

# SUMA Y SIGUE MATEMÁTICA EN LÍNEA

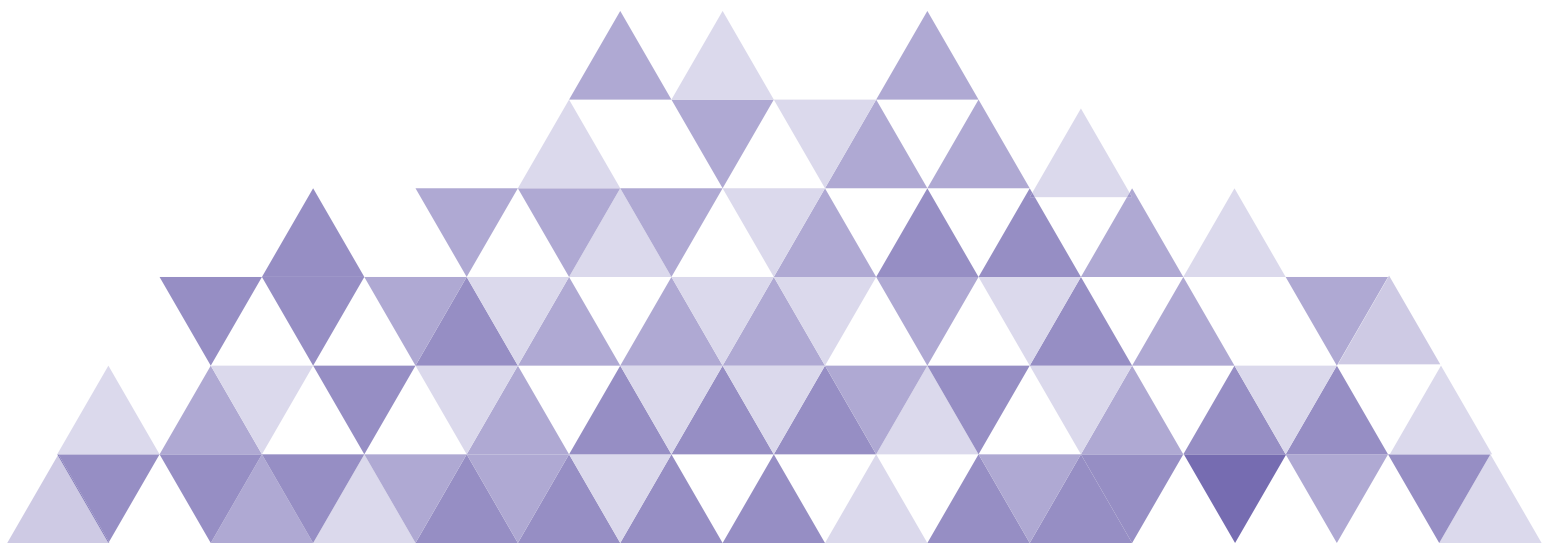
## MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

