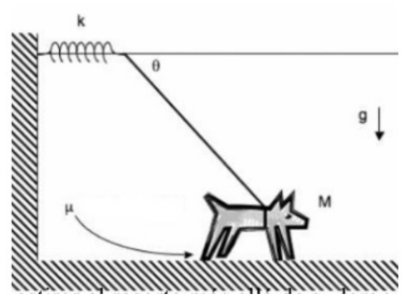
Universidad de Chile
Departamento de Física
FM303 - Física I

Pauta Control 2: Pregunta 2

Profesor: Claudio Falcón

Auxiliares: Amparo Guevara, Edgardo Rosas, Felipe Corrales, José Díaz, Rodolfo Salgado, Sofía Huichulef P.

Enunciado: Un perro de masa M está atado a una cuerda. Un extremo de la cuerda se une a un resorte que puede deslizar sin fricción a lo largo de un tubo horizontal. El otro extremo del resorte está fijo a una muralla. La rigidez de este resorte es k. La cuerda es inextensible, sin masa y, al estar tensionada, se mantiene siempre formando un ángulo θ con el tubo horizontal.



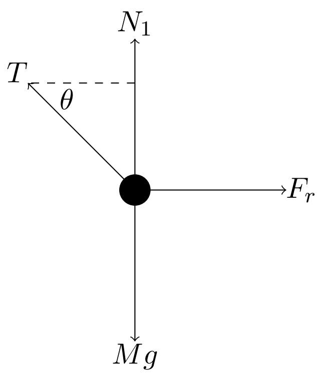
Entre el perro y el piso hay un coeficiente de roce estático μ.

(a) [3$ptos$]Haga un diagrama de cuerpo libre del perro y del extremo del resorte que está conectado a la cuerda.

(b) [3$ptos$]¿Cuál es la máxima distancia a la cual el perro puede estirar el resorte más allá de su largo natural?

Solución:

DCL del perro:

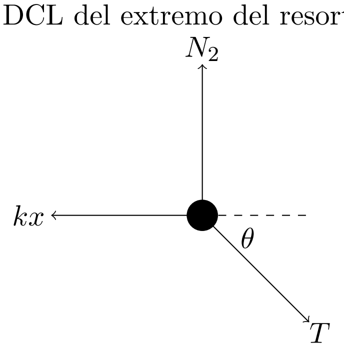


De aquí obtenemos:

$$\sum F_x = F_r - T\cos\theta = Ma \tag{1}$$

$$\sum F_y = N_1 - T\sin\theta - Mg = 0 \tag{2}$$

DCL del extremo del resorte:



$$\sum F_x = T\cos\theta - kx = 0 \tag{3}$$

$$\sum F_y = N_2 - T\sin\theta = 0 \tag{4}$$

Notemos que colocamos kx en vez de F_e, esto ya que hace más fácil visualizar la dirección de la fuerza, de lo contrario si hubiéramos puesto F_e tendría que estar apuntado a la derecha, lo cual podría parecer contra-intuitivo considerando la situación.

Notemos que tenemos como incógnitas F_r, T, a, N_1 y N_2. Para resolver el problema procedemos de la siguiente manera:

La elongación máxima se alcanzara cuando, producto de las fuerzas que actúan sobre él, el perro no pueda seguir moviéndose y por lo tanto su aceleración será cero ($a = 0$).

Como nuestra situación se presenta en el punto crítico de la fuerza de roce (Cuando esta es máxima) tenemos:

$$F_r = \mu N_1$$

N_1 lo podemos despejar de (2):

$$N_1 = Mg - T \sin\theta$$

Para despejar T usamos (3):

$$\begin{aligned} T\cos\theta &= kx \\ T &= \frac{kx}{\cos\theta} \end{aligned}$$

Ahora aplicamos nuestra condición $a = 0$ en (1) y reemplazamos las variables encontradas:

$$\begin{aligned} F_r - T\cos\theta &= 0 \\ \mu\Big(Mg - \frac{kx}{\cos\theta}\sin\theta\Big) - \frac{kx}{\cancel{\cos\theta}}\cancel{\cos\theta} &= 0 \\ \mu Mg - \mu kx\tan\theta - kx &= 0 \\ -\mu kx\tan\theta - kx &= -\mu Mg \\ \mu kx\tan\theta + kx &= \mu Mg \\ kx(\mu\tan\theta + 1) &= \mu Mg \\ \Rightarrow x &= \frac{\mu Mg}{k(\mu\tan\theta + 1)} \end{aligned}$$