CURSO 4
FLUJO DE AGUA EN SUELOS
FUNDAMENTOS Y APLICACIONES

TEMA 4
ECUACIONES GENERALES Y REDES DE FLUJO

2011

UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA CIVIL

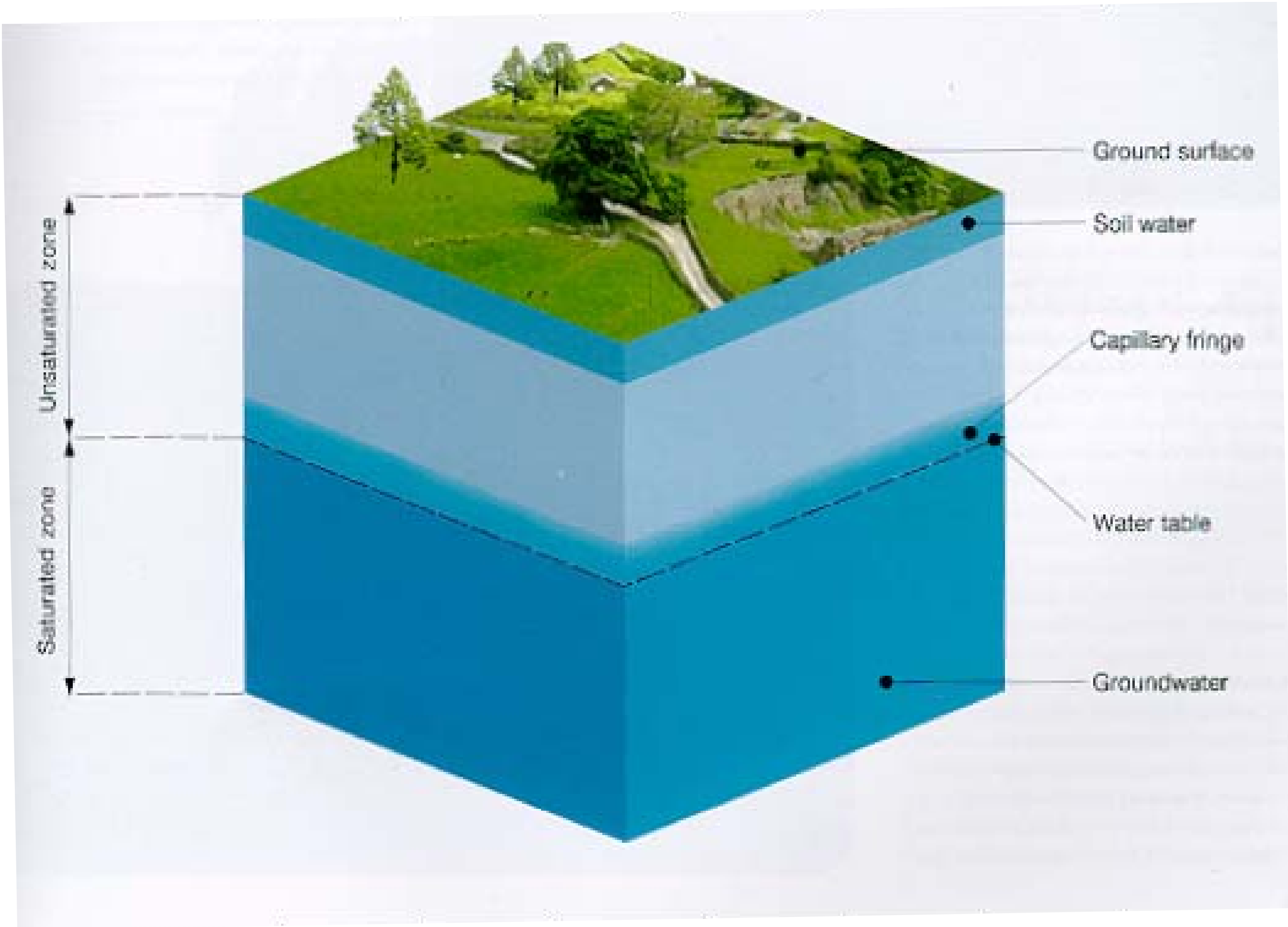
CONSERVACION DE MASA PARA FLUJO EN UN MEDIO POROSO

ECUACION DE LAPLACE

METODOS DE SOLUCION PARA LA ECUACION DE LAPLACE

REDES DE FLUJO

Consideremos un trozo de acuífero de pequeñas dimensiones localizado en la zona saturada del suelo:



CONSERVACION DE MASA PARA FLUJO EN UN MEDIO POROSO

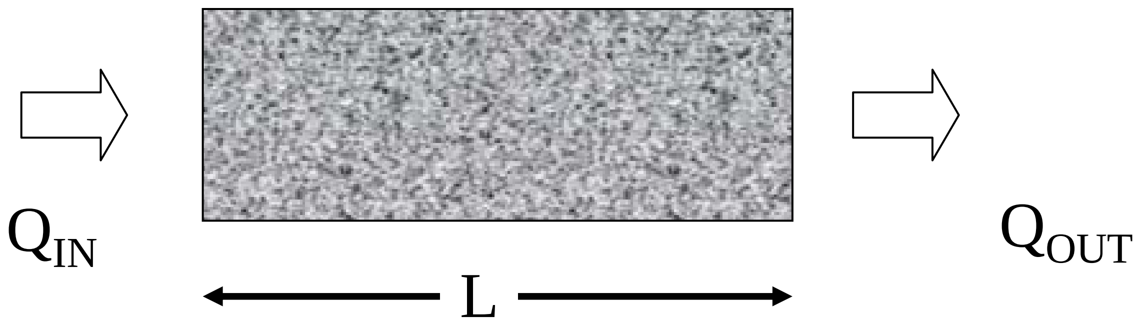
- –BALANCE SIMPLE
- –BALANCE DIFERENCIAL

ECUACION DE LAPLACE

METODOS DE SOLUCION PARA LA ECUACION DE LAPLACE

REDES DE FLUJO

Consideremos el balance másico sobre un elemento de suelo:

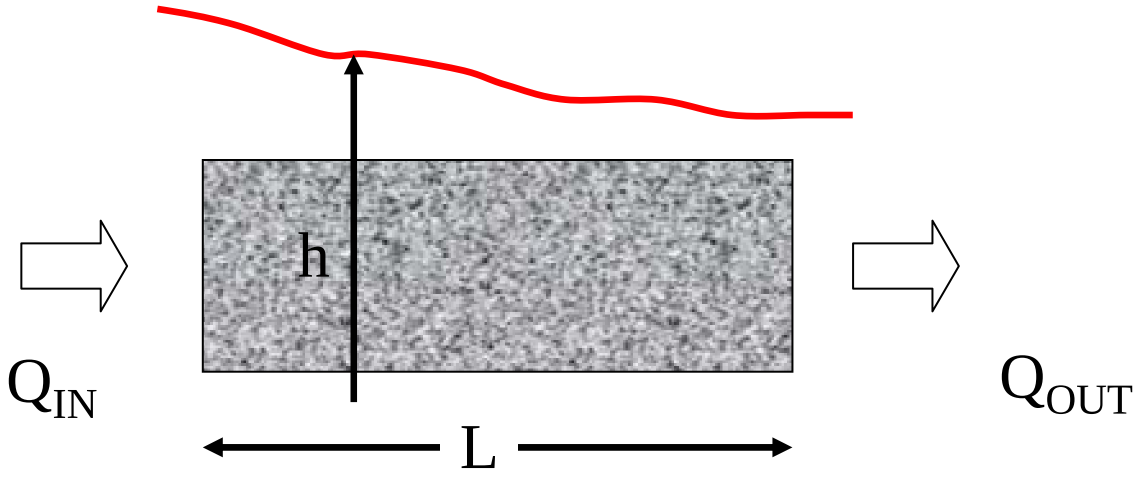


$$\frac{\Delta M}{\Delta t} = \rho \cdot Q_{IN} - \rho \cdot Q_{OUT}$$

$$Q = K \cdot i \cdot A \qquad\qquad M = \rho \cdot n \cdot A \cdot L$$

$$\frac{\Delta}{\Delta t}\left(\rho \cdot n \cdot A \cdot L\right) = \rho \cdot K \cdot i_{IN} \cdot A - \rho \cdot K \cdot i_{OUT} \cdot A$$

Consideremos el balance másico sobre un elemento de suelo:

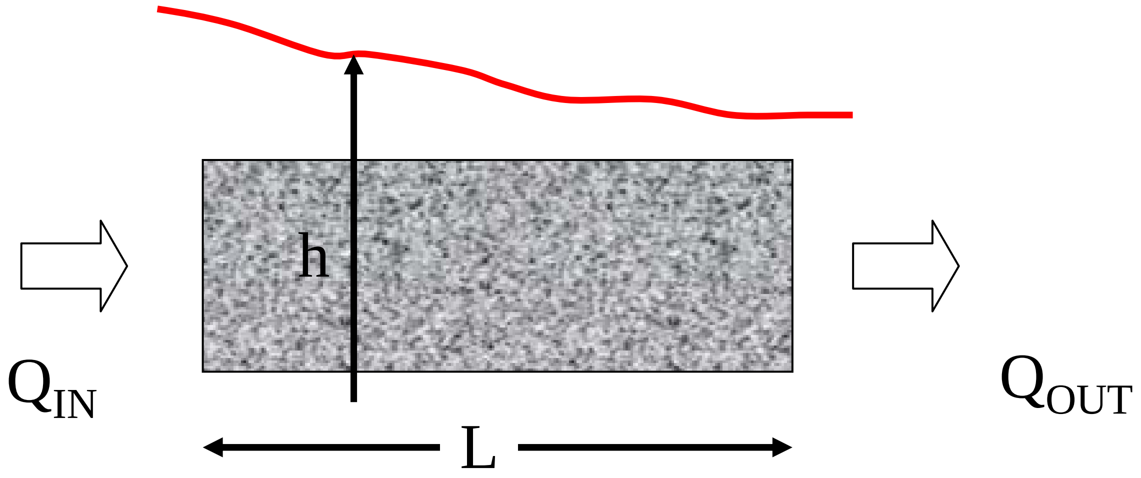


$$A \cdot L \cdot \frac{\Delta}{\Delta t}(\rho \cdot n) = \rho \cdot K \cdot i_{IN} \cdot A - \rho \cdot K \cdot i_{OUT} \cdot A$$

$$\frac{\Delta}{\Delta t}(\rho \cdot n) = \frac{\rho \cdot K \cdot i_{IN} - \rho \cdot K \cdot i_{OUT}}{L}$$

$$i_{IN} = -\left.\frac{\partial h}{\partial x}\right|_{OUT} \qquad i_{OUT} = -\left.\frac{\partial h}{\partial x}\right|_{OUT}$$

