



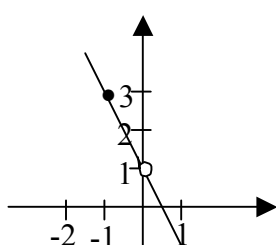
ASIGNATURA : MATEMATICAS
 NIVEL : 1er. AÑO
 CARRERA : DISEÑO
 AÑO : 2008

MATERIAL DE APOYO
 PROFESORAS L. ALTIMIRAS R.
 M.E. HUMERES R.
 PROF. AYUD. C. ESCOBEDO C.

**GUIA N° 5
 (LIMITE Y CONTINUIDAD)**

I.- Utilice las gráficas para determinar por simple inspección lo solicitado:

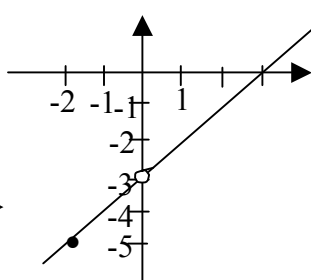
a) $g(x) = \frac{-2x^2 + x}{x}$



1.- $\lim_{x \rightarrow -1} g(x)$

2.- $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$

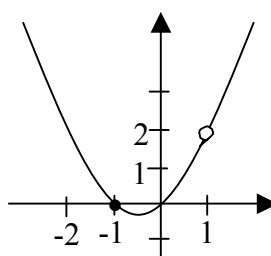
b) $h(x) = \frac{x^2 - 3x}{x}$



1.- $\lim_{x \rightarrow -2} h(x)$

2.- $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$

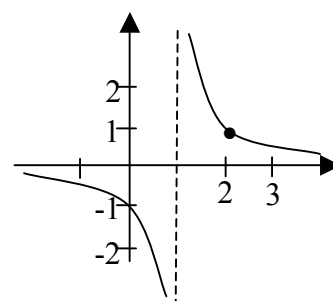
c) $g(x) = \frac{x^3 - x}{x - 1}$



1.- $\lim_{x \rightarrow -1} g(x)$

2.- $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$

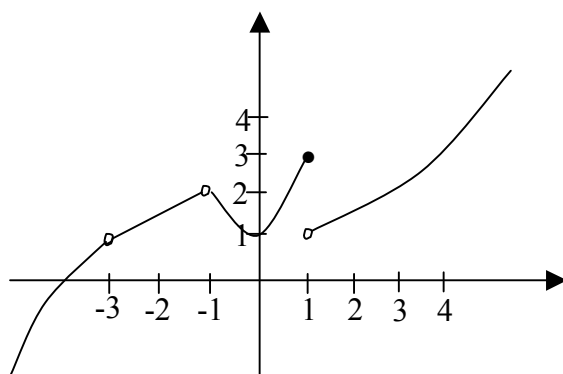
d) $f(x) = \frac{1}{x - 1}$



1.- $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

2.- $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

II.- Basándose en la siguiente gráfica, dé a conocer:



1.- $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$

2.- $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$

3.- $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

4.- $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

5.- $f(-3)$

6.- $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

7.- $f(-1)$

8.- $f(1)$

9.- $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

10.- $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x)$

11.- $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$

12.- $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x)$

III.- Considere la gráfica anterior y clasifique las discontinuidades e los puntos $x = -3$; $x = -1$ y $x = 1$, respectivamente, reparando donde sea posible.



IV.- Determinar los siguientes límites:

1.- $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x + 2}$

2.- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^8 - x^4}{x^{16} + x^8}$

3.- $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$

4.- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{1-\sqrt{x}}$

5.- $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}} \sqrt{\frac{8x^3 - 27}{4x^2 - 9}}$

6.- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^3 + 8x^2}{3x^4 + 16x^2}$

7.- $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x-1} \right)$

8.- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-2|}{x-2}$

9.- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2+x} - \frac{1}{x}}{x}$

10.- $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{3-\sqrt{x+10}}$

V.- a) Calcule los límites laterales de la función $f(x)$ en el punto $x = 1$

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{si } x < 1 \\ 2 & \text{si } x = 1 \\ 2-x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

b) Sea f la función definida por $f(x) = \begin{cases} x+5 & \text{si } x < -3 \\ 9-x^2 & \text{si } -3 \leq x \leq 3 \\ 3-x & \text{si } x > 3 \end{cases}$

Dibuje su gráfico y determine, en caso de existir:

1.- $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x)$

2.- $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x)$

3.- $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$

4.- $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$

5.- $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$

6.- $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

VI.- Bosqueje la gráfica de una función que satisfaga todas las características dadas.

