

## CONTROL 3: Matemáticas II 2008

### Problema 1.

(i) Derive las siguientes funciones:

a)  $f(x) = \frac{xe^x}{\ln(x)}$

b)  $g(x) = \tan(x^3)$

(ii) Dada la curva de ecuación  $y = x^3 + x - 3$ , determine la ecuación de recta tangente en el punto  $x = 1$

### Problema 2. Grafique completamente la función

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}.$$

Para ello, prosiga de la siguiente forma:

- (i) Encuentre los ceros de la función y vea dónde es positiva y negativa.
- (ii) Calcule  $f'(x)$ . A partir de la derivada, encuentre puntos críticos y zonas de crecimiento.
- (iii) A partir de las zonas de crecimiento, argumente si los puntos críticos son máximos, mínimos o puntos de inflexión.
- (iv) Usando todo lo anterior, bosqueje el gráfico de  $f$ .

**Problema 3.** CODELCO le encarga construir un estanque cilíndrico de volumen  $10m^3$ , sin tapa. El costo del material para la base es cinco veces el costo del que se usa para las paredes, que es  $p > 0$ .

Calcule la altura  $h$  y el radio  $r$  que minimiza el costo de construcción del estanque. Encuentre la relación  $\frac{r}{h}$ , para  $h$  y  $r$  óptimos.