Consideremos el balance másico sobre un elemento de suelo:



$$\frac{\Delta}{\Delta t}(\rho \cdot n) = \rho \cdot K \cdot \frac{i_{IN} - i_{OUT}}{L}$$

$$\frac{\Delta}{\Delta t}(\rho \cdot n) = -\frac{\rho \cdot K \cdot \left.\frac{\partial h}{\partial x}\right|_{IN} - \rho \cdot K \cdot \left.\frac{\partial h}{\partial x}\right|_{OUT}}{L} = \frac{\rho \cdot K \cdot \left.\frac{\partial h}{\partial x}\right|_{OUT} - \rho \cdot K \cdot \left.\frac{\partial h}{\partial x}\right|_{IN}}{L}$$

Si L y Δt son pequeños: ➡ $\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot n) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho \cdot K \cdot \frac{\partial h}{\partial x}\right)$

CONSERVACION DE MASA PARA FLUJO EN UN MEDIO POROSO

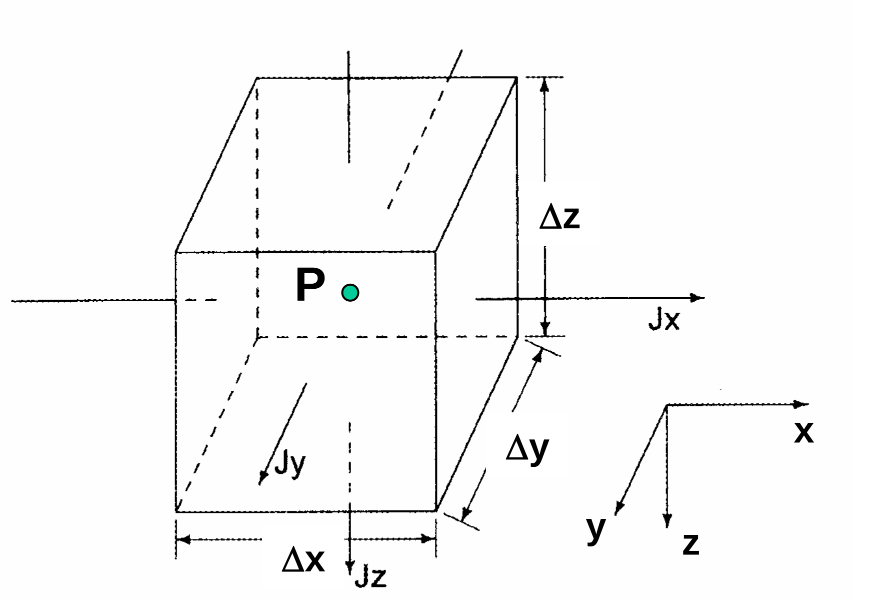
- –BALANCE SIMPLE
- –BALANCE DIFERENCIAL

ECUACION DE LAPLACE

METODOS DE SOLUCION PARA LA ECUACION DE LAPLACE

REDES DE FLUJO

Consideremos un volumen de control rectangular con dimensiones Δx, Δy y Δz, mientras que su centro de masa P se encuentra ubicado en las coordenadas (x,y,z).



$\underline{J} = \rho \cdot \underline{v}$: Flujo por unidad de área y tiempo $v_x = -K_x \cdot \dfrac{\partial h}{\partial x}$

Supongamos que el vector $\underline{J}$ representa el flujo de masa (masa por unidad de área y tiempo) de agua con densidad ρ en el punto P(x,y,z):

$$\boxed{\underline{J} = \rho \cdot \underline{v}}$$

donde es el vector de descarga específica o velocidad de Darcy.

El flujo neto de masa en la dirección x, G_x, se puede escribir como:

$$\boxed{G_x = \left(J_x \Big|_{x-\frac{\Delta x}{2},y,z} - J_x \Big|_{x+\frac{\Delta x}{2},y,z} \right) \cdot \Delta y \cdot \Delta z}$$

En forma similar, en las direcciones *y* y *z* podemos escribir:

$$\boxed{G_y = \left(J_y \Big|_{x,y-\frac{\Delta y}{2},z} - J_y \Big|_{x,y+\frac{\Delta y}{2},z} \right) \cdot \Delta x \cdot \Delta z}$$

$$\boxed{G_z = \left(J_z \Big|_{x,y,z-\frac{\Delta z}{2}} - J_z \Big|_{x,y,z+\frac{\Delta z}{2}} \right) \cdot \Delta x \cdot \Delta y}$$

El flujo neto de masa dentro del área de control, G_T, está dado por la suma de las cantidades anteriores:

$$\boxed{\begin{aligned} G_T = {} & \left(J_x\Big|_{x-\frac{\Delta x}{2},y,z} - J_x\Big|_{x+\frac{\Delta x}{2},y,z} \right)\cdot \Delta y \cdot \Delta z + \\ & + \left(J_y\Big|_{x,y-\frac{\Delta y}{2},z} - J_y\Big|_{x,y+\frac{\Delta y}{2},z} \right)\cdot \Delta x \cdot \Delta z + \\ & + \left(J_z\Big|_{x,y,z-\frac{\Delta z}{2}} - J_z\Big|_{x,y,z+\frac{\Delta z}{2}} \right)\cdot \Delta x \cdot \Delta y \end{aligned}}$$

La masa de fluido almacenada dentro del volumen de control está dada por la densidad del fluido, la porosidad del medio y las características geométricas de éste, i.e:

$$\boxed{M = \rho \cdot n \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z}$$

Dado que las dimensiones del volumen de control se mantienen fijas en el tiempo, la tasa temporal de cambio de la masa almacenada dentro de éste es:

$$\boxed{\frac{\partial M}{\partial t} = \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot n)}$$

Una forma alternativa de expresar la tasa de variación temporal de la masa almacenada dentro del volumen de control puede ser derivada a partir de la definición del almacenamiento específico, S_S.

$$\boxed{S_S = \frac{\Delta V_{DRENADO}}{V_T \cdot \Delta h}}$$

En la expresión anterior $\Delta V_{DRENADO}$ es el cambio en el volumen de agua liberado por un volumen de acuífero V_T cuando la carga hidráulica cambia en un Δh. Esta expresión se puede escribir de la siguiente manera:

$$\boxed{\Delta V_{DRENADO} = S_S \cdot V_T \cdot \Delta h}$$

De esta forma, el volumen de agua almacenado o drenado desde el volumen de control $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$, ante una variación promedio Δh del nivel de energía es igual a:

$$\boxed{\Delta V_{DRENADO} = S_S \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \Delta h}$$

Finalmente, si consideramos que la densidad del fluido no cambia en este proceso, la tasa de cambio de la masa de agua es igual a:

$$\boxed{\frac{\partial M}{\partial t} = \rho \cdot S_s \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \frac{\partial h}{\partial t}}$$

$$\boxed{\frac{\partial M}{\partial t} = \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot n)}$$

Considerando la conservación de masa podemos igualar las expresiones anteriores:

$$G_T = \frac{\partial M}{\partial t}$$

para obtener:

$$-\frac{1}{\Delta x}\cdot\left(J_x\Big|_{x+\frac{\Delta x}{2},y,z} - J_x\Big|_{x-\frac{\Delta x}{2},y,z}\right) - \frac{1}{\Delta y}\cdot\left(J_y\Big|_{x,y+\frac{\Delta y}{2},z} - J_y\Big|_{x,y-\frac{\Delta y}{2},z}\right) - \frac{1}{\Delta z}\cdot\left(J_z\Big|_{x,y,z+\frac{\Delta z}{2}} - J_z\Big|_{x,y,z-\frac{\Delta z}{2}}\right) = \rho\cdot S_S\cdot\frac{\partial h}{\partial t}$$

Si tomamos el límite de la ecuación anterior cuando el tamaño del volumen de control se reduce, es decir, $\Delta x \to 0$, $\Delta y \to 0$, y $\Delta z \to 0$ podemos recordar la definición de una derivada parcial para escribir:

$$\underset{\Delta x\to 0}{Lim}\ \frac{J_x\Big|_{x+\frac{\Delta x}{2},y,z} - J_x\Big|_{x-\frac{\Delta x}{2},y,z}}{\Delta x} = \frac{\partial}{\partial x}J_x$$

De esta manera, al reemplazar la definición de una derivada parcial en la ecuación anterior se obtiene:

$$\boxed{-\left(\frac{\partial J_x}{\partial x}+\frac{\partial J_y}{\partial y}+\frac{\partial J_z}{\partial z}\right)=\rho\cdot S_S\cdot\frac{\partial h}{\partial t}}$$

lo que puede ser escrito en forma reducida como:

$$\boxed{-\nabla\bullet \underline{J}=\rho\cdot S_S\cdot\frac{\partial h}{\partial t}}$$

Si en la derivación de la ecuación anterior se hubiera utilizado el término de porosidad y densidad el resultado anterior se habría modificado como sigue:

$$\boxed{-\nabla\bullet \underline{J}=\frac{\partial}{\partial t}(\rho\cdot n)}$$

Expresemos el lado izquierdo de la ecuación anterior en términos de cantidades o variables de importancia en aguas subterráneas.

$$\boxed{-\nabla \bullet \underline{J} = -\nabla \bullet (\rho \cdot \underline{v}) = -\rho\, \nabla \bullet \underline{v} - \underline{v} \bullet \nabla \rho}$$

En la mayoría de los problemas prácticos, el segundo término en la ecuación anterior es despreciable con respecto a los otros términos en la ecuación básica de continuidad.

Por ejemplo, en una situación que involucra un fluido incompresible como el agua, la variación de densidad del fluido es prácticamente nula. De esta manera se puede escribir:

$$\boxed{-\nabla \bullet \underline{J} = \rho \cdot S_S \cdot \frac{\partial h}{\partial t}} \qquad \boxed{-\rho\, \nabla \bullet \underline{v} = \rho \cdot S_S \cdot \frac{\partial h}{\partial t}} \qquad \boxed{-\nabla \bullet \underline{v} = S_S \cdot \frac{\partial h}{\partial t}}$$

en la cual se ha dividido por la densidad del fluido ambos lados de la ecuación.

