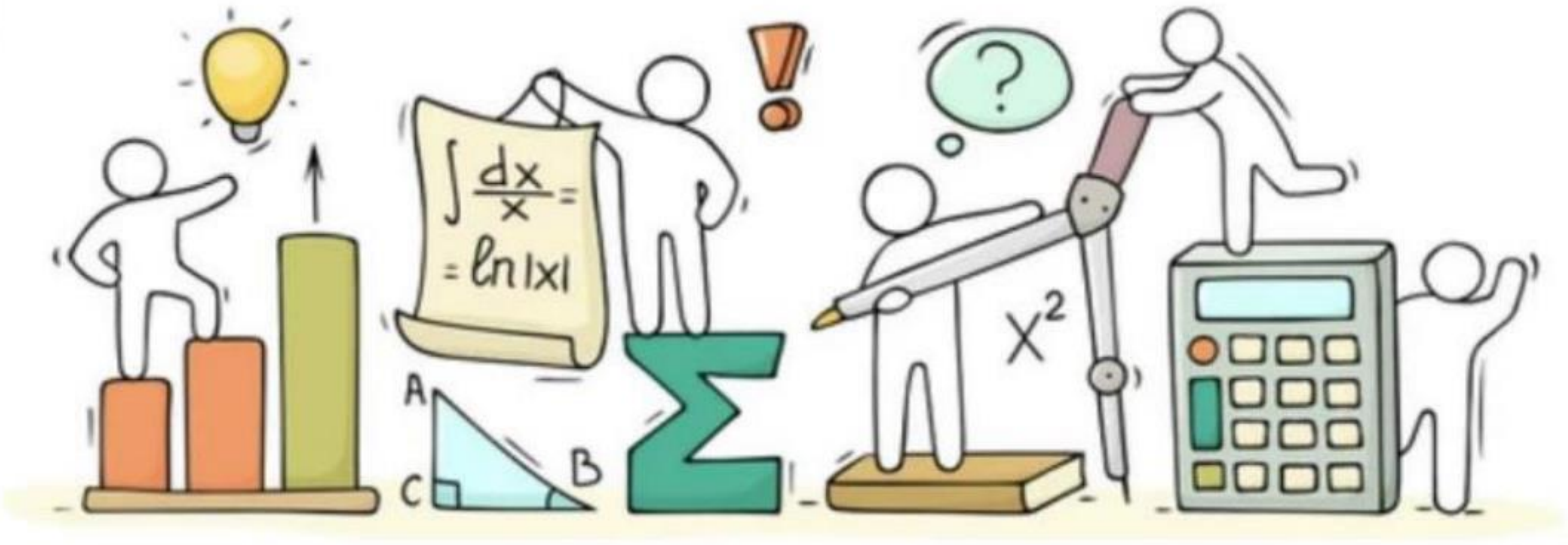


Grupo de Estudio Matemática

Preparación Examen: Evaluación A1

Prof. Gonzalo Campos
Facultad de Ciencias Químicas y Farmacéuticas

Tabla de especificaciones – Evaluación A1

Desglose por contenidos.