1. Dom $f = [0,4]$

$$f(0) = f(1) = f(2) = f(3) = f(4) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2 \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1 \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 2 \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 1$$

2. Dom $f = [-2,2]$

$$f(-2) = f(-1) = f(1) = f(2) = 1; \quad f(0) = 0$$

f es discontinua de 1ª especie en $x = -1$

f es discontinua de 2ª especie en $x = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$$



VII.- Para los valores de x , la función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & , -1 < x < 1 \\ 2x - 4 & , 1 \leq x < 2 \\ 5 - x^2 & , 2 \leq x < 3 \end{cases}$$

es discontinua? Analice la gráfica de $f(x)$

VIII.- Determinar los puntos de continuidad y los de discontinuidad de las siguientes funciones

1.- $y = \frac{x}{x^2 + 1}$

2.- $y = \frac{x-1}{\sqrt{1-x}}$

3.- $y = |2x + 5|$

IX.- Analice la continuidad de las siguientes funciones. En el caso de existir discontinuidad, clasifíquela y repare cuando sea posible:

1.- $f(x) = \begin{cases} \frac{x+3}{x^2+x-6} & , x \neq 2; x \neq -3 \\ f(-3) = 2 \\ f(2) = 1 \end{cases}$

2.- $f(x) = \begin{cases} \frac{9x^2-4}{3x-2} & , x \neq \frac{2}{3} \\ 3 & , x = \frac{2}{3} \end{cases}$

3.- $g(x) = \frac{x-4}{x^2-x-12}$

4.- $g(x) = \begin{cases} \frac{1}{1-\frac{1}{x}} & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$



RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS PROPUESTOS

I.

- | | |
|----------|--------------|
| 1. a) 3 | b) 1 |
| 2. a) -5 | b) -3 |
| 3. a) 0 | b) 2 |
| 4. a) 1 | b) No existe |

II.

- | | |
|--------------|--------------|
| 1. 1 | 2. 2 |
| 3. 1 | 4. No existe |
| 5. 4 | 6. 3 |
| 7. No existe | 8. 3 |
| 9. 2 | 10. 1 |
| 11. 2 | 12. 1 |

III.

- a) Discontinua de 1ª especie en $x = -3$. Reparable
Reparación: $f(-3) = 1$
- b) Discontinua de 1ª especie en $x = -1$. Reparable
Reparación: $f(-1) = 2$
- c) Discontinua de 2ª especie en $x = 1$. irreparable

IV.

- | | |
|------------|---------------|
| 1.- 12 | 6.- 1/2 |
| 2.- 0 | 7.- 0 |
| 3.- $3x^2$ | 8.- No existe |
| 4.- -2 | 9.- -1/4 |
| 5.- 27/6 | 10.- -9 |

V. a) $\lim_{x1^-} f(x) = 3$; $\lim_{x1^+} f(x) = 1$; $\lim_{x1} f(x)$ No existe

- | | | |
|----------|-------|---------------|
| b) 1.- 2 | 2.- 0 | 3.- No existe |
| 4.- 0 | 5.- 0 | 6.- 0 |

VII.

Continua en $x = 1$
Discontinua en $x=2$

VIII.-

- 1.- Continua en todos los Números Reales
- 2.- Continua en $]-\infty, 1[$, Discontinuidad de 1º Especie en $x=1$
- 3.- Continua en todos los Números Reales

IX.

- 1.- Irreparable en $x = -2$. Discontinuidad de 2º Especie
Reparable en $x = -3$, $f(-3)=-1/5$. Discontinuidad de 1º Especie
- 2.- Reparable en $x = 2/3$, $f(2/3)= 4$. Discontinuidad de 1º Especie
- 3.- Irreparable en $x= -3$. Discontinuidad de 2º Especie
Reparable en $x = 4$, $f(4)=1/7$.Discontinuidad de 1º Especie
- 4.- Continua