Utilizando la ley de Darcy podemos desarrollar la ecuación anterior. Si suponemos que el medio poroso es heterogéneo y anisotrópico, y que el sistema de coordenadas x, y, z está alineado con las direcciones principales de anisotropía:

$$\boxed{v_x = -K_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x}} \qquad \boxed{v_y = -K_y \cdot \frac{\partial h}{\partial y}} \qquad \boxed{v_z = -K_z \cdot \frac{\partial h}{\partial z}}$$

Substituyendo la ley de Darcy en la ecuación básica de continuidad:

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial x}\left(K_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(K_y \cdot \frac{\partial h}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(K_z \cdot \frac{\partial h}{\partial z}\right) = S_S \cdot \frac{\partial h}{\partial t}}$$

Ecuación de continuidad::

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(K_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(K_y \cdot \frac{\partial h}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(K_z \cdot \frac{\partial h}{\partial z}\right) = S_S \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

Si consideramos que el medio es homogéneo pero anisotrópico, la ecuación anterior se puede escribir como sigue:

$$K_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = S_S \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

Ecuación de continuidad::

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(K_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(K_y \cdot \frac{\partial h}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(K_z \cdot \frac{\partial h}{\partial z}\right) = S_S \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

Si consideramos que el medio es heterogéneo pero isotrópico, la ecuación anterior se puede escribir como sigue:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(K \cdot \frac{\partial h}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(K \cdot \frac{\partial h}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(K \cdot \frac{\partial h}{\partial z}\right) = S_S \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

Ecuación de continuidad::

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(K_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(K_y \cdot \frac{\partial h}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(K_z \cdot \frac{\partial h}{\partial z}\right) = S_S \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

Si consideramos que el medio es homogéneo e isotrópico, la ecuación anterior se puede escribir como sigue:

$$K \cdot \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right) + K \cdot \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial h}{\partial y}\right) + K \cdot \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial h}{\partial z}\right) = S_S \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{S_S}{K} \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

CONSERVACION DE MASA PARA FLUJO EN UN MEDIO POROSO

ECUACION DE LAPLACE

METODOS DE SOLUCION PARA LA ECUACION DE LAPLACE

REDES DE FLUJO

Si consideramos un escurrimiento en régimen permanente o estacionario, y que además el medio acuífero es homogéneo e isotrópico ($K_x = K_y = K_z$ = constante), podemos escribir la ecuación básica de continuidad:

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial x}\left(K_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(K_y \cdot \frac{\partial h}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(K_z \cdot \frac{\partial h}{\partial z}\right) = S_S \cdot \frac{\partial h}{\partial t}}$$

como:

$$\boxed{\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0}$$

la que comúnmente se conoce como la ecuación de Laplace. En forma reducida esta ecuación se puede escribir como:

$$\boxed{\nabla^2 h = 0}$$

donde ∇^2 es el operador Laplaciano.

Considerando un elemento diferencial de forma cilíndrica se puede escribir la ecuación de Laplace en **coordenadas cilíndricas**, las que utilizan el sistema de coordenadas (r,θ,z) en vez del sistema cartesiano (x,y,z).

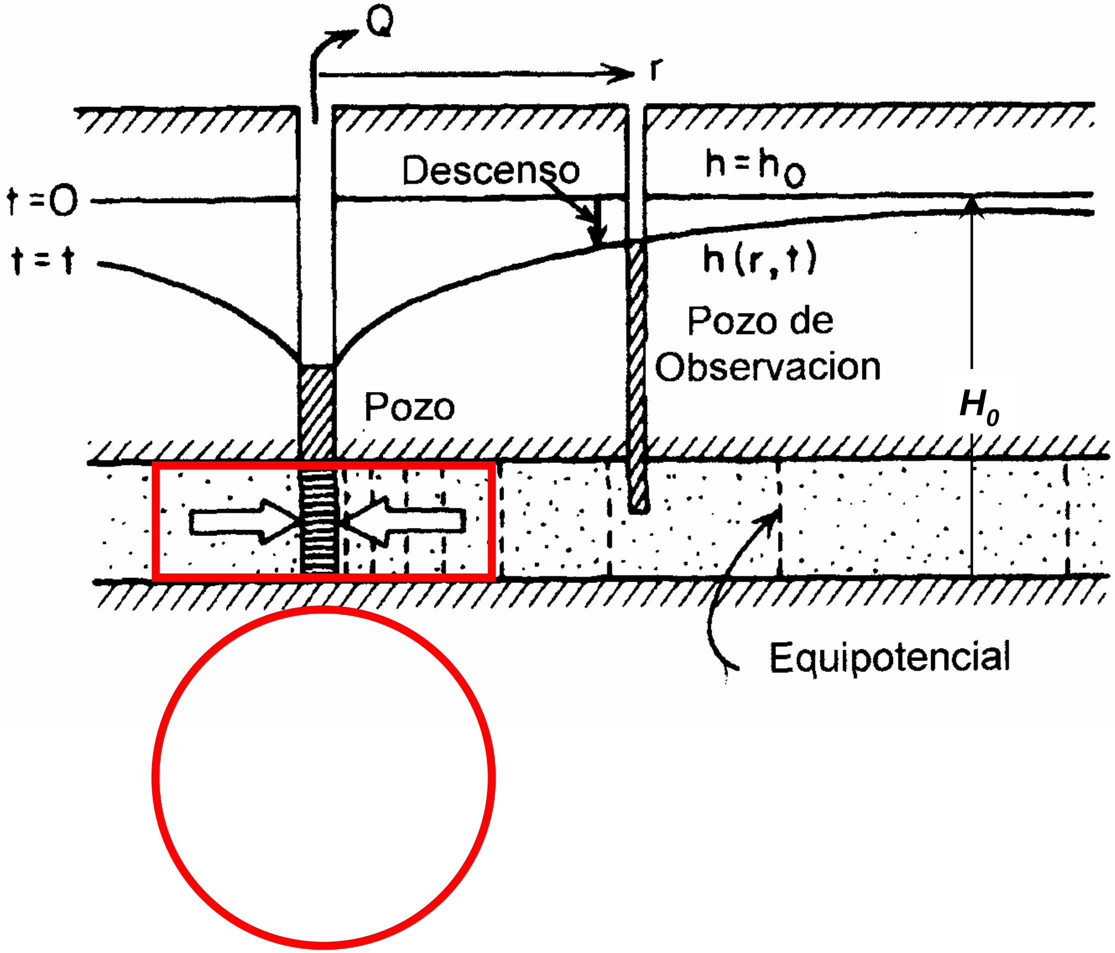
Utilizando este nuevo sistema de coordenadas la ecuación de Laplace se puede escribir de la siguiente forma:

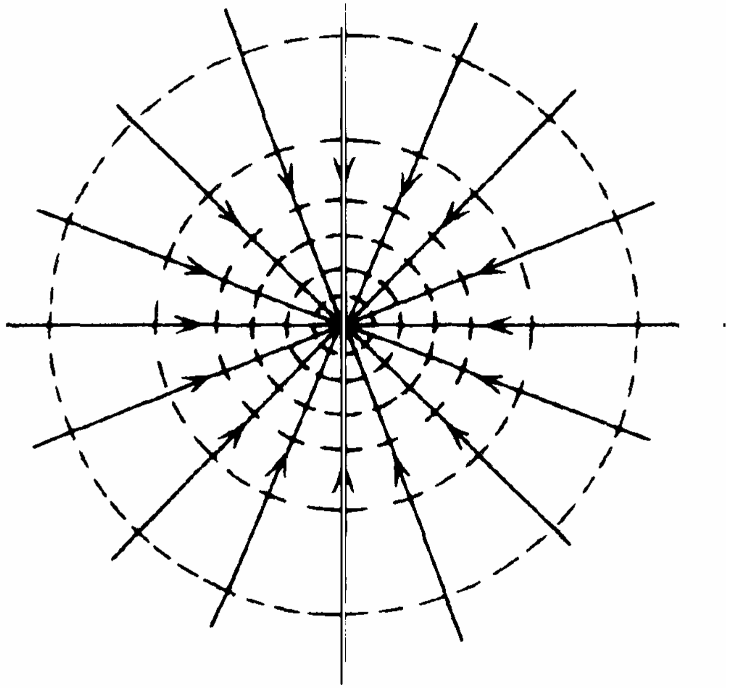
$$\boxed{\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial h}{\partial r}+\frac{\partial^2 h}{\partial r^2}+\frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial^2 h}{\partial \theta^2}+\frac{\partial^2 h}{\partial z^2}=0}$$

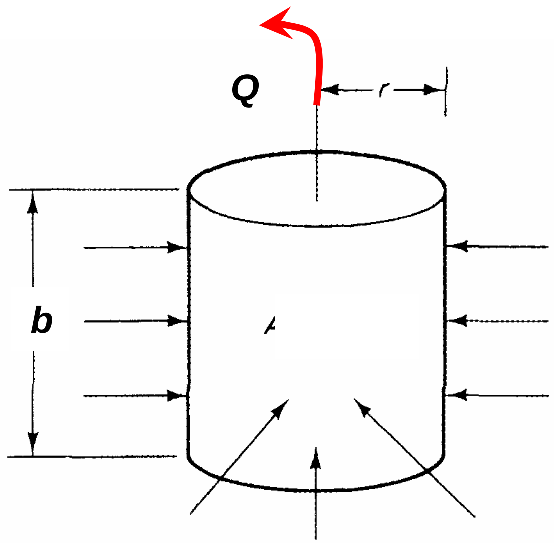
con las siguientes componentes del vector velocidad:

$$\boxed{v_r = K\cdot\frac{\partial h}{\partial r} \qquad v_\theta = K\cdot\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial h}{\partial \theta} \qquad v_z = K\cdot\frac{\partial h}{\partial z}}$$

Esta ecuación representa el caso de un escurrimiento hacia un pozo que se encuentra bombeando un caudal *Q* desde él. Las líneas de flujo son radiales y convergentes hacia el pozo. Las equipotenciales son círculos concéntricos.







$$\boxed{\Omega = 2\cdot\pi\cdot r\cdot b}$$

Utilizando **coordenadas esféricas**, en las cuales el sistema cartesiano (x,y,z) se reemplaza por un sistema de coordenadas (r,θ,φ).

