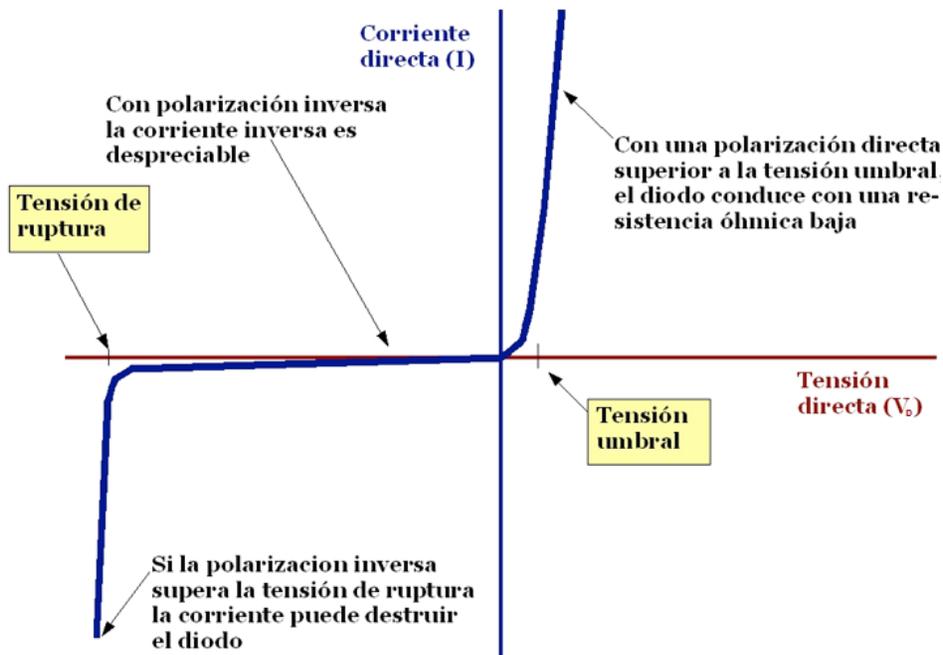


**Figura 4.** Circuito R-L-Diodo.

La ecuación para la intensidad de corriente  $i$  del circuito de la figura 4 es:

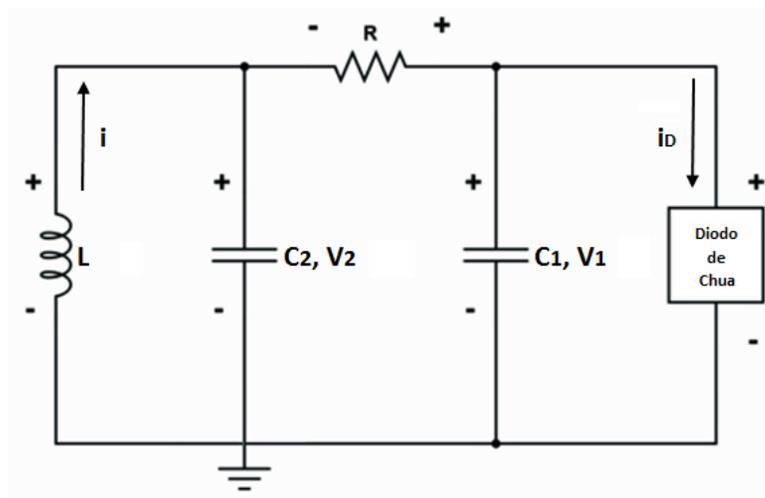
$$L \frac{di}{dt} + iR + V_D(i) = V_s(t) \quad (5)$$

La relación entre el voltaje del diodo  $V_D$  y la corriente  $i$  a través de él, no es lineal, como se muestra en la figura 5. Debido a esto la ecuación (5) tiene regiones estables y caóticas que dependen de la amplitud del voltaje y la frecuencia de la señal alterna aplicada  $V_s$  [2].



