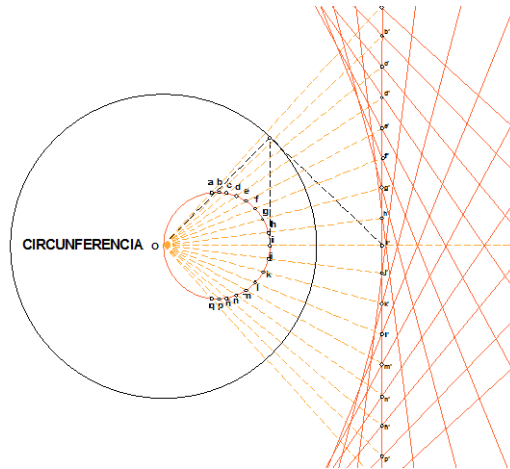
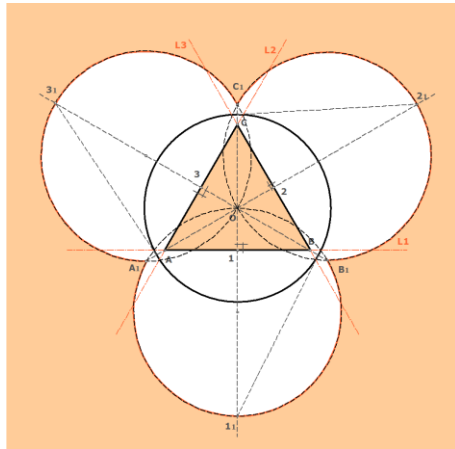
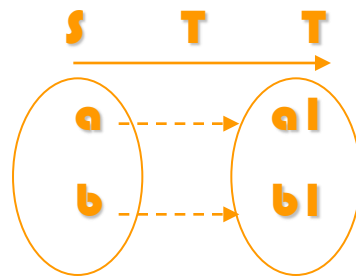
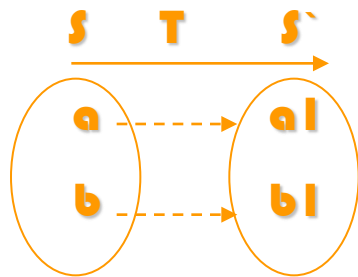




### Transformación INVERSION.



• Transformación inserta en el Grupo de Transformaciones **Anamórficas**, las cuales no conservan la forma.

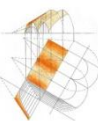
#### • 1.- Inversión Circular.

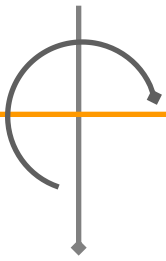
• Transforma Puntos en Puntos.

#### • 2.- Inversión Polar.

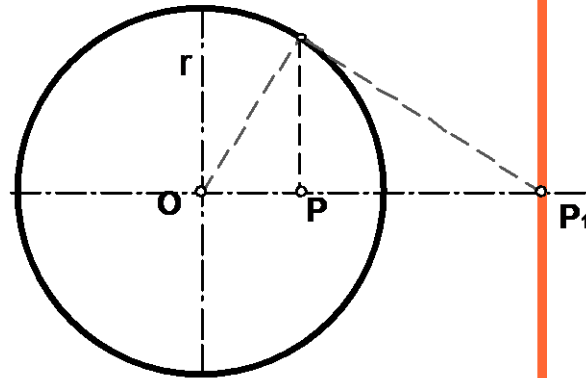
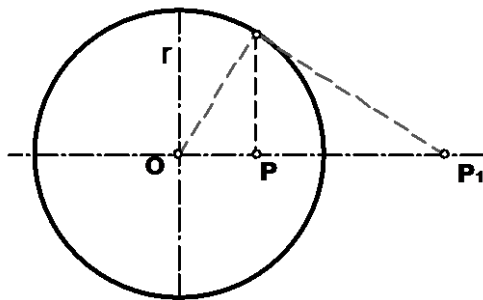
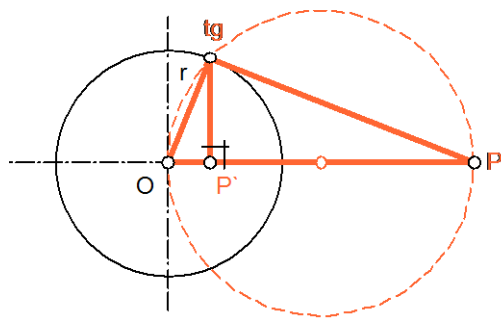
• Transforma Puntos en Rectas.

• Transformación del conjunto **S** de todos los puntos del plano ilimitado sobre el conjunto **T** de todas las rectas del Plano Ilimitado.





### Transformación INVERSION POLAR.



#### • **Parámetro de relación.**

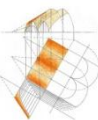
• Potencia de un Punto.