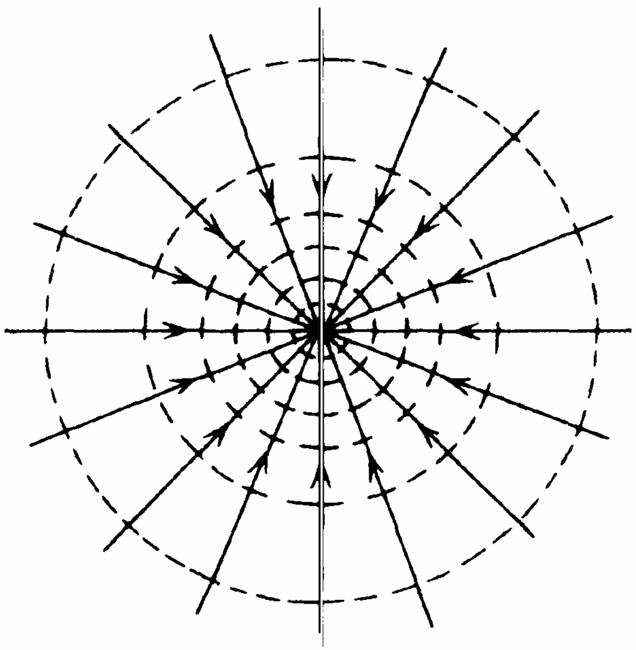
En este caso se obtiene para la ecuación de Laplace la siguiente expresión:

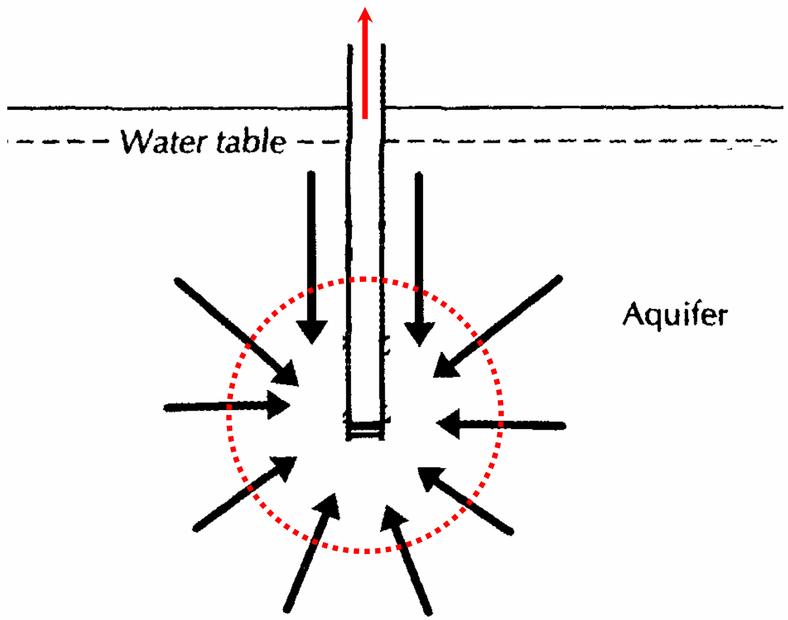
$$\boxed{\frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\cdot\frac{\partial h}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\cdot \operatorname{sen}\theta}\cdot\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\operatorname{sen}\theta\cdot\frac{\partial h}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{r^2\cdot\operatorname{sen}^2\theta}\cdot\frac{\partial^2 h}{\partial\varphi^2}=0}$$

con las siguientes componentes del vector velocidad:

$$\boxed{v_r = K\cdot\frac{\partial h}{\partial r} \qquad v_\theta = K\cdot\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial h}{\partial\theta} \qquad v_\varphi = K\cdot\frac{1}{r\cdot\operatorname{sen}(\theta)}\cdot\frac{\partial h}{\partial\varphi}}$$

Punteras: En este caso se considera que el pozo capta únicamente a través del fondo de éste y que el relleno acuífero es muy profundo. El bombeo es suficientemente débil como para que no se note la influencia de éste sobre la superficie de la napa.





CONSERVACION DE MASA PARA FLUJO EN UN MEDIO POROSO

ECUACION DE LAPLACE

METODOS DE SOLUCION PARA LA ECUACION DE LAPLACE

REDES DE FLUJO

A) SOLUCIÓN DIRECTA DE LA ECUACIÓN DE LAPLACE

B) INTEGRACIÓN DE ECUACIONES SIMPLIFICADAS

C) REDES DE FLUJO

D) MODELOS NUMÉRICOS

E) MODELOS ANALÓGICOS

a) Solución Directa de la Ecuación de Laplace

En este tipo de métodos se busca una expresión analítica que satisfaga la ecuación de Laplace, así como también las condiciones de borde que describen el problema. La aplicación de este tipo de método se encuentra restringida a problemas de geometría muy simple, pero que son de aplicación directa en muchas situaciones prácticas.

b) Integración de Ecuaciones Simplificadas

En este enfoque de solución se plantea en forma simple relaciones que permitan definir líneas de flujo y equipotenciales para el problema específico que se desea estudiar. Este tipo de enfoque está restringido a situaciones muy simples en las cuales se tenga alguna idea del tipo de solución o forma del escurrimiento a través del medio poroso permeable.

c) Redes de Flujo

Dado su característica de flujo laminar e irrotacional, un sistema de aguas subterráneas puede ser representado en tres dimensiones por medio de un conjunto de superficies equipotenciales y un conjunto de líneas de flujo ortogonales. En aquellos casos en que es posible identificar una sección bidimensional representativa del problema en estudio el conjunto de equipotenciales y líneas de flujo constituye una Red de Flujo.

d) Modelos Numéricos

Ecuaciones diferenciales parciales gobiernan el flujo de agua subterránea. Métodos de análisis numéricos para la resolución de estas ecuaciones se basan en el reemplazo de una ecuación diferencial por un sistema matricial equivalente el cual puede ser resuelto mediante operaciones algebraicas más simples.

e) Modelos Analógicos

Estos métodos estudian el flujo de agua subterránea mediante analogías con otros fenómenos naturales que han sido previamente estudiados. De este modo, la conducción de energía eléctrica a través de conductores o de calor a través de una superficie sólida son dos fenómenos cuya representación matemática es similar a la del flujo del agua subterránea. De esta manera, mediante el estudio de estos fenómenos es posible identificar analogías con el comportamiento del agua en un medio poroso.

CONSERVACION DE MASA PARA FLUJO EN UN MEDIO POROSO

ECUACION DE LAPLACE

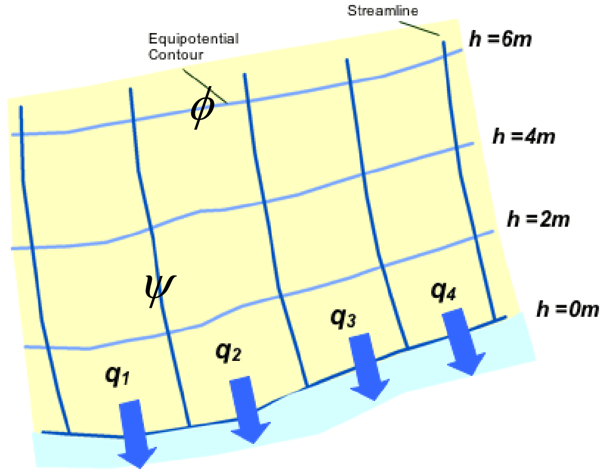
METODOS DE SOLUCION PARA LA ECUACION DE LAPLACE

REDES DE FLUJO

La construcción de una Red de Flujo es una de las herramientas de análisis más poderosas que se ha utilizado históricamente en el área de hidráulica de aguas subterráneas.

Dada su característica de flujo laminar e irrotacional, un sistema de aguas subterráneas puede ser representado en tres dimensiones por medio de un conjunto de **superficies equipotenciales** y un conjunto de **líneas de flujo ortogonales**.

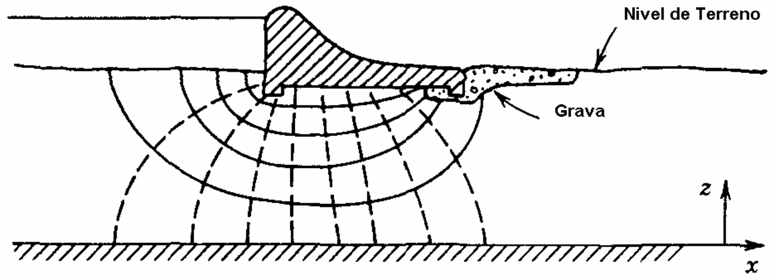
En aquellos casos en que es posible identificar una sección bidimensional representativa del problema en estudio el conjunto de equipotenciales y líneas de flujo constituye una **Red de Flujo**.



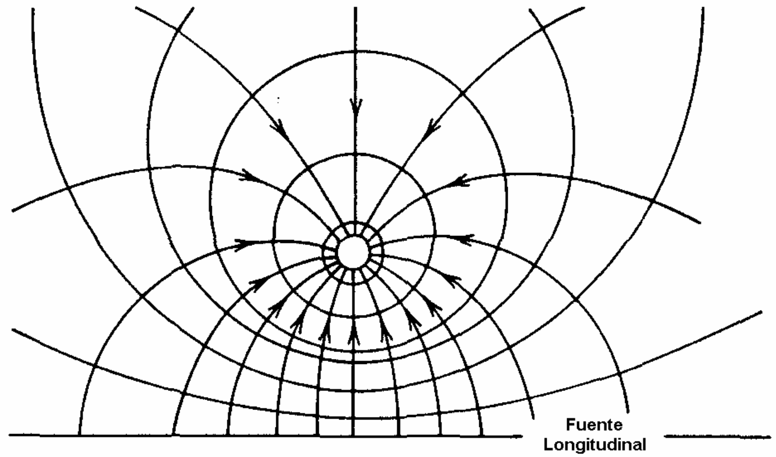
Dos ejemplos de **Redes de Flujo** se presentan en la figura siguiente.

(a) un escurrimiento de agua subterránea bajo un muro de embalse impermeable.

(b) un sistema acuífero afectado por la extracción desde un pozo de bombeo.