**Figura 5.** Corriente ( $I$ ) en un diodo en función del voltaje ( $V_D$ ).

Un circuito no lineal un poco más complejo es el de Chua, formado por un tanque de resonancia L-C conectado mediante una resistencia y un condensador en paralelo a un diodo de Chua, como se muestra en la figura 6.



**Figura 6.** Esquema circuito de Chua.

El sistema de ecuaciones que describe el circuito de Chua de la figura 6 es:

$$C_1 \frac{dV_1}{dt} = \frac{V_2 - V_1}{R} - f(V_1) \quad (6)$$

$$C_2 \frac{dV_2}{dt} = i + \frac{V_1 - V_2}{R} \quad (7)$$

$$L \frac{di}{dt} = -V_2 \quad (8)$$

En ecuación (6), la relación entre la corriente en el diodo de Chua,  $i_D$  y el voltaje  $V$  entre sus terminales es:

$$i_D = f(V) \quad (\text{función no lineal}) \quad (9)$$

### **Método.**

A continuación se describen los materiales y el procedimiento experimental a seguir para realizar este trabajo.

## **Materiales.**

### **1. Circuito de Chua.**

- Bobina L1 = 0,84 mH
- Condensador C1 = 10 nF
- Condensador C2 = 100 nF
- Resistencia variable (potenciómetro) R = 3 K  $\Omega$
- Resistencias de ¼ W:
  - R1 = 220  $\Omega$
  - R2 = 220  $\Omega$
  - R3 = 2,2 k $\Omega$
  - R4 = 22 k $\Omega$
  - R5 = 22 k $\Omega$
  - R6 = 3,3 k $\Omega$
- Amplificador operacional TL082
- Fuente de voltaje dual  $\pm 9V$
- Multitester
- Tableta para prototipos o protoboard
- Cables de conexión.
- 

### **2. Circuito L-R-Diodo.**

- Bobina L1 = 15 mH
- Diodo D1 1N4007
- Resistencia R1 = 220  $\Omega$  ¼ W
- Fuente de voltaje dual  $\pm 9V$
- Multitester
- Tableta para prototipos o protoboard
- Cables de conexión.

## **Procedimiento experimental.**

### **I. Circuito L-R-Diodo**

- 1) Arme el circuito L-R-diodo de la figura 7.
- 2) Establezca las propiedades del generador de ondas como senoidal, amplitud 2V y frecuencia 220kHz.
- 3) Varíe las frecuencias y voltajes de la señal del generador para determinar el comportamiento del circuito. Utilice el osciloscopio en modo temporal y como trazador.
- 4) Dejando fija la frecuencia o la amplitud, varíe la otra variable para obtener desdoblamientos sucesivos de hasta 8 períodos.
- 5) Utilice las transformadas de Fourier de las señales (voltaje) de la entrada B del osciloscopio conectada al ánodo del diodo, para corroborar las frecuencias de los desdoblamientos.
- 6) Calcular la constante de Feigenbaum con los valores obtenidos en (4).

### **II. Circuito de Chua.**

- 7) Arme el circuito de Chua de la figura 8.
- 8) Varíe la resistencia R1 para analizar las transiciones de 1 frecuencia a 2 en el diodo de Chua (entrada B del osciloscopio).

## **Enlaces recomendados**

[1] Caos. La creación de una ciencia. J. Gleick. Ed. Crítica. 1988.