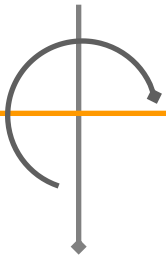
$$(OP) (OP') = r^2$$

#### • **Definición Transformación Inversión Polo Polar.**

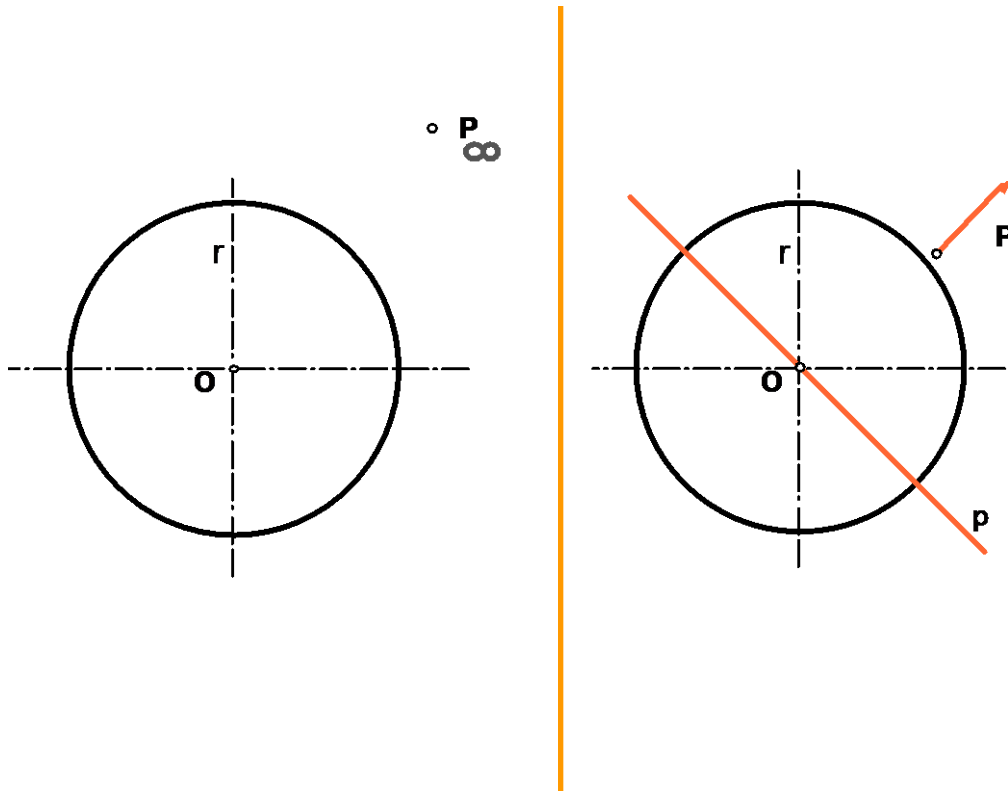
• Sea  $O(r)$  una circunferencia fija y  $P$  un punto ordinario distinto de  $O$ .

• Si  $P_1$  es el inverso de  $P$  con respecto a la circunferencia de inversión  $O(r)$ , entonces la recta  $p$  que pasa por  $P_1$  y es perpendicular a  $OPP_1$  se llama polar de  $P$  para la circunferencia  $O(r)$ .



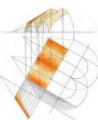


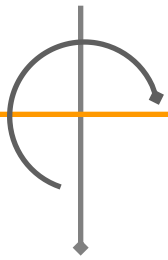
### Transformación INVERSION POLAR.



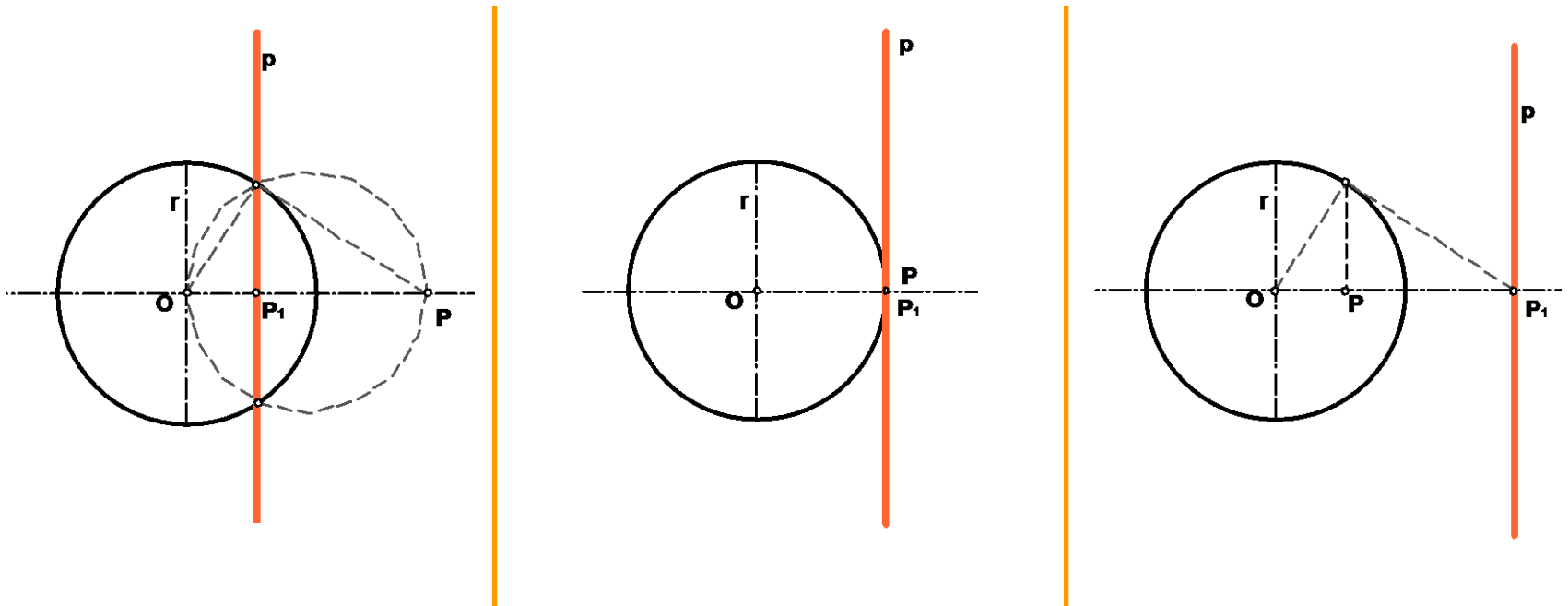
- La polar de O se considera la recta del infinito .