(a)



(b)

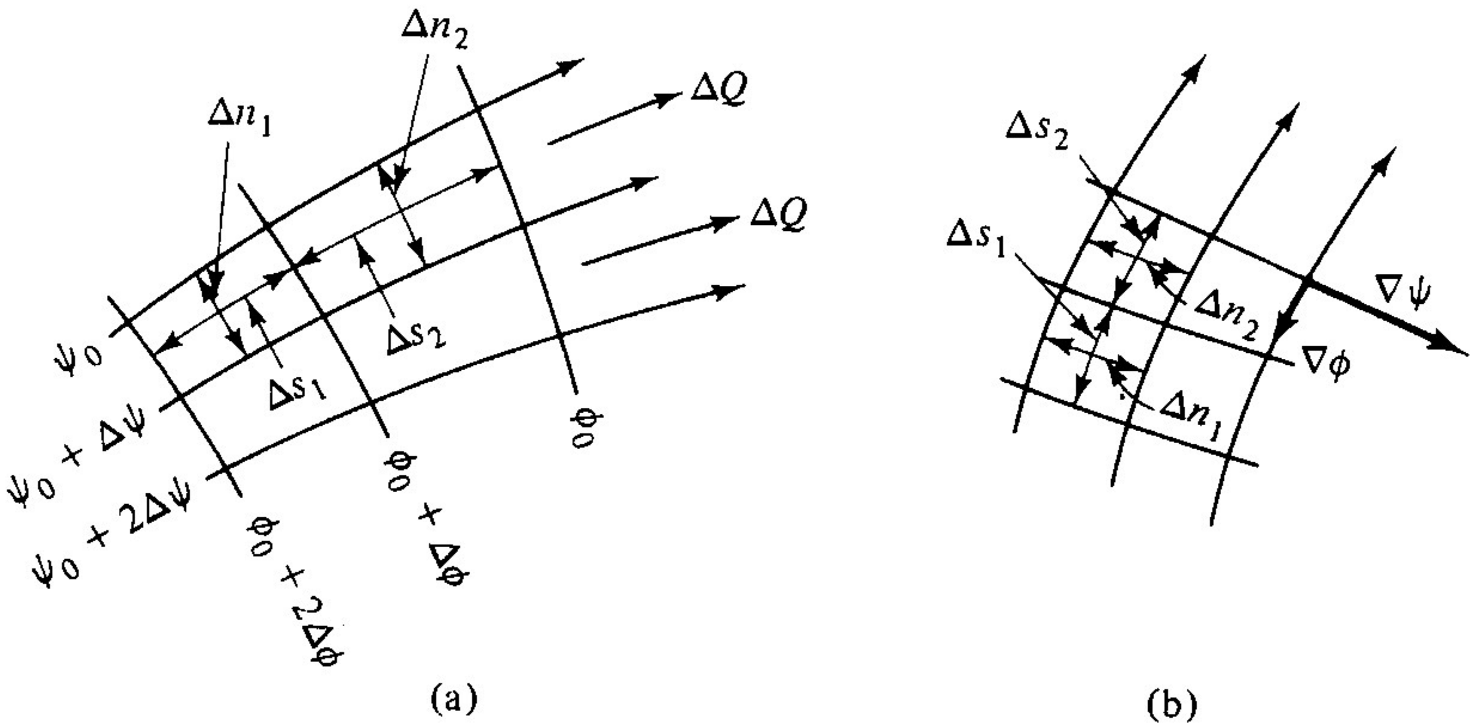
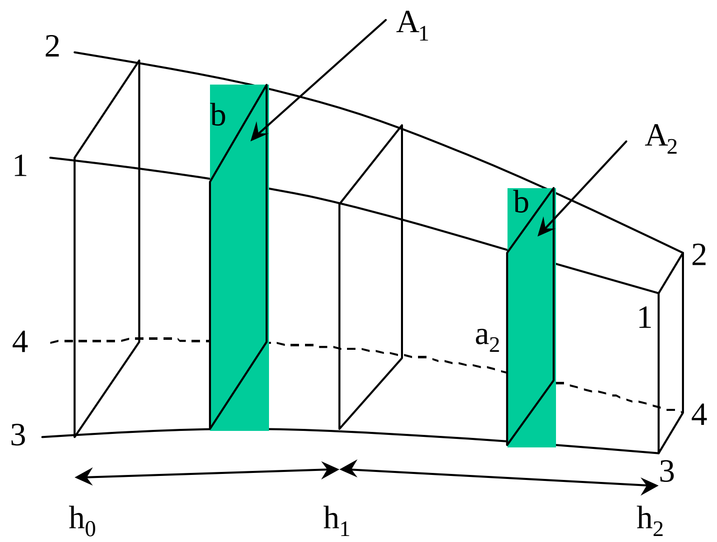


Figure 5-36 A portion of a flow net.

Consideremos un tubo de corriente definido por dos líneas de corriente 1-1 y 3-3 situadas en un mismo plano paralelo al plano de movimiento, y las 2-2 y 4-4 situadas en un plano paralelo a la distancia *b* (escurrimiento bidimensional).

Sean además las equipotenciales h_o, h_1, h_2, situadas a distancias l_1 y l_2 entre sí. El agua entre estas cuatro líneas se comporta esencialmente como si circulara por una cañería limitada por ellas.



Sean dos secciones de áreas A_1 y A_2 en cuyas ubicaciones los gradientes hidráulicos del escurrimiento son i_1 y i_2. Por continuidad de caudales se tiene, para un medio permeable uniforme:

$$\boxed{Q = K \cdot A_1 \cdot i_1 = K \cdot A_2 \cdot i_2}$$

donde los gradientes hidráulicos en los tramos 0-1 y 1-2 se pueden escribir como:

$$\boxed{i_1 = \frac{h_0 - h_1}{l_1} \quad y \quad i_2 = \frac{h_1 - h_2}{l_2}}$$

con las áreas de escurrimiento iguales a:

$$\boxed{A_1 = a_1 \cdot b \quad y \quad A_2 = a_2 \cdot b}$$

Sean dos secciones de áreas A_1 y A_2 en cuyas ubicaciones los gradientes hidráulicos del escurrimiento son i_1 y i_2. Por continuidad de caudales se tiene, para un medio permeable uniforme:

$$\boxed{Q = K \cdot a_1 \cdot b \cdot \frac{h_0 - h_1}{l_1} = K \cdot a_2 \cdot b \cdot \frac{h_1 - h_2}{l_2}}$$

Si se opta por trazar las equipotenciales de tal manera que la pérdida de carga entre dos consecutivas sea igual, la ecuación de continuidad permite escribir:

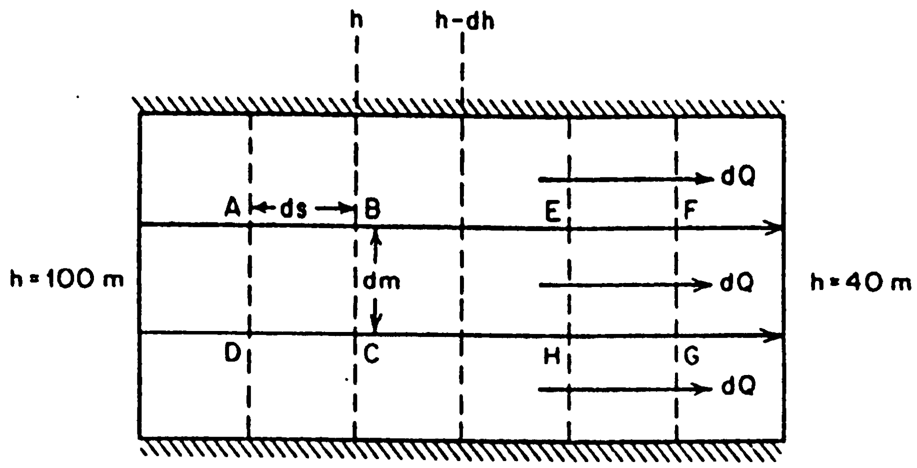
$$\boxed{\frac{\Delta h}{l_1} \cdot a_1 = \frac{\Delta h}{l_2} \cdot a_2}$$

Lo anterior permite obtener:

$$\boxed{\frac{a_1}{l_1} = \frac{a_2}{l_2} = constante}$$

Esto significa que la relación de los lados de los rectángulos de una red de flujo, formados por la intersección de líneas de corriente y equipotenciales, es constante. De este modo, si un elemento de la red de flujo es aproximadamente cuadrado, $a_1 \approx l_1$, todos los demás también lo serán. Esto proporciona un método de gran utilidad para la solución de algunos problemas de escurrimientos en medios permeables saturados.

Consideremos el ejemplo a continuación, en el cual se observan tres tubos de flujo y seis caídas de presión. En este caso supongamos que *ds=dm*.



Si la red se ha trazado con el objeto de determinar el monto de una filtración, una vez dibujada, se determina el valor "Δh" dividiendo la carga total disponible por el número de caídas de presión (N_P).

El caudal conducido por cada tubo de flujo será:

$$dq = K \cdot \frac{\Delta h}{l_1} \cdot a_1 = K \cdot \Delta h \qquad con \qquad \Delta h = \frac{H}{N_p} = \frac{100-40}{6}\, m = 10\, m$$

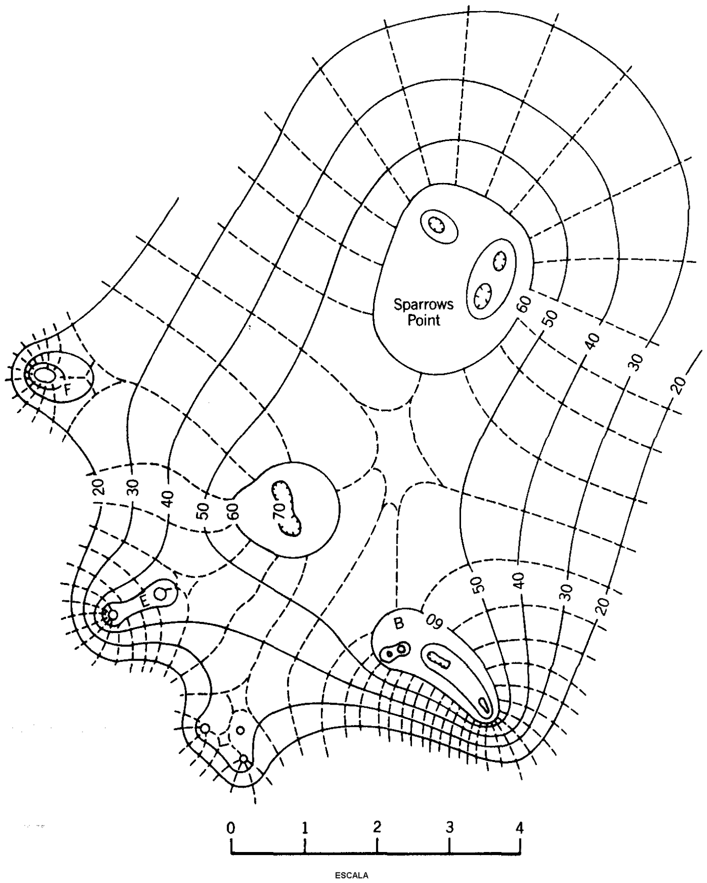
El caudal total queda dado por: $Q = dq \cdot N_t$ (por unidad de ancho), donde N_t es el número de tubos de flujo en la red trazada.