Unidad temática	Indicadores de desempeño Información extraída del programa del curso	
Números reales	Aplica la operatoria básica de los números reales (suma, resta, producto, cuociente, factorización) en expresiones algebraicas, en problemas con y sin contexto científico..	1
	Analiza las restricciones de una expresión algebraica para que ésta represente un número real.	2
	Analiza la existencia de soluciones en ecuaciones (polinómicas y racionales), ya sea en problemas con o sin contexto científico.	3
Funciones reales	Identifica la variable dependiente e independiente de una función, en situaciones contextualizadas.	4
	Define una función, explicitando su dominio, recorrido e intersecciones con el eje de as abscisas y de las ordenadas.	5
	Esboza el gráfico de una función (polinómica y sinusoidal), utilizando los parámetros asociados al modelo matemático; en contextos aplicados al ámbito de las ciencias.	6
	Determina la existencia de extremos locales de una función cuadrática (máximo y/o mínimo), a través de la forma canónica de dicha función.	7
	Realiza el análisis de un modelo matemático de tipo polinómico, racional y/o sinusoidal para: (i) Dada la variable independiente, determinar la variable dependiente, o (ii) Dada la variable dependiente, determinar la variable independiente.	8
	A partir de datos y observaciones científicas, modela algebraicamente una función afín.	9
	A partir de datos y observaciones científicas, modela una función cuadrática utilizando calculadora científica.	10
	Comunica resultados relevantes producto del análisis matemático de funciones (polinómicas y sinusoidales) que modelan fenómenos del ámbito de las ciencias.	11
	Determina la(s) coordenada(s) de intersección entre funciones: (i) polinómicas y (ii) sinusoidales.	12
	Compone funciones reales, utilizando la propiedad: $(f o f^{-1})(x) = x$	13

¿Para qué valores de x está definida…?

$$y(x) = \frac{3x-2}{5-2x} \quad \neq 0$$

$$Dom(y) = \{x \in \mathbb{R} \,/\, 5-2x \neq 0\}$$

$$Dom(y) = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x \neq 5/2\}$$

$$\boxed{Dom(y) = \mathbb{R} - \{5/2\}}$$

$$z(x) = \frac{3x-2}{\sqrt{5-2x}} \quad > 0$$

NO PUEDE SER 0, (DENOMINADOR)

NI NEGATIVO (RAÍZ)

$$Dom(z) = \{x \in \mathbb{R} \,/\, 5-2x > 0\}$$

$$Dom(z) = \{\mathbb{R} \,/\, 5/2 > x\}$$

$$\boxed{Dom(z) =]5/2, +\infty[}$$

$$z(x) = \frac{7}{|x+5|}$$

$\neq 0$

$$Dom(R) = \{x \in \mathbb{R} \,/\, |x+5| \neq 0\}$$

$$Dom(R) = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x+5 \neq 0\}$$

$$Dom(R) = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \neq -5\}$$

$$\boxed{Dom(R) = \mathbb{R} - \{-5\}}$$

Se define z(x):

$$z = \frac{3x-2}{\sqrt{5-2x}}$$

¿Es posible que z = 2?

$$2 = \frac{3x-2}{\sqrt{5-2x}}$$

$$2\sqrt{5-2x} = 3x-2 \qquad (\ )^2$$

$$4\cdot(5-2x) = 9x^2-12x+4$$

$$20-8x = 9x^2-12x+4$$

$$0 = 9x^2-4x-16$$

$a = 9$
$b = -4$
$c = -16$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{4^2-4\cdot 9\cdot -16}}{2\cdot 9}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16+576}}{18}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{592}}{18}$$

$$x = \frac{4 \pm 24{,}3}{18}$$

$$x_1 = \frac{28{,}3}{18} = 1{,}57$$

$$x_2 = \frac{-20{,}3}{18} = -1{,}13$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Problema 2:

(6 puntos) Determine la solución de la siguiente ecuación en $[0,4\pi]$.

$$2sen(x) = tg(x)$$

Restricción: $\cos(x) \neq 0$.