- La polar de un punto ideal P se considera a la recta que pasa por el centro de inversión O y es perpendicular a la dirección OP .

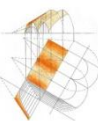




### INVERSION POLAR de un Punto.

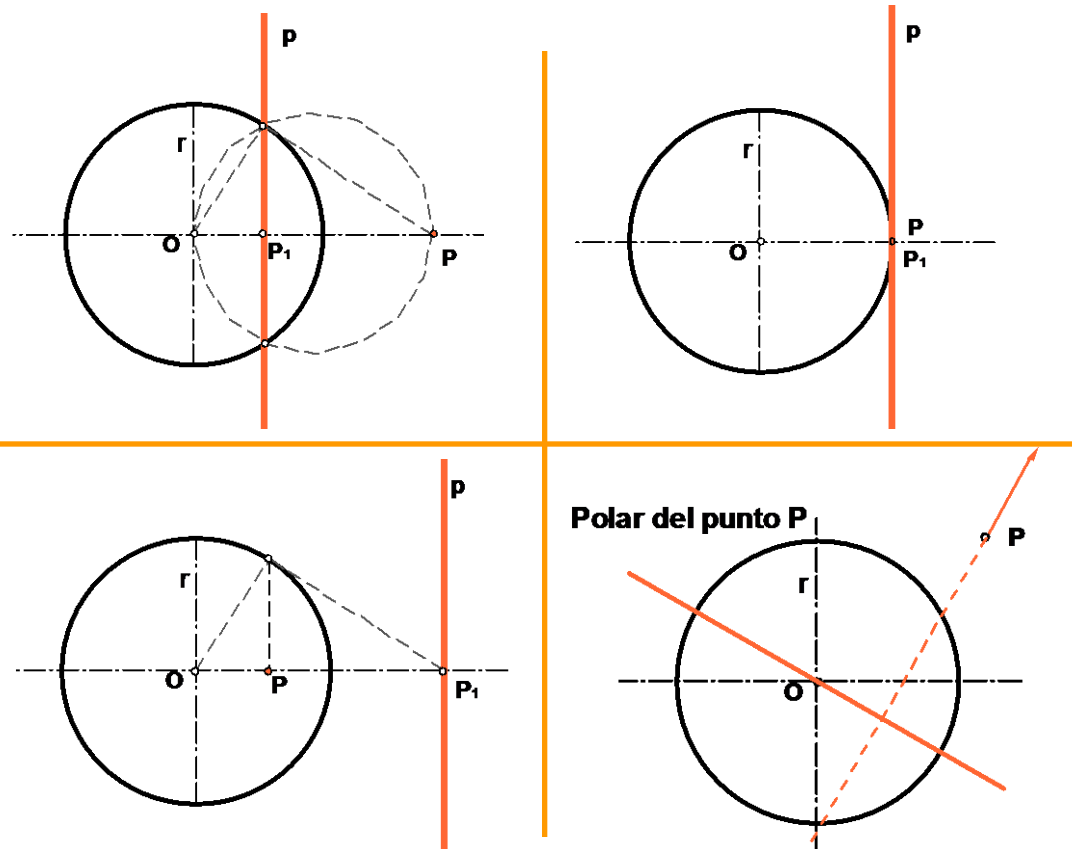


- La polar de un punto con respecto a una circunferencia de inversión de centro  $O$  y radio  $r$ , corta a esta, es tangente a ella en dicho punto, o no la corta, según que el punto sea exterior a la circunferencia, esté en ella o sea interior a la misma.





### INVERSION POLAR de un Punto.

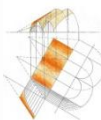


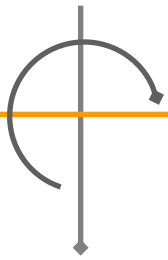
• La polar de un punto **P exterior** a la circunferencia de inversión será una recta secante a la circunferencia de inversión.

• La polar de un punto **P que pertenece a la circunferencia de inversión** será una recta tangente en dicho punto a la circunferencia de inversión.