---

# MATERIAL PEDAGÓGICO COMPLEMENTARIO

---

FICHAS TALLER 2:  
ENFOQUE FRECUENTISTA DE LA PROBABILIDAD



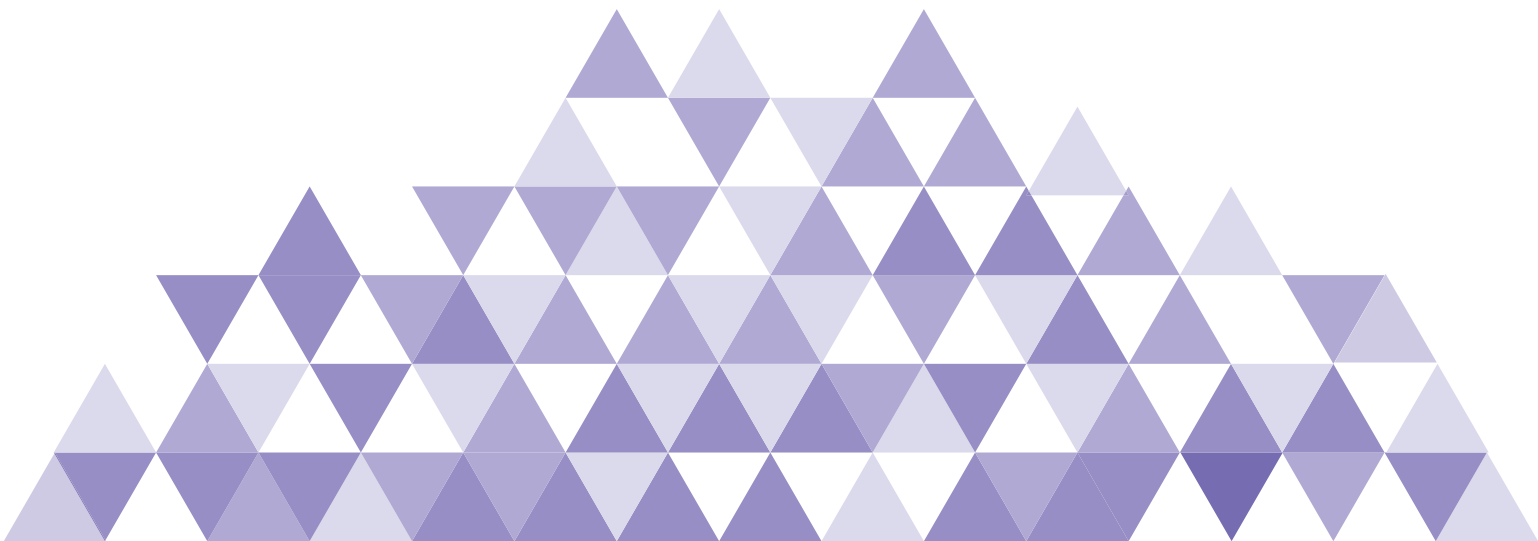
# INTRODUCCIÓN

---

En este taller, a partir de la necesidad de evaluar las posibilidades de ganar en un juego con dados, se abordaron los siguientes temas: experimentos aleatorios, nociones de variabilidad y regularidad en las distribuciones de datos y enfoque frecuentista de la probabilidad. También se trató la simulación de experimentos aleatorios usando dispositivos concretos y herramientas computacionales.

Los contenidos abordados en las fichas son los siguientes:

- Experimentos aleatorios y juegos de azar
- Regularidades en la distribución de resultados de juegos de azar
- Probabilidad según el enfoque frecuentista
- Propiedades de la probabilidad



## TALLER: ENFOQUE FRECUENTISTA DE LA PROBABILIDAD.



### 1- Experimentos aleatorios y juegos de azar

Los **experimentos aleatorios** corresponden a situaciones o procedimientos que producen un resultado que es imposible predecir.

Por ejemplo, son experimentos aleatorios observar y registrar:

- si al lanzar una moneda, esta cae en cara.
- las respuestas de un grupo de personas a un cuestionario sobre sus hábitos de alimentación.

En los **juegos de azar**, tales como naipes, ruletas, lanzamiento de dados o monedas, etc., no se puede predecir quién ganará o quién perderá, ya que el resultado no depende exclusivamente de las habilidades de los jugadores. Este tipo de juegos son casos particulares de experimentos aleatorios.



### Comentarios

Al plantear un experimento aleatorio suele quedar implícito lo que se quiere observar. Sin embargo, en casos en que la descripción del experimento resulta insuficiente o ambigua, es necesario precisar los resultados que serán observados y registrados. Por ejemplo, al lanzar un dado se asume que lo observado es la cara superior, pero es posible que lo que interesa sea registrar los valores de las caras laterales, lo que debe estar señalado en la descripción de ese experimento aleatorio.

En el currículum nacional se hace mención a los juegos de azar como experimentos aleatorios lúdicos.

La intuición inicial de los estudiantes respecto de los juegos de azar es que en ellos da lo mismo qué elegir, pues asumen implícitamente que todos los resultados tienen la misma probabilidad de ocurrir.

El repetir un juego de azar varias veces y observar la frecuencia con la que se repite cada resultado permite al estudiante reconocer que estos pueden tener distinta probabilidad de ocurrir. Sin embargo, es importante que entiendan que en una partida puntual del juego se puede dar cualquiera de los resultados posibles.