$x \neq \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, 7\pi/2$

$$2sen(x) = \frac{sen(x)}{\cos(x)} \rightarrow \neq 0.$$

$$\underbrace{2sen(x)\cdot\cos(x)}_{} = sen(x)$$

$sen(x) \neq 0.$ $\quad$ $/ : sen(x)$

$$2\cancel{sen(x)}\cdot\cos(x) = \cancel{sen(x)}$$

$$2\cos(x) = 1$$

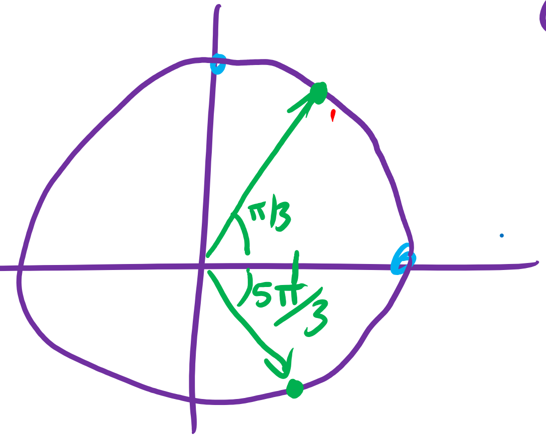
$$\cos(x) = 1/2$$

$$\boxed{x = \frac{\pi}{3}, 5\pi/3, 7\pi/3, 11\pi/3.}$$

Si $sen(x) = 0$

$$\boxed{x = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi}$$

	0	$\pi/6$ (30)	$\pi/4$ (45)	$\pi/3$ (60)	$\pi/2$ (90)
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	0
sen	0	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1



Problema 2:

(6 puntos) Determine la solución de la siguiente ecuación en $[0,4\pi]$.

$$2sen(x) = tg(x)$$

$$2\,sen(x) = \frac{sen(x)}{cos(x)}$$

$$2\,sen(x) \cdot cos(x) = sen(x)$$

$$2\,sen(x)cos(x) - sen(x) = 0$$

$$sen(x) \cdot (2\cos(x) - 1) = 0$$

$$sen(x) = 0 \longleftrightarrow 2\cos(x) - 1 = 0$$

$$X = \{0, \pi/3, \pi, 5\pi/3, 2\pi, 7\pi/3, 3\pi, 11\pi/3, 4\pi\}.$$

Solución de $2\,sen(x) = tg(x)$

Problema 2:

Respecto a la siguiente ecuación, responda:

$$2sen(x) = tg(x)$$

a) (3 puntos) Determine si existen restricciones para la siguiente ecuación, en $[0,4\pi]$.

El dominio de la función seno corresponde a todos los reales, por lo que no es problema. Sin embargo, debido a que la tangente se define como $tg(x) = \frac{sen(x)}{\cos(x)}$, si el denominador es cero, entonces se indeterminará. Lo que significa que se descartan los valores de x tal que: (1 punto)

$$\cos(x) = 0$$
$$x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}$$

Es decir, las restricciones de la ecuación son $\left\{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}\right\}$ (2 puntos) .

a) (6 puntos) Determine la solución de la ecuación en $[0,4\pi]$.

$$2sen(x) = \frac{sen(x)}{\cos(x)} \quad \text{(1 punto)}$$
$$2sen(x) \cdot \cos(x) = sen(x)$$
$$2sen(x) \cdot \cos(x) - sen(x) = 0$$
$$sen(x) \cdot (2\cos(x) - 1) = 0 \text{ (1 punto)}$$

Por lo que tenemos dos posibilidades: $sen(x) = 0$ y $2\cos(x) - 1 = 0$.

$$sen(x) = 0 \Longrightarrow \quad x = 0 \lor x = \pi \text{ (1 punto)}$$
$$1 - 2cos(x) = 0 \Longrightarrow coscos\,(x) \;= \frac{1}{2} \Longrightarrow x = \frac{\pi}{3} \lor x = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3} \quad \text{(1 punto)}$$

Luego, como se piden las soluciones en $[0, 4\pi]$, se tiene que el conjunto solución A es:

$$A \;= \left\{0, \pi, 2\pi, 3\pi, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}, \frac{11\pi}{3}\right\} \text{(2 puntos)}$$

Cada vez que nuestro corazón late, la presión sanguínea primero aumenta y luego disminuye, a medida que el corazón descansa entre una pulsación y otra. Considere que cuando la presión sanguínea es máxima se le llama sistólica, mientras que a la presión sanguínea mínima se le llama diastólica. La presión sanguínea de cierta persona está modelada por la siguiente función:

$$P(t) = 110 + 17sen\left(150t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Donde p(t) es la presión en mmHg (milímetros de mercurio), en el tiempo t medida en segundos.