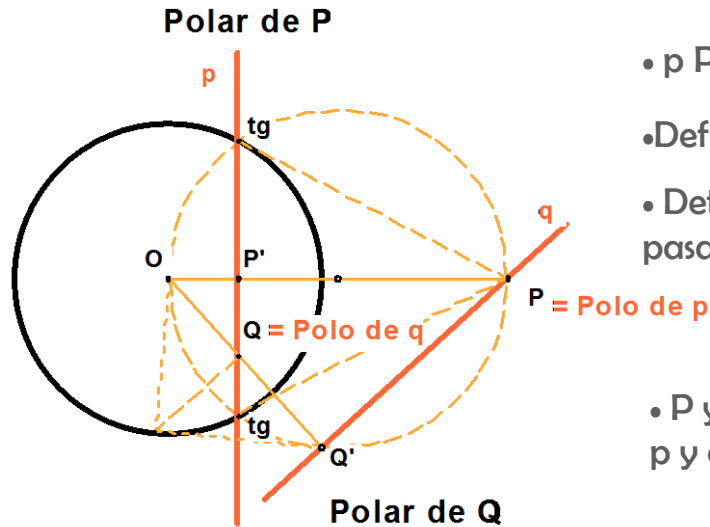
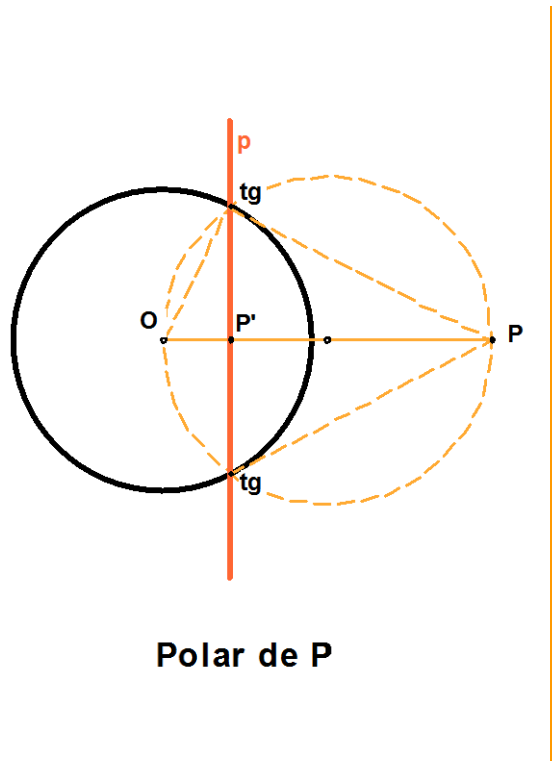
• La polar de un punto **P interior** a la circunferencia de inversión será una recta exterior a la circunferencia de inversión.

• La polar del punto **P centro de inversión** será la recta del infinito y viceversa, la polar de un punto **P ideal**, es la recta que pasa por el centro de inversión y es perpendicular a OP.



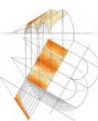


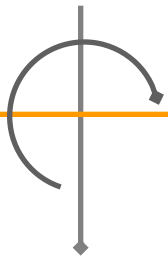
### INVERSION POLO POLAR .



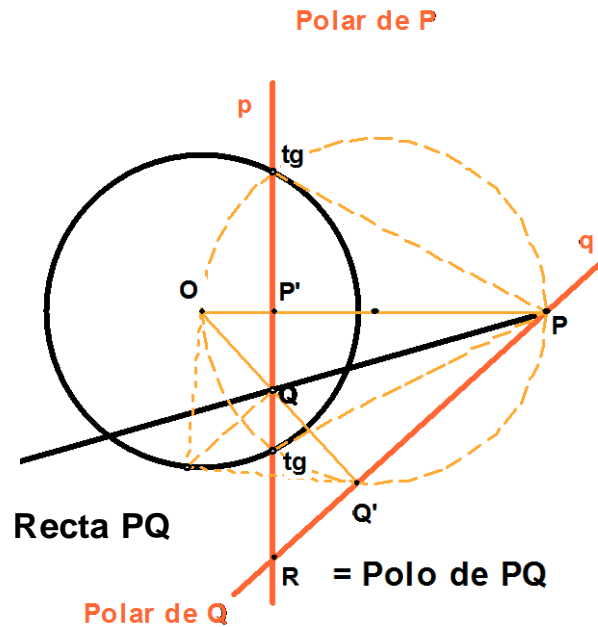
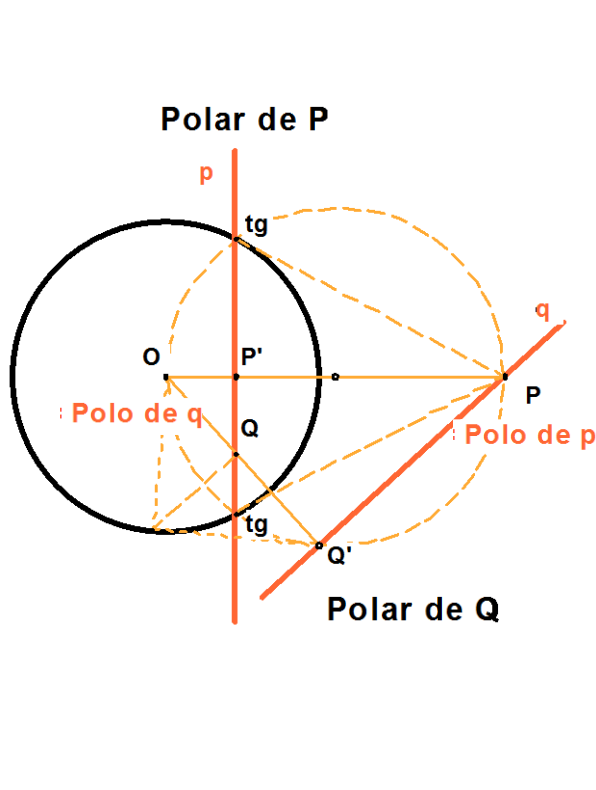
#### • Relaciones entre polos y polares.

