Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Escuela de Verano 2007
Matemáticas II

Control Nº1

1. Sea a a la persona que ve el retrato, b la persona del retrato y además c el padre de a y d el padre de b. Sea $q(x, y) =$"x es hijo de y".

   a) Lo primero que dice la frase es que para cualquier x se tiene que $q(x, c) \Rightarrow x = a$.

   Lo segundo que dice la frase es que $q(d, c)$ es V.

   b) Usando lo anterior se tiene que si $q(d, c)$ es V se tiene que $d = a$ y entonces a es padre de b.

2. Sea $p(x)$="$x \notin \mathbb{Q}$" y $q(x)$="$x^2 \notin \mathbb{Q}$.

   a) $\forall x \in \mathbb{R} : p(x) \Rightarrow q(x)$. Es F puesto que $p(\sqrt{2})$ es V y $q(\sqrt{2})$ es F.

   b) $\forall x \in \mathbb{R} : q(x) \Rightarrow p(x)$. Es V si $\neg p(x)$ es decir $x \in \mathbb{Q}$ se tiene que $x \cdot x = x^2 \in \mathbb{Q}$ que prueba $\neg q(x)$.

   c) $\forall x \in \mathbb{Q} : p(x) \Rightarrow q(x)$. Es V puesto que dado $x \in \mathbb{Q}$ se tiene que $p(x)$ es F y por tanto $p(x) \Rightarrow q(x)$ es V.

3. Dados a,b,c y d números reales se definen los conjuntos $A = \{a, \{a, b\}\}$ y $B = \{c, \{c, d\}\}$. Demuestre que $A = B$ si y solo si $a = c$ y $b = d$.

   Por simple inspección es claro que si $a = c$ y $b = d$ se tiene que $A = B$.

   Si suponemos que $A = B$ entonces tenemos que $a \in B$ y que $\{a, b\} \in B$. Por otro lado los elementos de B son c y $\{c, d\}$.

   Como a no puede ser igual a $\{c, d\}$ (uno es número el otro conjunto) entonces $a = c$ y además $\{a, b\} = \{c, d\}$.

   Pero sabemos que $\{c, d\} = \{a, d\}$ por lo tanto $\{a, b\} = \{a, d\}$.

Ahora hay que considerar dos casos:

- Si $b \neq a$ entonces necesariamente $b = d$.
- Si $b = a$ entonces necesariamente $d = a$ y por tanto $b = d$.

4. Dados dos conjuntos A y B pruebe que $A \cup B = A \cap B \Leftrightarrow A = B$.

   Si $A = B$ entonces $A \cup B = A \cup A = A$ y $A \cap B = B \cap B = B$ y por tanto $A \cup B = A = B = A \cap B$.

   Supongamos que $A \neq B$ esto quiere decir que existe $x \in A$ tal que $x \notin B$ o bien existe $x \in B$ tal que $x \notin A$.

   En cualquiera de los dos casos se tiene que $x \notin A \cap B$ y $x \in A \cup B$ y por tanto $A \cap B \neq A \cup B$.