

Teoría de Juegos y Economía de la Información

Felipe Balmaceda
Centro de Economía Aplicada
Universidad de Chile

Teoría de Juegos: Fundamentos y Principios Básicos

- Porqué Teoría de Juegos?
- Interdependencia en los pagos.
- Ejemplos
 - Multicarries llamadas larga distancia
 - Gasolineras
 - Confesiones en el caso de potenciales criminales
 - Colusión

Elementos Básicos de un Juego

- **Jugadores:** Quienes juegan el juego
- **Reglas:** Las reglas especifican tres cosas:
 - El periodo en el cual cada jugador juega
 - Las acciones disponibles en cada momento en que un jugador le toca mover o jugar
 - La información que cada jugador tiene al momento de jugar
- **Resultados:** El resultado del juego depende de lo que cada jugador hace al momento de jugar. El conjunto de resultado es determinado por todas las posibles combinaciones tomadas por los jugadores.
- **Pagos:** Los pagos representan las preferencias de los jugadores sobre los resultados del juego

Tipos de Juegos

- Los juegos se clasifican de acuerdo a dos criterios:
 - El “timing” de las jugadas
 - La incertidumbre acerca de los pagos de los rivales.
- **Juegos Estáticos:** los jugadores mueven una sola vez y no conocen las acciones de los otros jugadores (juegos estratégicos)
- **Juegos Dinámicos:** los jugadores mueven secuencialmente y conocen, quizás imperfectamente, las acciones tomadas por los otros jugadores (juegos extensivos)

- Los juegos dinámicos se dividen en juegos de información perfecta e imperfecta:
 - **Información perfecta:** cada jugador conoce la historia completa del juego al momento de jugar
 - **Información imperfecta:** al menos un jugador no conoce la historia completa del juego al momento de jugar
- **Información Completa:** todos los jugadores conocen no tan sólo sus pagos sino que también los pagos de todos los otros jugadores
- **Información Incompleta:** los jugadores conocen sus pagos, pero hay algunos jugadores que no conocen los pagos de otros jugadores.

- Por lo tanto, existen los siguientes tipos de juegos:
 - Juegos Estáticos de Información Completa
 - Juegos Dinámicos de Información Completa
 - Perfecta
 - Imperfecta
 - Juegos Estáticos de Información Incompleta
 - Juegos Dinámicos de Información Incompleta
 - Perfecta
 - Imperfecta

Supuestos Fundamentales

- **Racionalidad:** Los jugadores tiene por objetivos maximizar sus pagos (comúnmente la utilidad de los jugadores). Por ejemplo, sí los jugadores son empresas los pagos son las utilidades.
- **Conocimiento común o compartido:** Todos los jugadores conocen la estructura del juego y que los demás jugadores son racionales, que todos los jugadores saben que todos son racionales y conocen la estructura del juego, y lo mismo iterado al infinito

Juegos Estáticos de Información Completa

- Los juegos estáticos se representan generalmente en la forma normal.
 - Set de jugadores: $i \in \{1,2,3,\dots,I\}$
 - Set de acciones o estrategias: S_i
 - Una función de pagos para cada jugador: $\pi_i(s)$, donde $s=(s_1,s_2,\dots,s_I)$ y $s_i \in S_i$.

Juego 1

Jugadores	Jugador B		
	Acciones	R	L
Jugador A	U	10,20	15,8
	D	-10,7	10,10

Pago Jugador A

Pago Jugador B

$i \in \{A,B\}$

$S_B=\{R,L\}$ y $S_A=\{U,D\}$

$\pi_A(U,R)=10$, $\pi_B(R,U)=20$, $\pi_A(U,L)=15$, $\pi_B(L,U)=8$

$\pi_A(D,L)=10$, $\pi_B(L,D)=10$, $\pi_A(D,R)=-10$, $\pi_B(R,D)=7$

Como Elegir una Acción o Estrategia

- **Estrategia Dominante:** una estrategia que resulta en el pago más alto posible independientemente de lo que haga el otro jugador
- **Estrategia Dominada:** una estrategia que es dominada por otra independientemente de lo que haga el otro jugador
- Jugar una estrategia dominante si la hay
 - Jugador A debe jugar U
 - Jugador B no tiene una estrategia dominante
- Un jugador no debe nunca asumir que otro jugador jugará una estrategia estrictamente dominada
 - El jugador B no debe asumir que el jugador A va a jugar D.
- Jugador B debería jugar L?