La falacia del apostador es un razonamiento erróneo que consiste en suponer que la posibilidad de obtener un resultado aumenta o, por el contrario, disminuye si este se ha repetido con cierta frecuencia anteriormente. Esta falacia se relaciona con la dificultad para reconocer la independencia de los resultados de un experimento aleatorio. Por ejemplo, al lanzar una moneda, la posibilidad de que el resultado sea cara no depende de cuántas veces ha salido cara anteriormente (la moneda no tiene memoria).



### Ubicación: Módulo 1

Taller: Enfoque frecuentista de la probabilidad.  
Actividad: El juego de los caballos.

## TALLER: ENFOQUE FRECUENTISTA DE LA PROBABILIDAD.



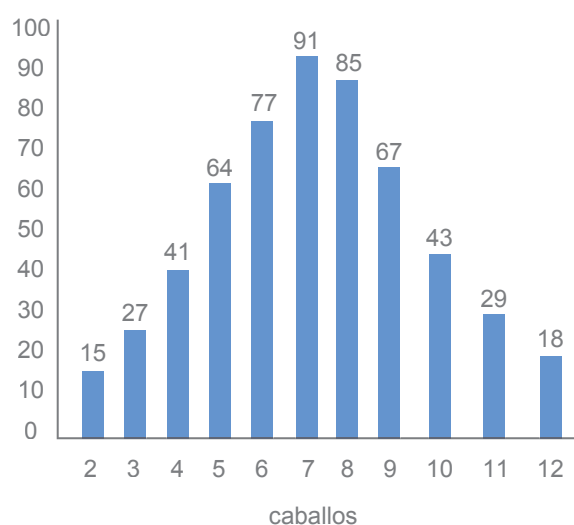
### 2- Regularidades en la distribución de resultados de juegos de azar.

Si bien siempre existe variabilidad en los resultados de los juegos de azar, en algunos de ellos es posible observar ciertas **regularidades en la distribución**, las que se van observando en la medida que se analizan los datos de una mayor cantidad de repeticiones del experimento.

El análisis estadístico facilita el reconocimiento de estas regularidades. En particular, las tablas y gráficos son herramientas útiles para organizar los datos y visualizar dichas regularidades.

Avance de los caballos en las 10 partidas  
(557 lanzamientos)

Nº de caballo	10 partidas
2	15
3	27
4	41
5	64
6	77
7	91
8	85
9	67
10	43
11	29
12	18
	557



Las frecuencias absolutas de un resultado en distintas cantidades de repeticiones del experimento no son comparables entre sí debido a que están referidas a totales distintos. Las frecuencias relativas, en cambio, que son el cociente entre el número de veces que se obtuvo un determinado resultado y el número de veces que se realizó el experimento, están referidas a una misma unidad (el 1), lo que permite compararlas.



### Comentarios

No es posible determinar de manera precisa la cantidad de datos que son suficientes para caracterizar completamente las regularidades que se pueden llegar a observar en los resultados de un juego de azar.

Es necesario que los estudiantes repitan el mismo experimento aleatorio muchas veces y que vayan reuniendo y graficando los datos progresivamente para que, al comparar los gráficos, puedan observar cómo van emergiendo regularidades en su distribución.



### Ubicación: Módulo 1

Taller: Enfoque frecuentista de la probabilidad.  
Actividad: Analizando datos de juegos de azar.

## TALLER: ENFOQUE FRECUENTISTA DE LA PROBABILIDAD.



### 3- Probabilidad según el enfoque frecuentista.

Al repetir un experimento aleatorio en las mismas condiciones un número suficientemente grande de veces, la frecuencia relativa de ocurrencia de un suceso tiende a estabilizarse en torno a cierto valor. En el enfoque frecuentista, este valor corresponde a la **probabilidad** de ocurrencia de dicho suceso.

Desde esta perspectiva, la probabilidad se interpreta como un valor teórico, esto es, una idealización basada en imaginar lo que ocurriría después de una serie infinita de repeticiones del experimento. Dado que esto último es imposible, la probabilidad se estima a partir de la frecuencia relativa en un gran número de repeticiones.



### Comentarios

Dado que la frecuencia relativa de un resultado de un experimento aleatorio tiende a estabilizarse cuando aumenta el número de repeticiones, este valor estabilizado puede usarse para estimar la frecuencia absoluta de dicho resultado para cualquier número grande de repeticiones.



### Ubicación: Módulo 1

Taller: Enfoque frecuentista de la probabilidad.  
Actividad: Comparando las posibilidades de los caballos.