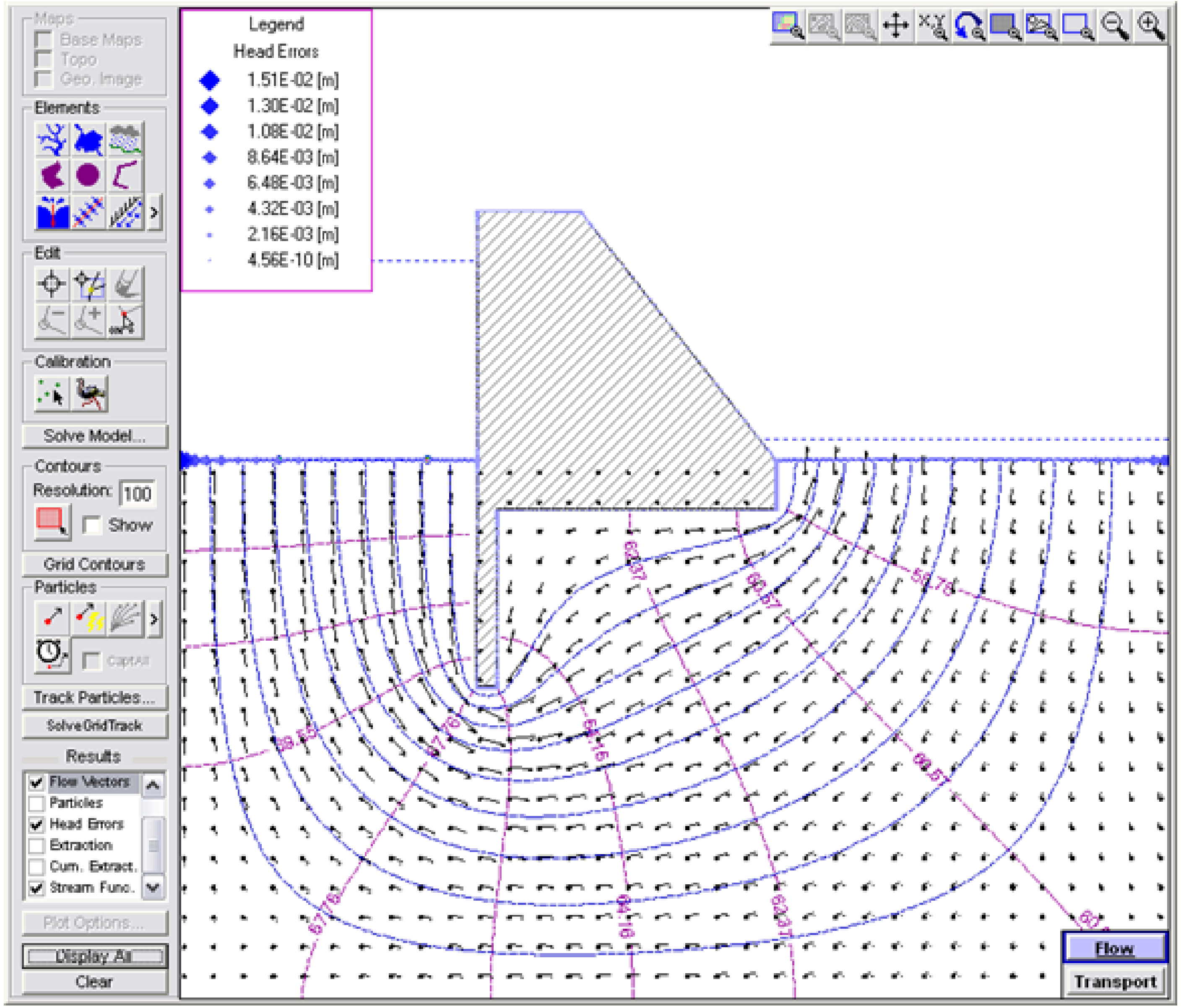
$$Q = K \cdot H \cdot \frac{N_t}{N_p}$$

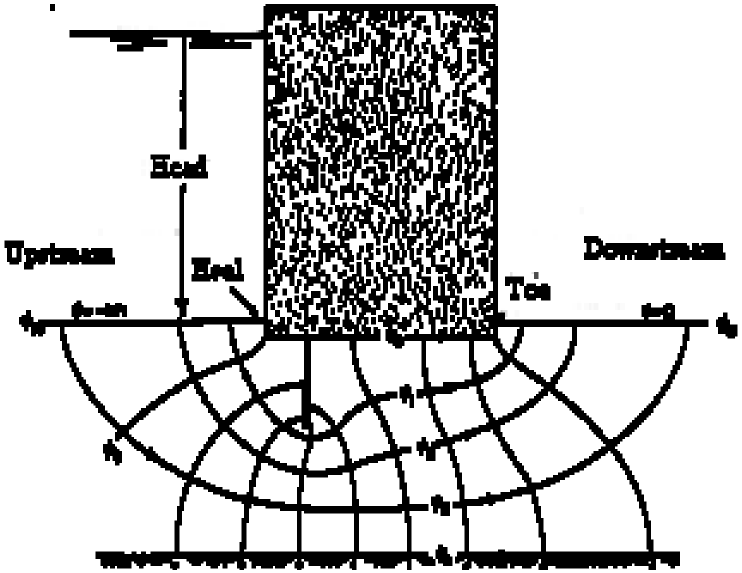
Se observa que si el material es uniforme, la red es la misma cualquiera que sea su permeabilidad, a condición de que se mantengan las condiciones de borde.

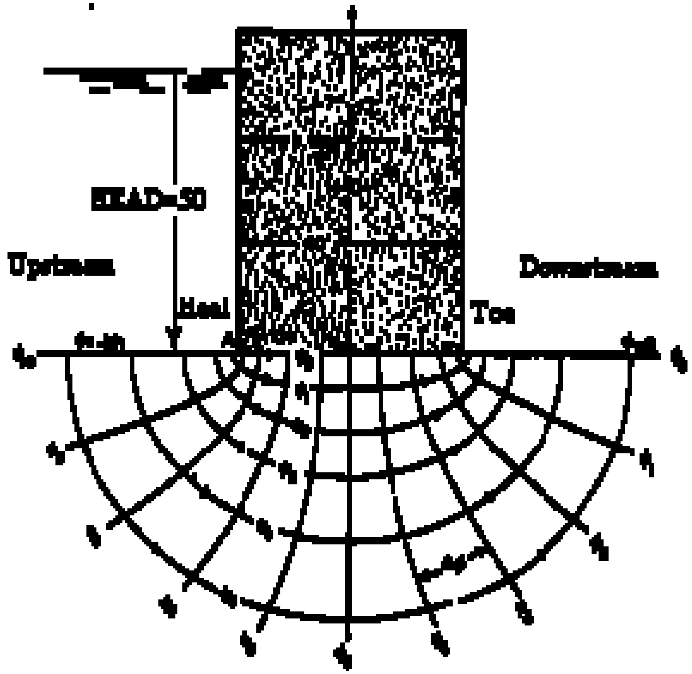
El trazado de la red resulta ser independiente de la permeabilidad del terreno.

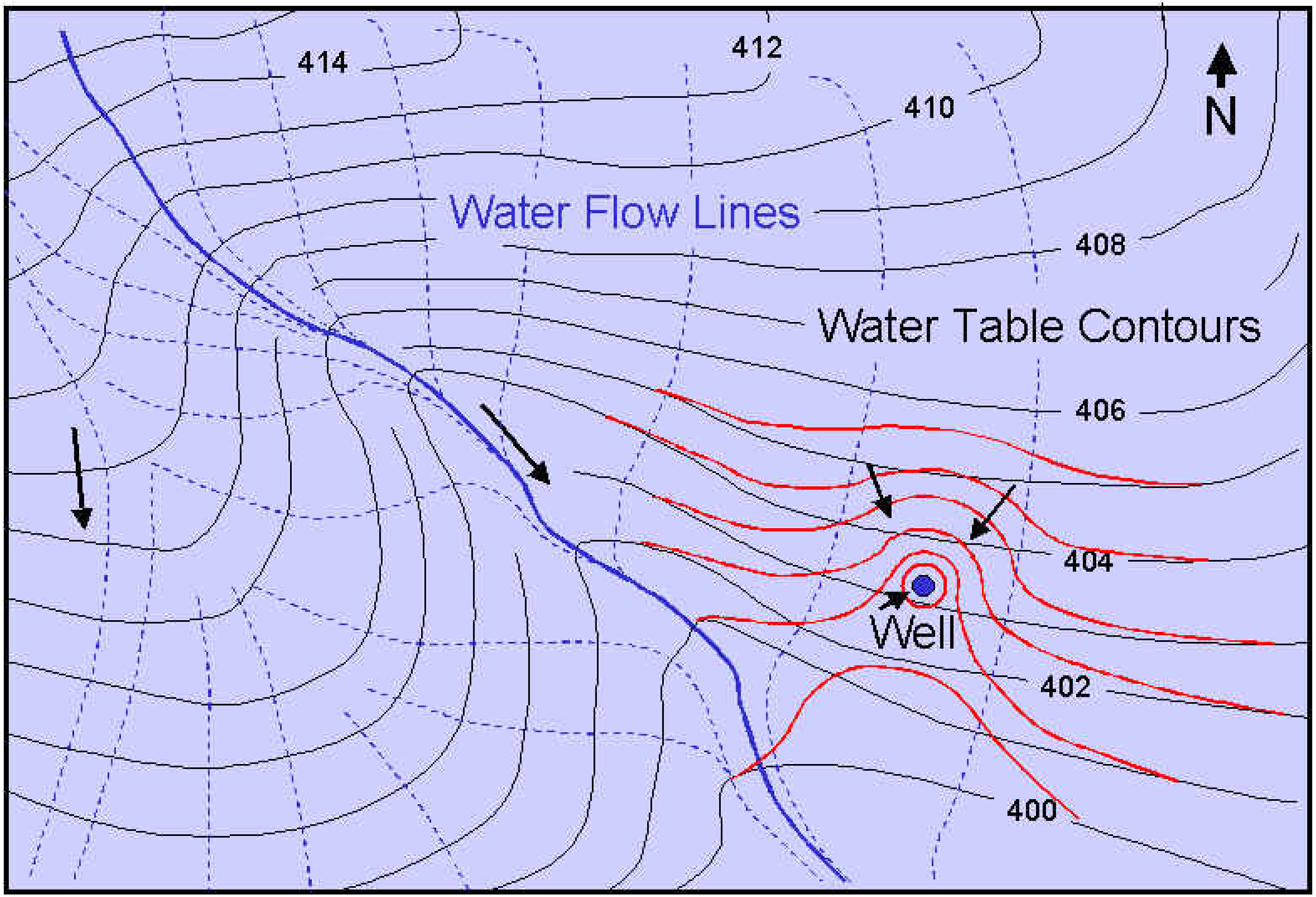
La figura muestra un clásico ejemplo de una red de flujo estudiada por Bennet y Meyer (1952). Esta Red de Flujo es para la formación Patuxent, donde la carga hidráulica indica un escurrimiento que ocurre bajo el nivel del mar. El gran número de zonas de bajo nivel piezométrico es causado por un excesivo bombeo. Las líneas continuas describen curvas de igual potencial piezométrico (en este caso profundidad bajo el nivel del mar), mientras que las líneas segmentadas corresponden a líneas de flujo.