Eliminación Iterativa de Estrategias Estrictamente Dominadas (EIED) Juego 2

Jugadores		Jugador B		
Jugador A	Acciones	R	C	L
	U	4,3	5,1	6,2
	M	2,1	3,4	3,6
	D	3,0	9,6	2,8

Equilibrio de Nash: “Una Mente Brillante”

- **Definición 1:** A situación en la cual ningún jugador puede obtener un pago mayor desviándose unilateralmente dada la estrategia de los otros jugadores.
- **Definición 2:** Es un perfil de estrategias tal que la estrategia de cada jugador es la mejor respuesta a la estrategia de los otros jugadores.
- Equilibrio de Nash (EN) en el Juego 1 es $s^*=(U,R)$ y el equilibrio en el juego 2 es $s^*=(U,R)$. Por lo tanto, EN coincide con la (EIED)

Dilema del Prisionero

- Juego de Precios: Competencia a la Bertrand

Firmas	Firma B		
Firma A	Precios	Bajo	Alto
	Bajo	0,0	50,-10
	Alto	-10,50	10,10

El equilibrio es $s^*=(B,B)$ y $\pi_A(s^*)=\pi_B(s^*)=0$.

Colusión o secret hand-shake

Juego de Coordinación

Firmas	Firma B		
Firma A	Voltaje	120v	240v
	120v	100,100	0,0
	240v	0,0	100,100

Hay dos equilibrios: $s^*=\{(120v,120v),(240v,240v)\}$

Comunicación y/o fijación de estándares

Monitoreo de Empleados

Jugadores	Trabajador		
Jefe	Acción	T. Duro	T. Facil
	Monitorear	-1,1	1,-1
	No Monitorear	1,-1	-1,1

No hay equilibrio de Nash.

Ambos quieren mantener sus acciones en secreto. Para eso usan estrategias mixtas.

Estrategia mixta: es una estrategia en la cual un jugador elige aleatoriamente entre las diferentes acciones para que sus rivales no sean capaces de predecir sus acciones.

Negociación a la Nash

Jugadores		Sindicato		
Empresa	Acciones	0	50	100
	0	0,0	0,50	0,100
	50	50,0	50,50	-10,-10
	100	3,0	-10,-10	-10,-10

Como dividirse \$100. Si las demandas exceden \$100 entonces hay que llamar a un abogado (lamentablemente) que cobra 120 y propone una solución Salomónica de dividirse 50:50

Juegos Dinámicos de Información Completa

- Juegos Repetidos al Infinito: Un juego estático que es jugado infinitas veces por los mismos jugadores, los cuales reciben pagos cada periodo.
- Valor del dinero en el Tiempo:

$$VP_{firma} = \pi_0 + \frac{\pi_1}{1+r} + \frac{\pi_2}{(1+r)^2} + \dots + \frac{\pi_T}{(1+r)^T} = \sum_{t=0}^T \frac{\pi_t}{(1+r)^t}$$

- Si $T \rightarrow \infty$ y $\pi_t = \pi$ para todo t, entonces:

$$VP_{firma} = \frac{(1+r)\pi}{r}$$

Colusión

Firmas	Firma B		
Firma A	Precios	Bajo	Alto
	Bajo	0,0	50,-40
	Alto	-40,50	10,10

- El equilibrio del juego si se juega una sola vez es (Bajo,Bajo). Puede ser el equilibrio (Alto, Alto) si el juego se repite indefinidamente.
- **Estrategia gatillo:** una estrategia que es contingente en las jugadas anteriores y en la cual ciertas acciones tomadas en el pasado gatillan una acción diferente.