## TALLER: ENFOQUE FRECUENTISTA DE LA PROBABILIDAD.



### 4- Propiedades de la probabilidad.

La probabilidad es una medida de la posibilidad de ocurrencia de sucesos y cumple las siguientes propiedades:

- La probabilidad de un suceso es un valor mayor o igual que 0 y menor o igual que 1.
- Un suceso imposible tiene probabilidad 0.
- Un suceso seguro tiene probabilidad 1.
- Si A y B son dos sucesos que no pueden ocurrir simultáneamente, entonces se cumple la igualdad:

$$\text{Probabilidad de "A o B"} = \text{Probabilidad de A} + \text{Probabilidad de B}$$

Dados dos sucesos A y B, decimos que ocurre el suceso "A o B" cuando ocurre al menos uno de ellos, esto es, ocurre A, ocurre B, o bien ocurren ambos a la vez.

El enfoque frecuentista de la probabilidad permite verificar estas propiedades.



### Comentarios

El uso habitual del "o" en el lenguaje cotidiano tiene un carácter excluyente. A la pregunta: ¿Te vas a pie o en bici?, se espera que la respuesta sea "a pie", o bien "en bici", pero no "de las dos formas".

El uso del "o" en matemática difiere del uso coloquial, ya que no es excluyente. La pregunta ¿el número  $n$  es par o es primo? no excluye la posibilidad de que " $n$ " pueda ser par y primo a la vez, como sucede cuando el valor de " $n$ " es 2.



### Ubicación: Módulo 1

Taller: Enfoque frecuentista de la probabilidad.

Actividad: Comparando las posibilidades de los caballos.



## 5- Simulación de experimentos aleatorios.

Cuando resulta difícil, o incluso imposible, repetir un experimento aleatorio una gran cantidad de veces, se puede recurrir a una **simulación**, que es un experimento aleatorio que genera los mismos resultados que el original, cuya implementación resulta más simple.

Para simular experimentos aleatorios se puede recurrir a:

- Herramientas computacionales, tales como las hojas de cálculo, en las que encontramos funciones que permiten generar resultados aleatorios.
- Dispositivos físicos, tales como monedas, dados, ruletas y urnas.

La función ALEATORIO.ENTRE() permite simular experimentos aleatorios en los que se asume que todos sus resultados son igualmente probables. En algunos casos, experimentos cuyos resultados no son igualmente probables se pueden simular descomponiendo los resultados en otros que sí tienen la misma probabilidad de ocurrir, por lo que son susceptibles de ser simulados en hojas de cálculo a través de la función ALEATORIO.ENTRE().

Al simular un experimento aleatorio resulta difícil estimar el número suficiente de repeticiones requeridas para identificar con cierta precisión el valor al que tiende una frecuencia relativa. Este número varía de un experimento a otro. Mediante un proceso de ensayo y error es posible establecer si el número de repeticiones simuladas es suficiente para que la frecuencia relativa varíe dentro de un rango que se considere aceptable.

Dado que los dispositivos físicos permiten simular experimentos de forma manual, contribuyen de manera más efectiva a la comprensión de los procesos involucrados, sin embargo, en general, su uso en aula se ve limitado por los tiempos que estos pueden requerir. Por otra parte, si bien las herramientas computacionales generan resultados de manera casi instantánea, estas pueden ocultar el origen de su aleatoriedad.



## Comentarios

Las herramientas computacionales son muy útiles para la enseñanza de la estadística y probabilidad, ya que permiten replicar los resultados de experimentos cuya realización en el aula resulta imposible o requiere de un tiempo prolongado.

Es recomendable que el docente conozca y maneje algunas herramientas computacionales que puedan ser usadas para simular experimentos aleatorios.

Este conocimiento le permitirá:

- Anticiparse a los resultados empíricos de un experimento aleatorio que pueden ocurrir en el aula.
- Replicar los resultados de experimentos cuya realización en el aula resulta imposible o requiere de un tiempo prolongado.
- Disponer de recursos gráficos que facilitan la visualización del comportamiento de las frecuencias relativas de los resultados de un experimento.



## Ubicación: Módulo 1

Taller: Enfoque frecuentista de la probabilidad.  
Actividad: Simulando experimentos aleatorios.