- p Polar del punto P.
- Definir punto Q en polar de P
- Determinar polar de Q que pasará por P.
  
- P y Q son puntos conjugados y p y q son rectas conjugadas.





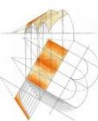
### INVERSION POLO POLAR .

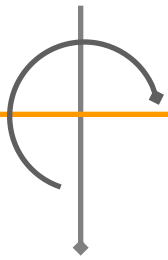


• Si respecto a una circunferencia dada la polar de P pasa por el punto Q, entonces la polar de Q pasa por el punto P.

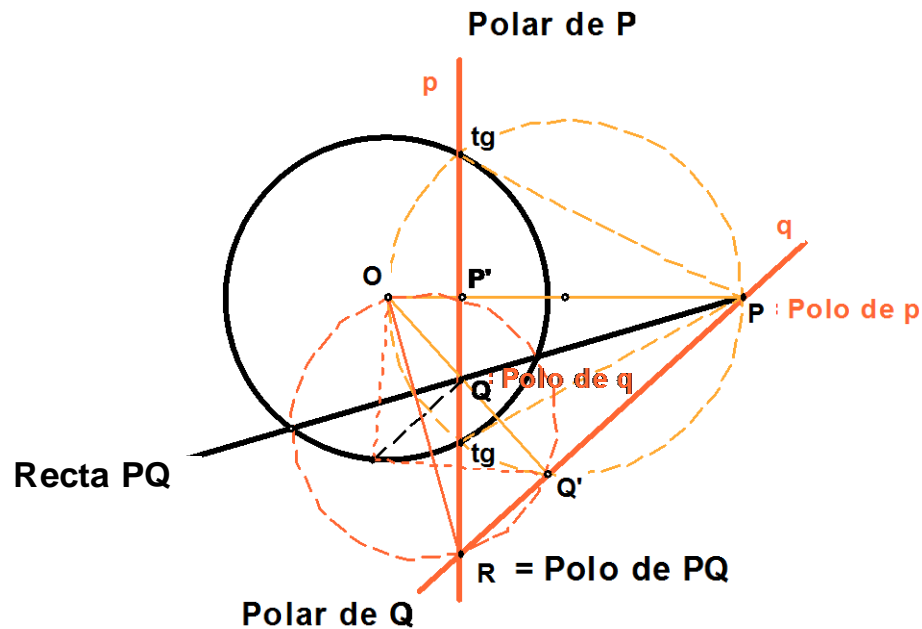
• Si respecto a una circunferencia dada el polo de la recta p está en la recta q, entonces el polo de la recta q está en la recta p.

• Si respecto a una circunferencia dada P y Q son los polos de p y q, entonces el polo de la recta PQ es la intersección de las polares p y q. (Punto R).

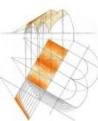




### INVERSION POLO POLAR .



- La polar de una alineación recta definido por infinitos puntos colineales es un conjunto infinito de rectas que se cortan en un punto que definen un haz cuyo vértice es el polo de la alineación.



