

Elementos de Estadística

Mayo 2007

GUÍA 4

Profesores: Sebastián Court - Julio Deride - Jorge Lemus

Ayudantes: Daniela Soto - Pamela Soto

Intervalos de Confianza

Al igual como se hizo en distribuciones normales, es posible encontrar un intervalo de confianza para una cierta proporción. Por ejemplo, un intervalo de confianza para la proporción de pacientes que tienen una cierta enfermedad, etc. Sin entrar en mayores detalles, para un tamaño de muestra grande, dicho intervalo viene dado por:

$$p \in \left(\hat{p} - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right)$$

con confianza $1 - \alpha$.

En este caso,

n = Tamaño de la muestra.

p = proporción poblacional.

\hat{p} = proporción observada en la muestra.

$Z_{\alpha/2}$ es tal que $\mathbb{P}(Z > Z_{\alpha/2}) = \alpha/2$ donde Z es $N(0,1)$.

Problema 1

Se desea estimar la tasa de falla π de cierta máquina. Al observar 100 unidades durante un cierto tiempo, se registró que 7 máquinas fallaron.

Construya intervalos de 90 %, 92 % y 96 % de confianza para π .

Problema 2

Una muestra aleatoria de 25 botellas de aspirina contiene, en promedio, 325.05 mg de aspirina con una varianza de 0.25. (Notar que 0.25 es la varianza de la muestra)

Es sabido que la distribución de la cantidad de aspirina en una botella de aspirina es normal.

Encuentre un intervalo de confianza de 90 % y 95 % para el contenido promedio de aspirina en las botellas de aspirina.

Problema 3

Un investigador interesado en obtener una estimación del nivel promedio de cierta enzima humana, toma una muestra aleatoria de 10 individuos.

Al determinar el nivel de enzima de cada uno, calculó que el promedio era 22. Además, se sabe que la variable presenta una distribución normal con varianza 45.

- (a) Determine intervalos de confianza de 95 % y 99 % para la media teorica.
- (b) Supongamos que el nivel de confianza es 95 %. ¿Cuál debe ser el tamaño de la muestra para que el largo del intervalo sea a lo más 4?
- (c) Si volvemos a la situación planteada en el enunciado. ¿Cuál debe ser la confianza para que el intervalo tenga largo a lo más 5?

Problema 4

Los siguientes datos, registrados en días, representan el tiempo de recuperación para pacientes que se tratan al azar con uno de dos medicamentos para curar infecciones graves de la vejiga:

Tipo	Medicamento 1	Medicamento 2
Tamaño muestras	$n_1 = 14$	$n_2 = 16$
Promedio muestral	$\bar{x}_1 = 17$	$\bar{x}_2 = 19$
Varianza muestral	$s_1^2 = 1,5$	$s_2^2 = 1,8$

- (a) Encuentre un intervalo de confianza al 99 % para la diferencia $\mu_2 - \mu_1$ en el tiempo de recuperación para los medicamentos, suponga poblaciones normales de varianza igual.
- (b) Suponga ahora que las poblaciones son normales de varianza igual a 1.6. Encuentre un intervalo de confianza al 99 % para la diferencia $\mu_2 - \mu_1$ en el tiempo de recuperación para los medicamento.