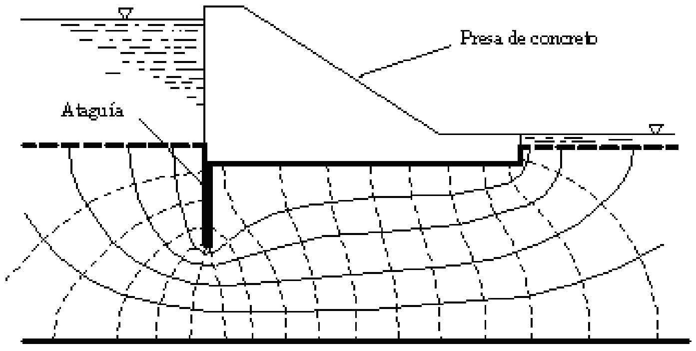



Maps
Base Maps
Topo
Geo. Image
Elements
Edit
Calibration
Solve Model...
Contours
Resolution: 100
Show
Grid Contours
Particles
CaptAll
Track Particles...
SolveGridTrack
Results
Flow Vectors
Particles
Head Errors
Extraction
Cum. Extract.
Stream Func.
Plot Options...
Display All
Clear
Legend
Head Errors
1.51E-02 [m]
1.30E-02 [m]
1.08E-02 [m]
8.64E-03 [m]
6.48E-03 [m]
4.32E-03 [m]
2.16E-03 [m]
4.56E-10 [m]
Flow
Transport

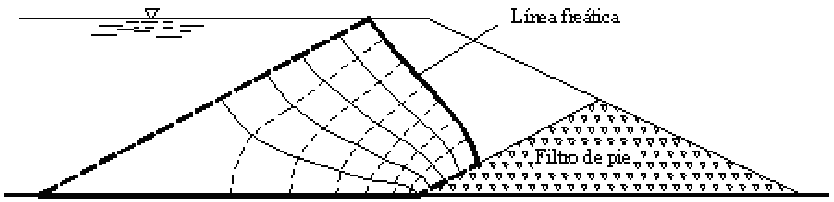

Head
Upstream
Heel
Toe
Downstream


HEAD=50
Upstream
Heel
Toe
Downstream

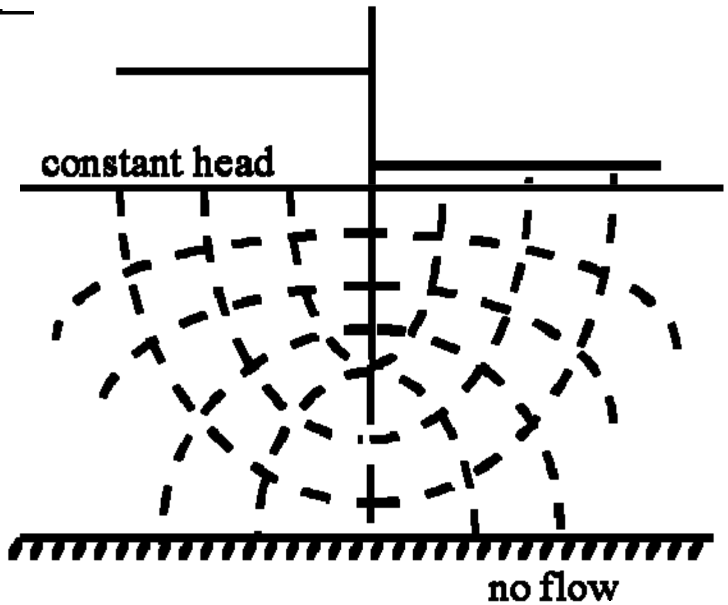

414
412
410
N
Water Flow Lines
408
Water Table Contours
406
404
Well
402
400


Presa de concreto
Ataguía

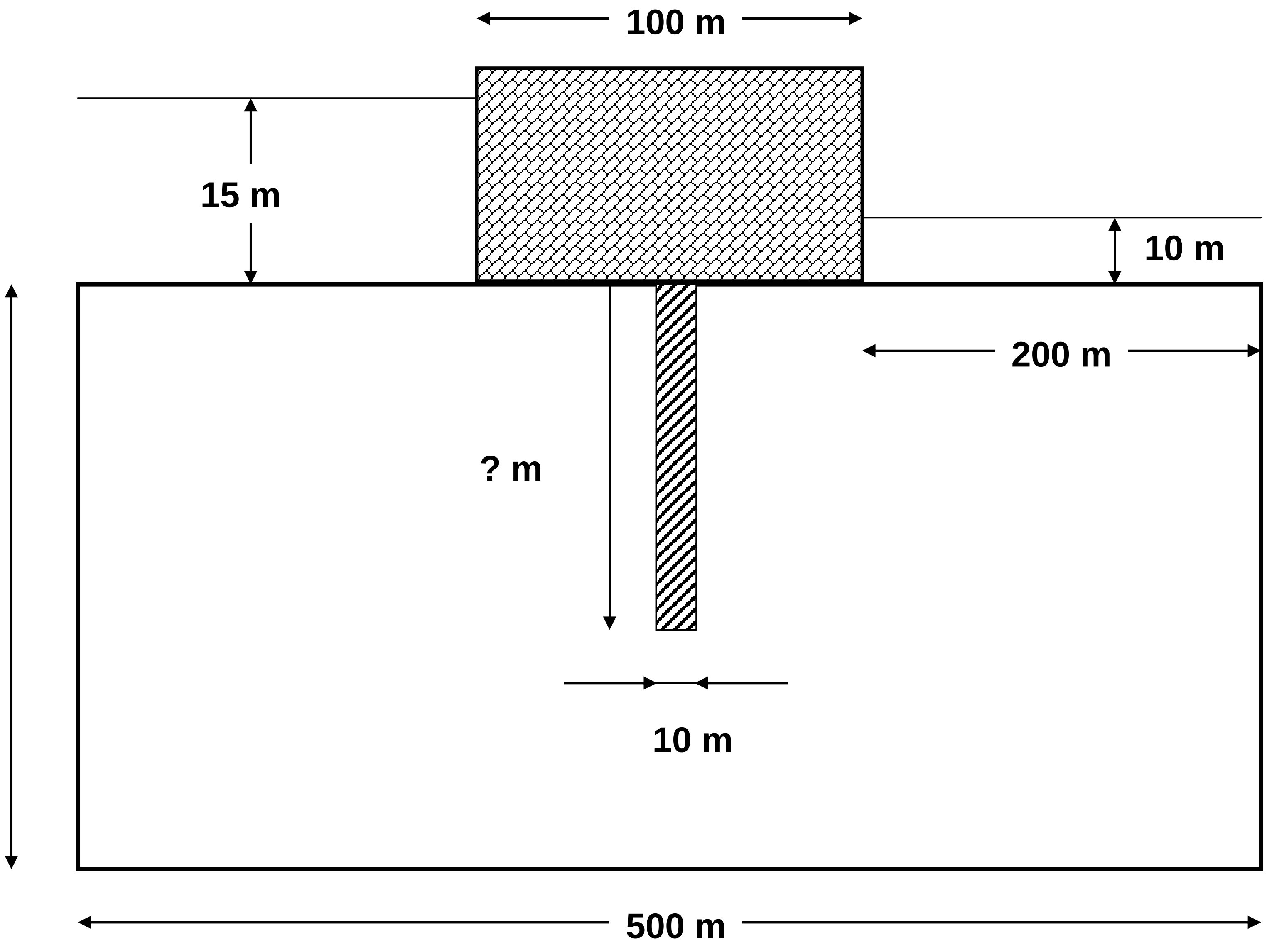
(a)

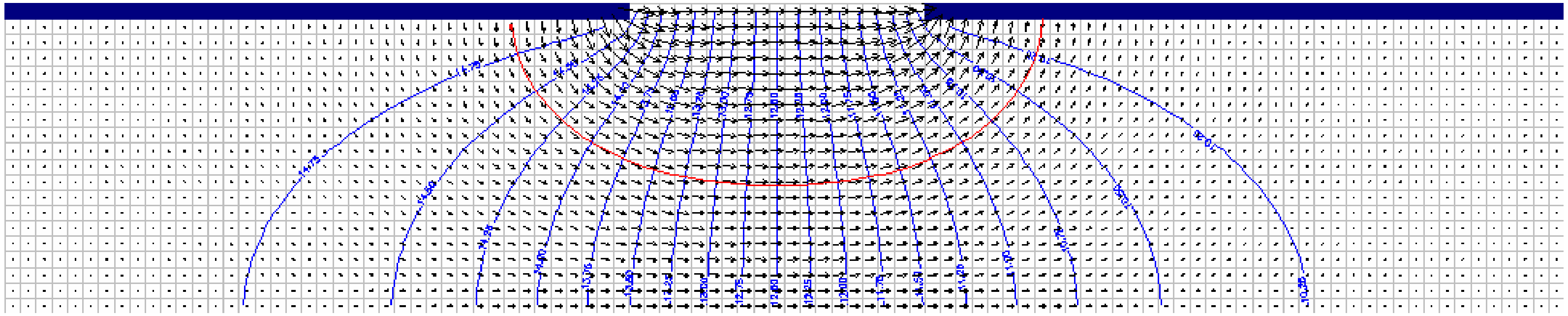

Línea freática
Filtro de pie

(b)