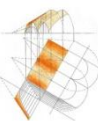




### INVERSION POLO POLAR .

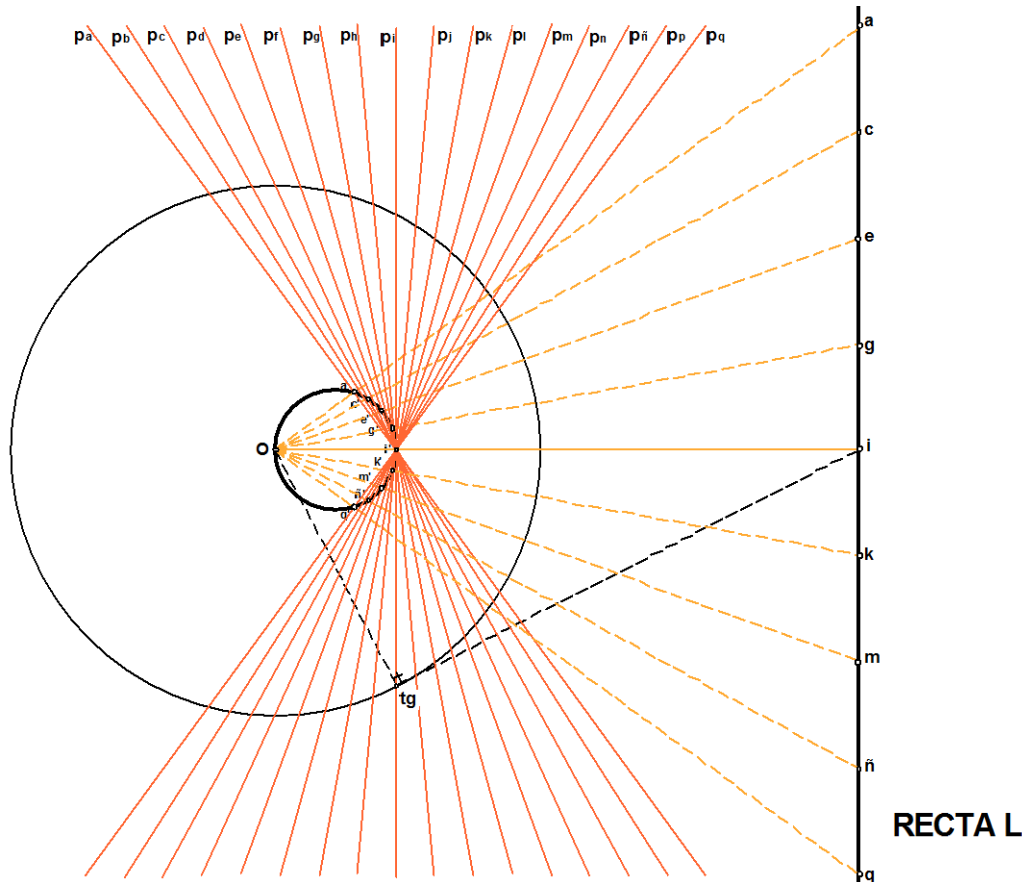


- La polar de una alineación recta definido por infinitos puntos colineales es un conjunto infinito de rectas que se cortan en un punto que definen un haz, cuyo vértice es el polo de la alineación.



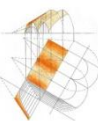
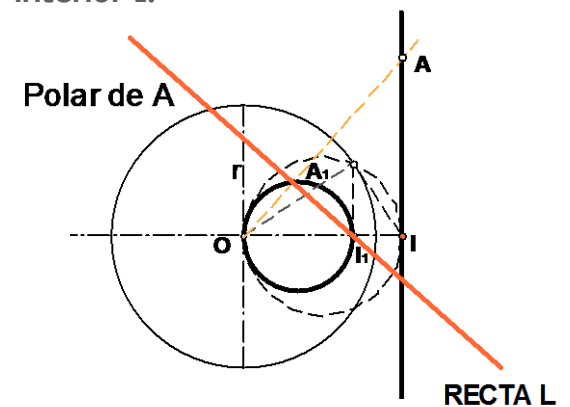


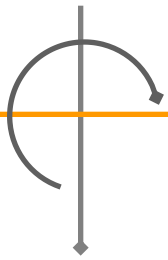
INVERSION POLO POLAR de **L recta Exterior** a la circunferencia de inversión.



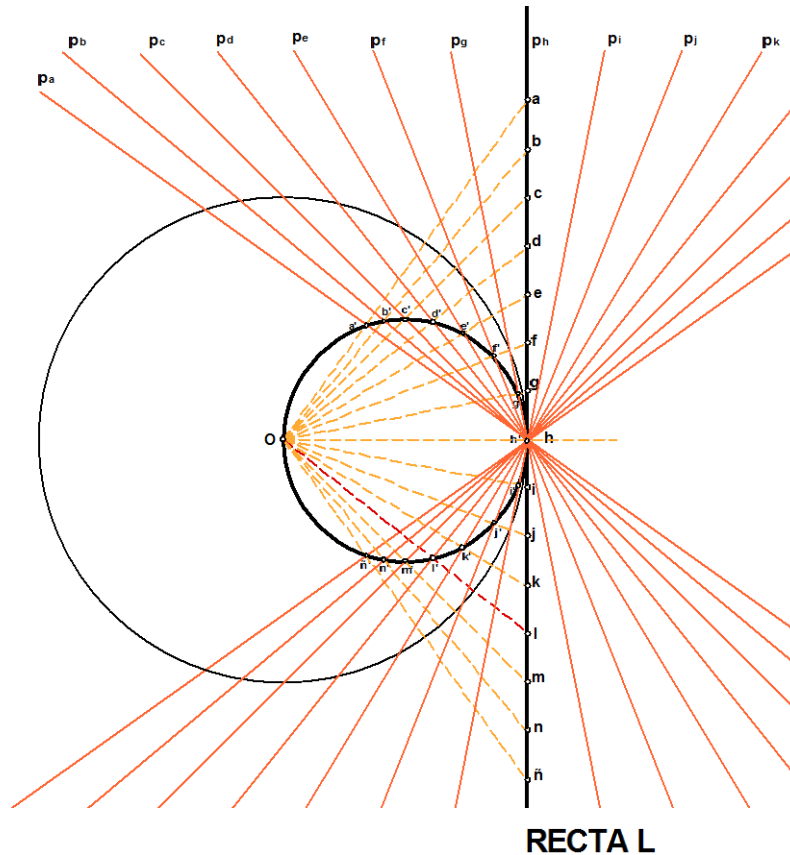
- La polar de L será un haz de rectas, cuyo vértice de haz será el punto diámetro de la circunferencia que es la inversa de la recta L.

- En este caso el inverso del punto interior **II**.