- Considere la estrategia gatillo jugar alto siempre que el otro juegue alto y jugar bajo para siempre si el otro juega bajo.

$$VP_{alto} = \frac{(1+r)10}{r}$$

- VP de jugar alto si el otro juega alto siempre es:
- VP de jugar bajo si el otro juega alto y usa la estrategia gatillo es:

$$VP_{bajo} = 50 + \frac{(1+r)0}{r}$$

- Conviene jugar alto siempre sí y sólo sí:

$$VP_{alto} - VP_{bajo} = \frac{(1+r)10}{r} - 50 > 0$$

- Esto es cierto sí y sólo sí: $r \leq \frac{1}{4}$

Cooperación

- Cooperar mientras ningún jugador elija no-cooperar, sí alguien lo hace castigar al jugador no cooperando de ahí en adelante para siempre

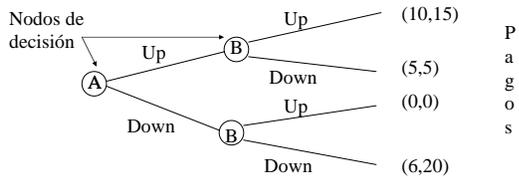
$$\frac{\pi_{nocoop} - \pi_{coop}}{\pi_{coop} - \pi_N} \leq r$$

Observaciones

- El juego no necesita ser jugado infinitas veces, tan sólo requiere que no se sepa con certeza cuando se terminará de jugar
- El problema del tiempo finito: Suponga que el juego es repetido dos veces.
- Ambos saben que en el período 2 ambas firmas tiene incentivos a jugar bajo. Por lo tanto, el primer período es el período final y ahí de nuevo tienen incentivo a cobrar bajo. No hay cooperación/colusión posible.

Juegos Secuenciales

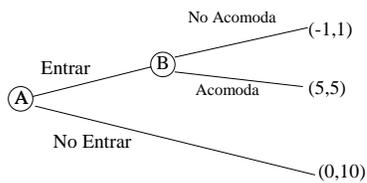
- **Forma extensiva:** Una representación del juego que resume los jugadores, la información disponibles en cada período, las acciones disponibles en cada período, la secuencia de movidas y los pagos resultantes para cada estrategia.



Concepto de Equilibrio

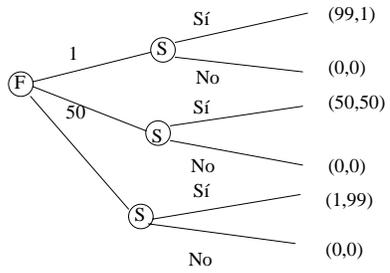
- **Sub-Juego Perfecto:** Una condición que describe un set de estrategias que constituye un equilibrio de Nash y no permite que ningún jugador aumente sus pagos en ninguna de las etapas del juego por medio de modificar su estrategia
- Solucionar usando Backward-Induction
- Hay dos NE que son (i) A juega Down y B Down sí A juega Up y Down si A juega Down; y (ii) A juega Up y B Down sí A juega Down y Up si A juega Up
- Hay un solo equilibrio en SJP que es el NE (ii) dado que el primero esta basado en una amenaza no creíble

Decisión de Entrar a un Mercado



- Hay dos NE que son: (i) B amenaza A con elegir No Acomoda sí A entra y A no entra; y (ii) A entra y B acomoda.
- El equilibrio en SJP es el segundo dado que el primero está basado en una amenaza no creíble

Negociación Secuencial



- Varios NE basados en amenazas no creíbles
- El único equilibrio en SJP es ofrecer \$1 y aceptar