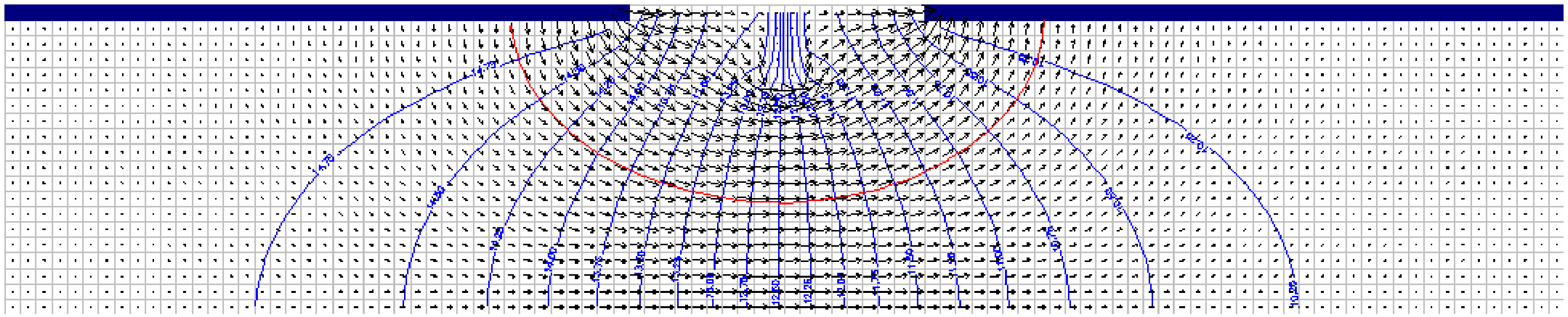

constant head
no flow

EJEMPLO

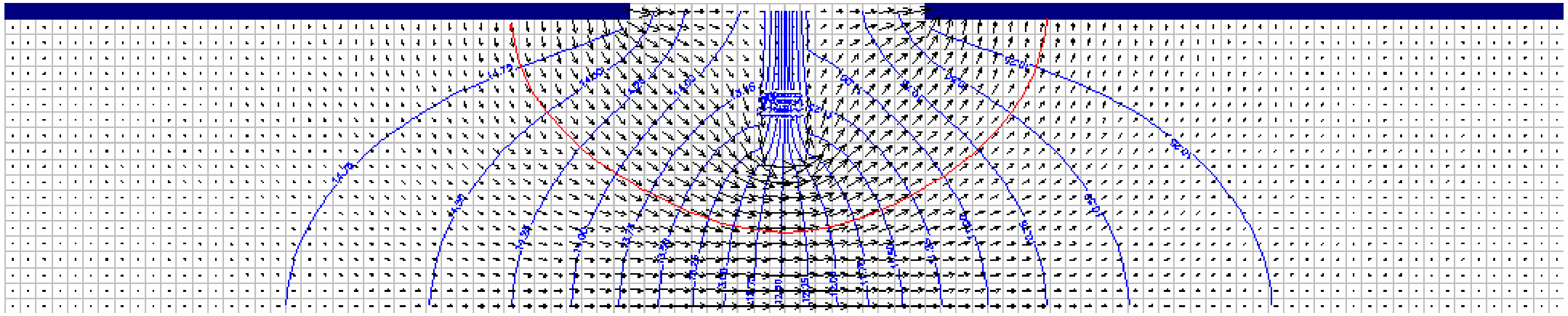

100 m
15 m
10 m
200 m
? m
10 m
500 m



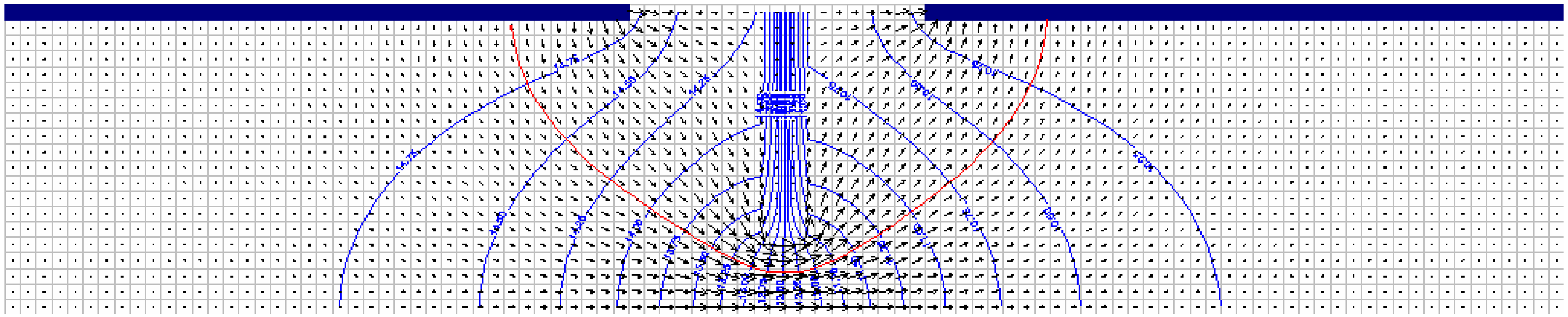
H = 0 m



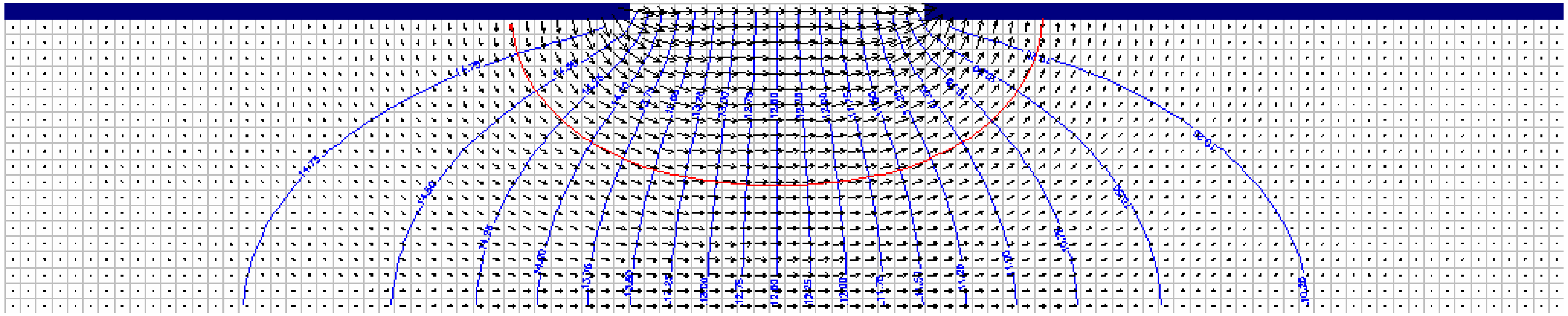
H = 25 m



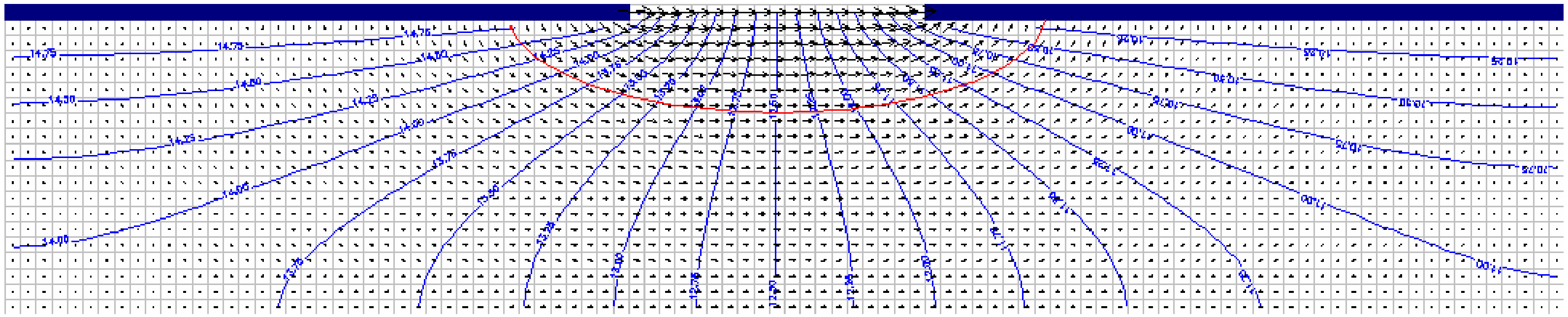
H = 50 m



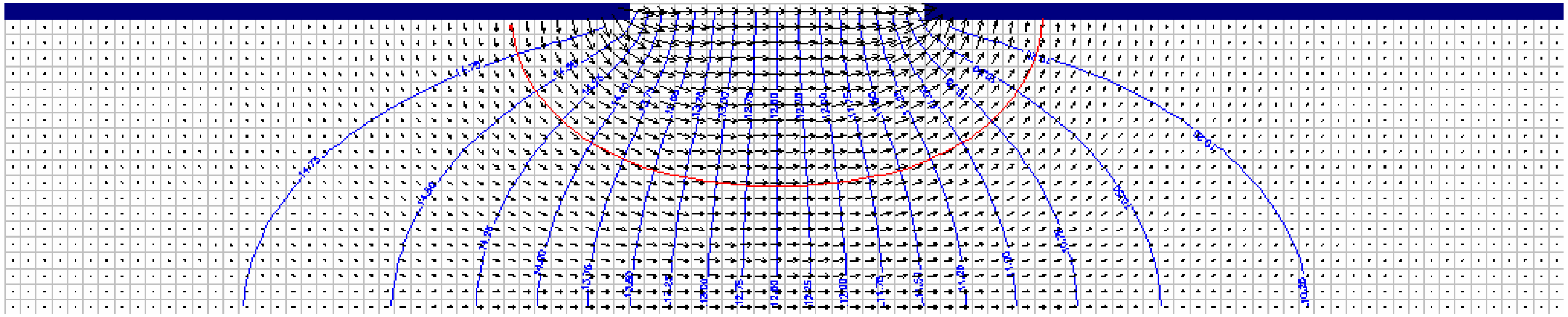
H = 75 m



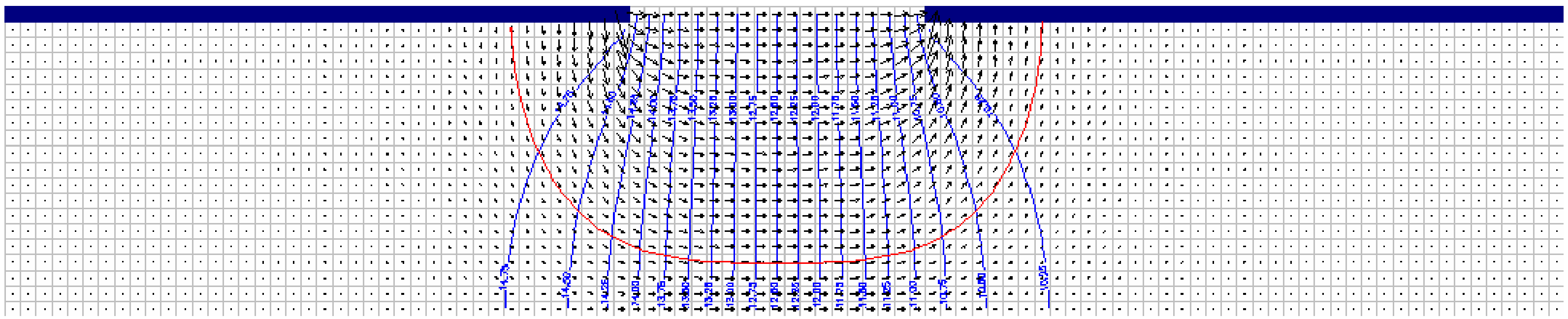
ISOTROPICO (Kx/Kz=1)



ANISOTROPICO (Kx/Kz = 5)



ISOTROPICO (Kx/Kz=1)



ANISOTROPICO (Kx/Kz = 0.2)