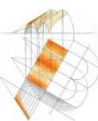


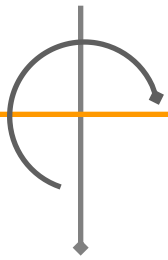


### INVERSION POLO POLAR de **L recta Tangente** a circunferencia de inversión.

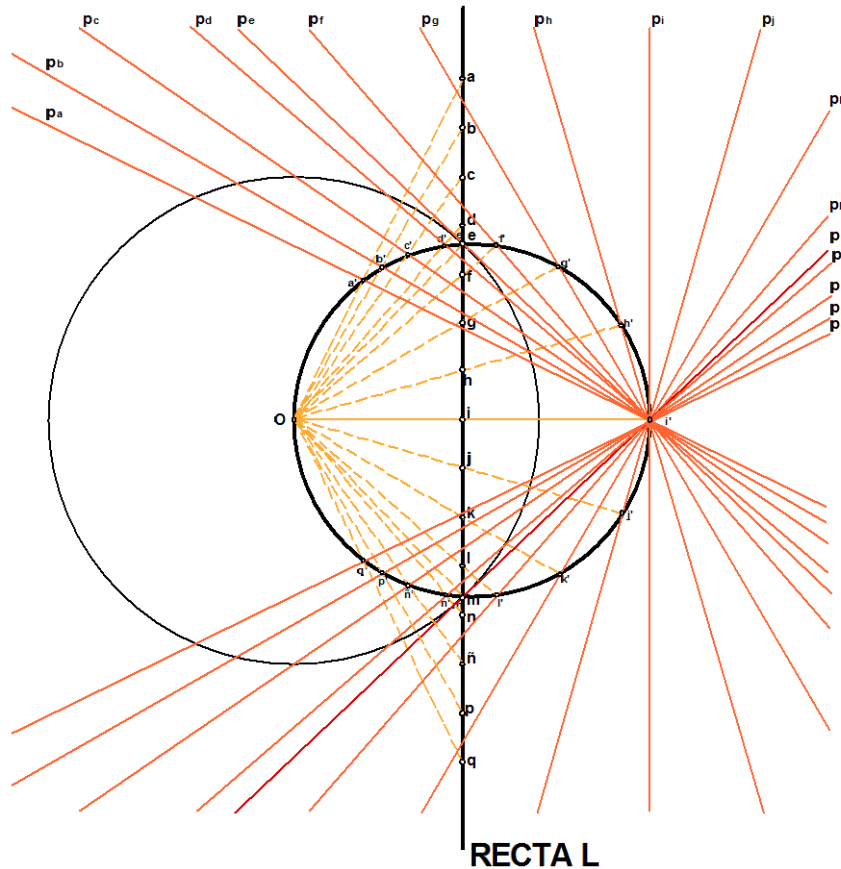


- La polar de L será un haz de rectas, cuyo vértice de haz será el punto diámetro de la circunferencia que es la inversa de la recta L.
- En este caso el inverso del punto de tangencia **h**.

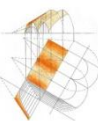




### INVERSION POLAR de **L recta Secante** a la circunferencia de inversión.

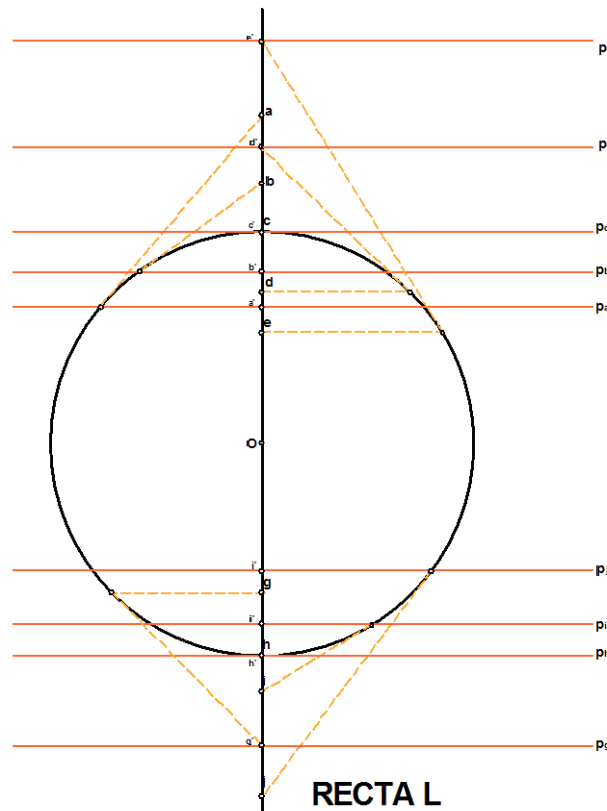


- La polar de L será un haz de rectas, cuyo vértice de haz será el punto diámetro de la circunferencia que es la inversa de la recta L.
- En este caso el inverso del punto interior **I**.

