

Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Escuela de Verano 2007
Matemáticas II
Profesores: P.P. Romagnoli, L. Sánchez, R. Uribe y M. L. Varas

Control 2

1. Considere la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por:

$$f(x) = 2 \operatorname{sen} \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{2} \right) + 1$$

y esboce su gráfico en $[-2\pi, 2\pi]$, a partir del gráfico de $\operatorname{sen}(x)$. Indique todas las traslaciones, escalamientos y amplificaciones, graficándolas por separado.

2. Considere las funciones $f(x) = 2^x$, $g(x) = 2^{-x}$ y $h(x) = \frac{f(x)-g(x)}{2}$.
- a) Esboce el gráfico de $f(x)$ y $g(x)$ en un mismo dibujo.
 - b) Estudie la paridad de $h(x)$ y su signo para $x > 0$ y para $x < 0$.
 - c) Demuestre que $h(x)$ es creciente sobre todo su dominio y justifique su invertibilidad.
 - d) Pruebe que $h^{-1}(x) = \log_2(x + \sqrt{x^2 + 1})$.
 - e) Justifique que h^{-1} está bien definida sobre todo \mathbb{R} y que $w(x) = \log_2(x - \sqrt{x^2 + 1})$ no lo está.
3. Considere los polinomios $p(x) = ax^3 + bx^2 + bx + a$, $g(x) = x - 1$, y obtenga el resto $r(x)$ que resulta de dividir $p(x)$ por $g(x)$. Establezca una condición sobre a y b para que $p(x)$ sea divisible por $(x^2 - 1)$.

INDICACIONES

Responda dos de los tres problemas propuestos.

Tiempo: 2:00 hrs.