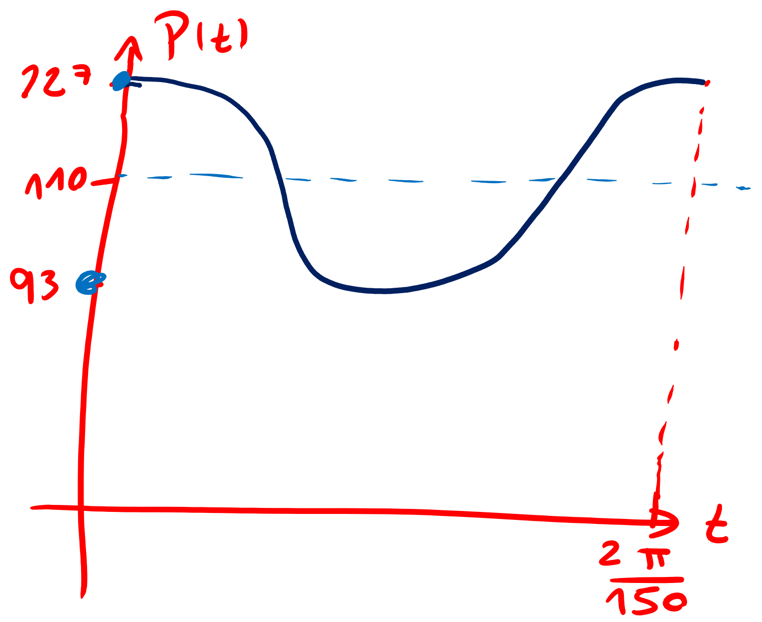
a) (3 puntos) Determine amplitud, desfase y eje de desarrollo de la presión sanguínea, con respecto al tiempo.

Amplitud 17mmHg.

Desfase: $\frac{\pi}{2}$.

b) (3 puntos) A partir de los datos obtenidos en el inciso anterior, esboce una gráfica para el primer ciclo de la presión sanguínea.
c) (2 puntos) Determine el periodo de la presión sanguínea.
d) (2 puntos) El número de pulsaciones por segundo.
e) (4 puntos) Determine la máxima y la mínima presión sanguínea de la persona.

Cada vez que nuestro corazón late, la presión sanguínea primero aumenta y luego disminuye, a medida que el corazón descansa entre una pulsación y otra. Considere que cuando la presión sanguínea es máxima se le llama sistólica, mientras que a la presión sanguínea mínima se le llama diastólica. La presión sanguínea de cierta persona está modelada por la siguiente función:



$P(0) = 110 + 17\,sen(0 + \pi/2)$

$P(0) = 110 + 17 \cdot sen(\pi/2)$

A

$$P(t) = 110 + 17 sen\left(150t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$P(0) = 110 + 17$

$P(0) = 127$

Donde p(t) es la presión en mmHg (milímetros de mercurio), en el tiempo t medida en segundos.

a) (3 puntos) Determine amplitud, desfase y eje de desarrollo de la presión sanguínea, con respecto al tiempo.

Amplitud 17mmHg.

Desfase: $-\frac{\pi}{300}$

EJE DE DESARROLLO: 110

$sen(\pi/2) = sen(150t + \pi/2)$

2π

$\Rightarrow 150t = 2\pi$

$t = \frac{2\pi}{150}$

b) (3 puntos) A partir de los datos obtenidos en el inciso anterior, esboce una gráfica para el primer ciclo de la presión sanguínea.

c) (2 puntos) Determine el periodo de la presión sanguínea.

d) (2 puntos) El número de pulsaciones por segundo.

e) (4 puntos) Determine la máxima y la mínima presión sanguínea de la persona.

