

Profesores auxiliares: Cristóbal Valenzuela, Sebastián Urzúa

Auxiliar 2

P1. Negar las siguientes proposiciones:

- a) $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$
- b) $\exists x \in \mathbb{R} : e < x < \pi$
- c) $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} : x < y$
- d) $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} : (x + y = 1 \Rightarrow x = -y)$.
- e) $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} : [(x + y) \text{ es par} \Rightarrow (x \text{ es par} \wedge y \text{ es par})]$
- f) $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R} : (x < y \wedge x^2 \geq y)$
- g) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, \exists z \in \mathbb{R} : (x < y \Rightarrow x + z = y)$
- h) $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} : (3x + y) \text{ es par}$
- i) $\exists x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{Z} : (2x + y = 5 \Rightarrow x \cdot y < 2)$
- j) $\exists n \in \mathbb{Z}, \forall m \in \mathbb{N} : [(n \cdot m > 2) \Leftrightarrow (2n + m \geq 1)]$

P2. Sea U conjunto universo, que contiene a A , B y C . Demuestre que

- a) $(A \cup B) \cup (A^c \cap B^c) = U$
- b) $(A \cup B) \cap (A \cup B^c) = A$
- c) $A \setminus (B \setminus C) = A \cap (B^c \cup C)$
- d) $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cap C)$.
- e) $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus B$.
- f) $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$.

P3. Sean A , B , y C conjuntos tales que $(A \cap C) \subseteq (B \cap C)$ y $(A \cap C^c) \subseteq (B \cap C^c)$. Demuestre que $A \subseteq B$.

P4. Considere los conjuntos

$$A = \{x \in \mathbb{R} : |2x - 1| < 1\}, \quad B = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{|x + 2| + 3}{|x|} < 23\right\}.$$

Demuestre que la proposición $\forall x \in \mathbb{R} (x \in A \Rightarrow x \in B)$ es verdadera.

P5.