[2] Caos en un circuito R-L-Diodo. C. von Bilderling y E. Herscovich Ramoneda. UBA 2004

### **Videos**

[3] Esta ecuación cambiará tu modo de ver el mundo

<https://www.youtube.com/watch?v=EOvLhZPevm0>

[4] La Ciencia del Efecto Mariposa

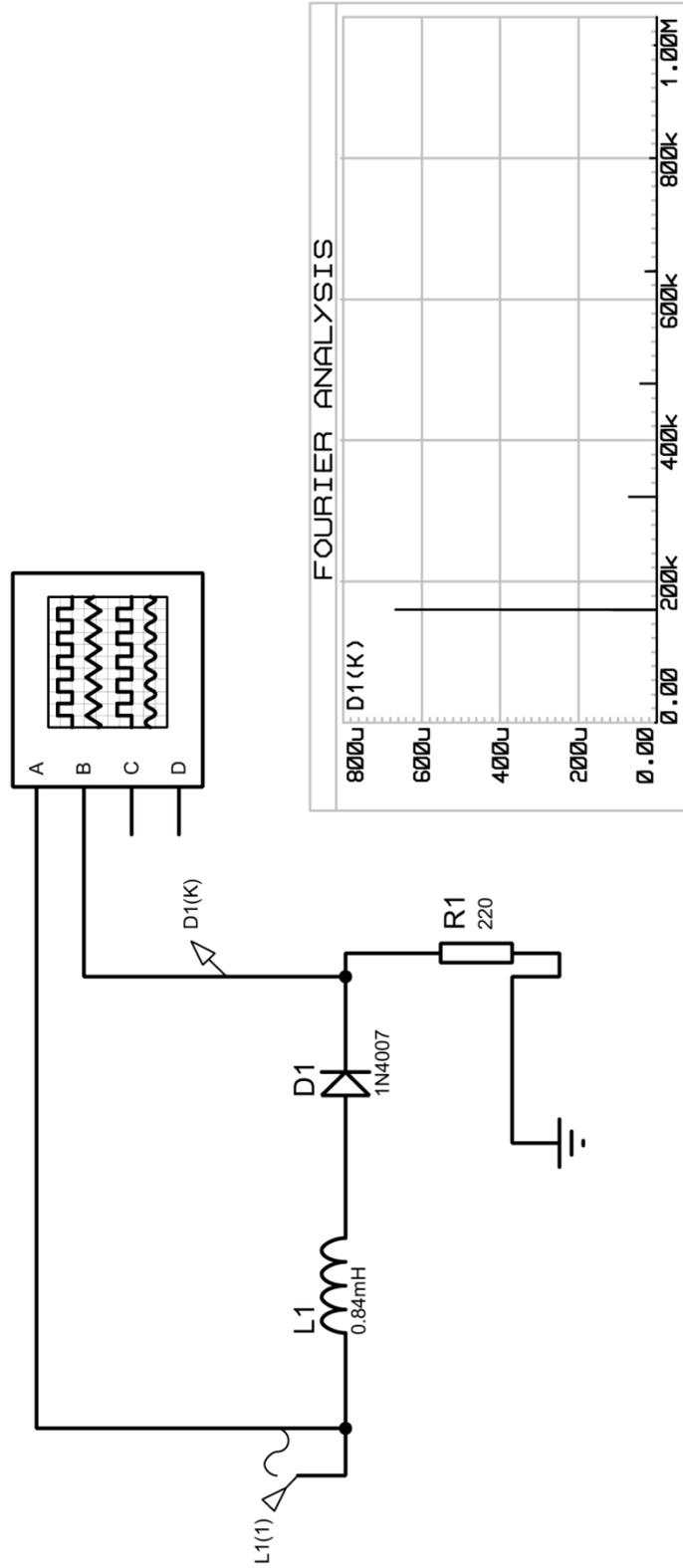
<https://www.youtube.com/watch?v=gIwvFmiJNVU>