127 93

PERIODO 1 CICLO: $\frac{2\pi}{150}$ s

FRECUENCIA $= \frac{150}{2\pi}$

$= 24$

Roberto golpea una pelota de fútbol, y a partir de fotografías, se ha reconstruido la trayectoria del balón, relacionando la distancia a la que se encuentra la pelota de Roberto, con la altura. Los resultados se expresan en la tabla:

Medición	Distancia (m)	Altura (m)
1	0	0,5
2	1	3,9
3	3	7,5
4	5	9,9
5	8	9,1
6	10	4,3

a) (6 puntos) Determine el modelo cuadrático h(d) (la altura de la pelota respecto a la distancia horizontal que ha recorrido), que ajusta los datos de la tabla, utilizando calculadora científica. **Utilice un decimal sin aproximar.**

$a = -0{,}2966 \approx -0{,}3$

$b = 3{,}3743 \approx 3{,}4$

$c = 0{,}5184 \approx 0{,}5$

$\Rightarrow h(d) = -0{,}3d^2 + 3{,}4d + 0{,}5$

* TIENE SENTIDO QUE $a<0$, PUES SERÁ UNA PARÁBOLA HACIA ABAJO.

b) (2 puntos) A partir del modelo algebraico, indique la altura que se encuentra la pelota cuando está a 12 metros de distancia del jugador. Interpreta el resultado.

c) (4 puntos) ¿A qué distancia se encuentra el objeto cuando se encuentra a 2 metros de altura, según el modelo cuadrático h(d)? Explica.

B

$d = 12 \rightarrow h(12) = ?$

$\Rightarrow h(12) = -0{,}3 \cdot (12)^2 + 3{,}4 \cdot 12 + 0{,}5$

$\boxed{h(12) = -1{,}9}$

* NO TIENE SENTIDO, PUES LA PELOTA NO BAJA MÁS DEL "SUELO" (ES DECIR, h PUEDE SER CERO O POSITIVO).

C

Si $h = 2 \rightarrow d?$

$2 = -0{,}3d^2 + 3{,}4d + 0{,}5$

$0 = -0{,}3d^2 + 3{,}4d - 1{,}5$

$d = \dfrac{-3{,}4 \pm \sqrt{3{,}4^2 - 4 \cdot -0{,}3 \cdot -1{,}5}}{2 \cdot -0{,}3}$

$d = \dfrac{-3{,}4 \pm \sqrt{9{,}76}}{-0{,}6}$

$\boxed{d_1 = 10{,}8 \text{ m}}$ $\boxed{d_2 = -0{,}46 \text{ m}}$

NO ES VÁLIDO.

OCURRE ANTES DE PATEAR LA PELOTA.

d) (6 puntos) Determine el modelo algebraico del modelo afín L(d), de la altura de la pelota respecto a la distancia horizontal que ha recorrido, que se ajusta a partir de la **medición 2** y la **medición 4**.

e) (3 puntos) De acuerdo con el modelo afín L(d), ¿a qué distancia se encuentra el balón cuando está a 2 metros de altura?

f) (4 puntos) ¿Si tuvieras que elegir un modelo cuál sería y por qué? Argumenta en base al contexto y los datos entregados.

D) $L - h_0 = m \cdot (d - d_0)$

$$L - 9{,}9 = \frac{9{,}9 - 3{,}9}{5 - 1} \cdot (d - 5)$$

$$L - 9{,}9 = \frac{6}{4} \cdot (d - 5)$$

$$L - 9{,}9 = 1{,}5d - 7{,}5$$

$$\boxed{L(d) = 1{,}5d + 2{,}4}$$

E) Si $L = 2$, d?

$$2 = 1{,}5d + 2{,}4$$

$$-0{,}4 = 1{,}5d$$

$$\boxed{d = -0{,}26\,m}$$

NO TIENE SENTIDO, PUES DICE QUE ESTARÍA "ATRÁS" DEL JUGADOR.

F) ES MEJOR EL MODELO CUADRÁTICO PUES LA PELOTA SUBIRÁ Y BAJARÁ, EN CAMBIO EL MODELO LINEAL SÓLO SUBE O BAJA.