[5] Circuito Chua - Circuit chua

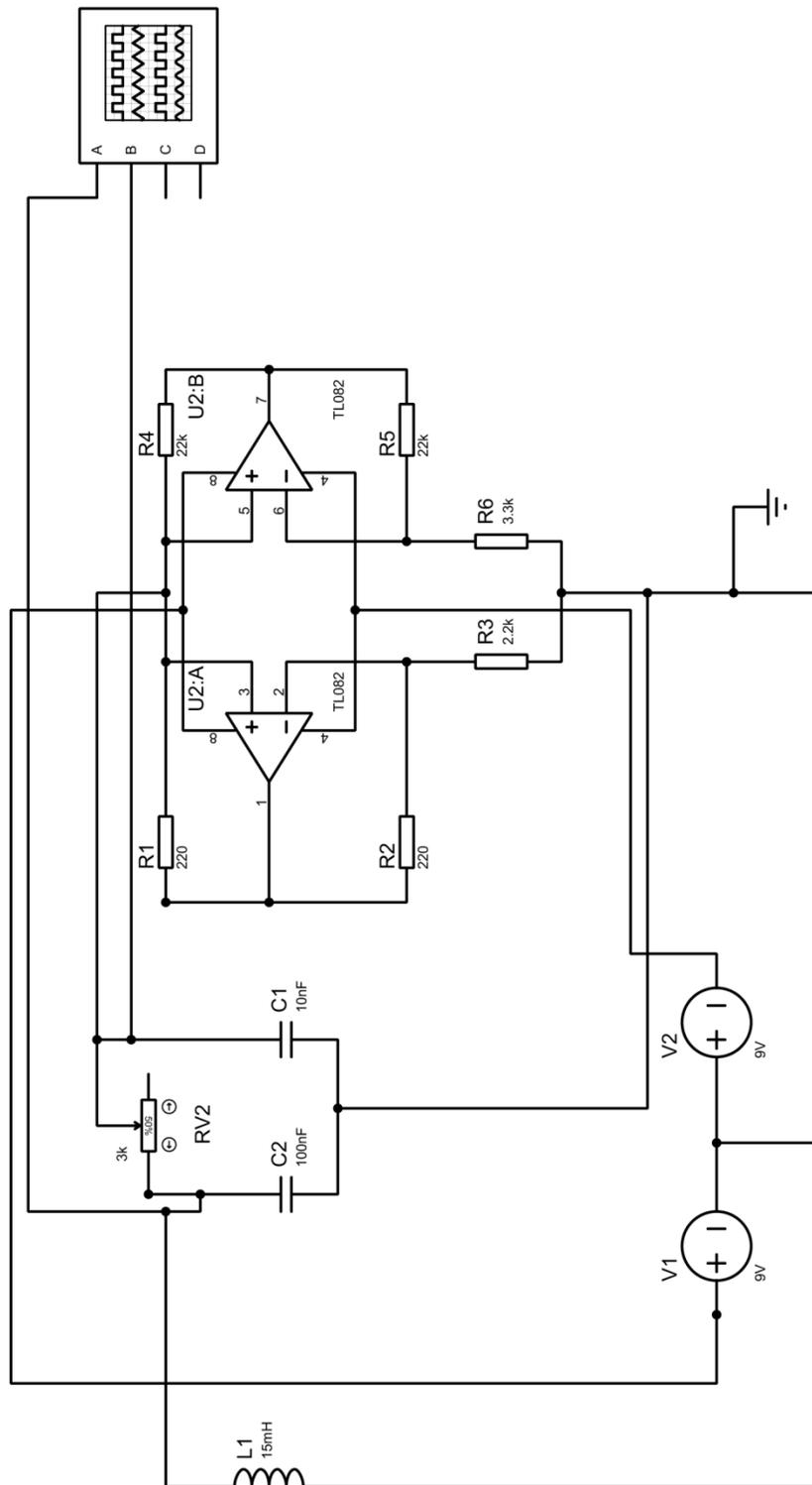
<https://www.youtube.com/watch?v=rUycCmkAUFA>

[6] Primeros paso con Proteus 8 Profesional

<https://www.youtube.com/watch?v=Iz4InGbkMLw>



**Figura 7.** Circuito L-R-Diodo.



**Figura 8.** Circuito de Chua.