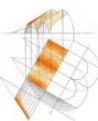


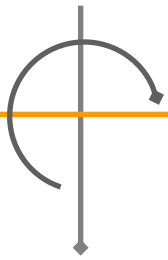


### INVERSION POLO POLAR de **L recta diámetro** a la circunferencia de inversión.

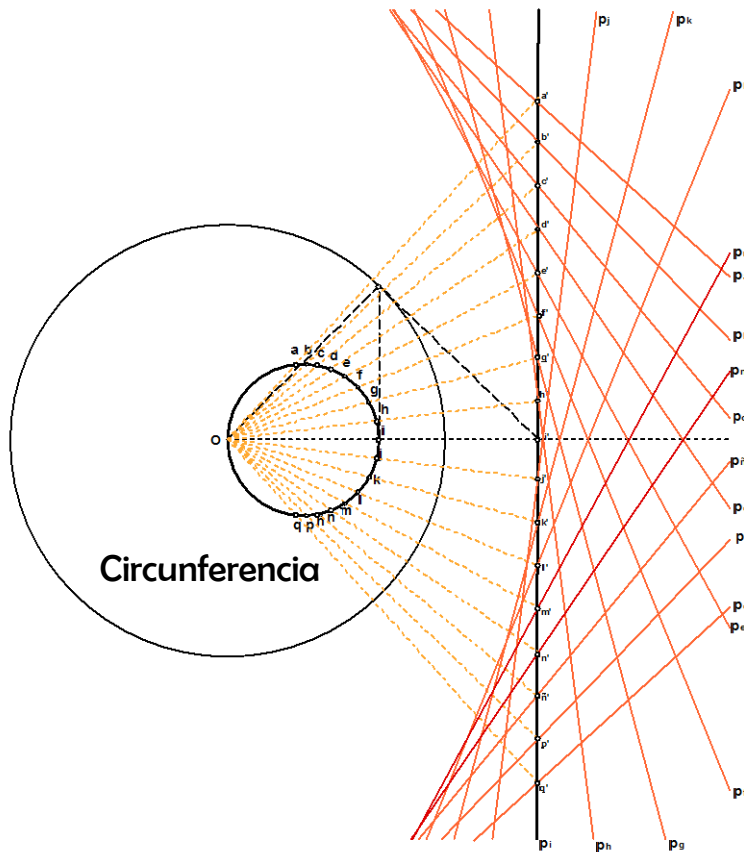


- La polar de L será un haz de rectas, cuyo vértice de haz será un punto ideal en dirección perpendicular a la recta L.

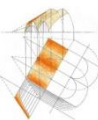


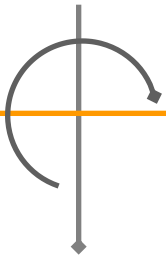


### APLICACIÓN: Inversión Polar de CIRCUNFERENCIAS.

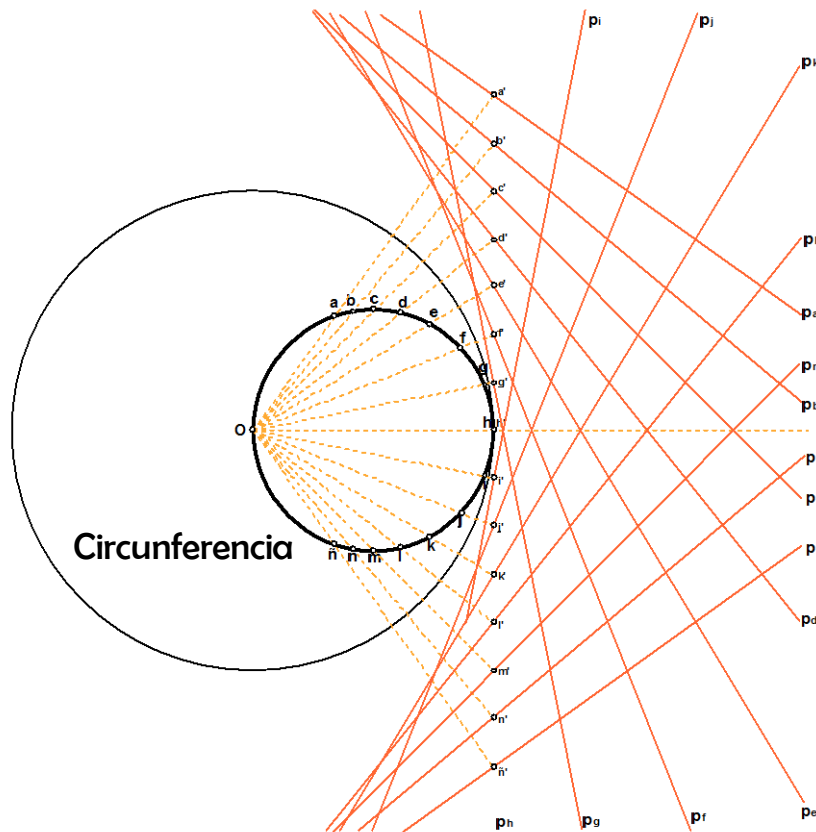


- 1.- Circunferencias que pasan por el centro de Inversión.
- 1a.- Circunferencia interior a la circunferencia de inversión que pasa por el centro de inversión.

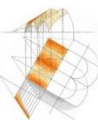


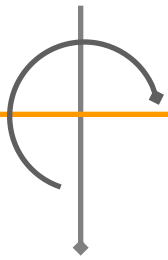


### APLICACIÓN: Inversión Polar de CIRCUNFERENCIAS.

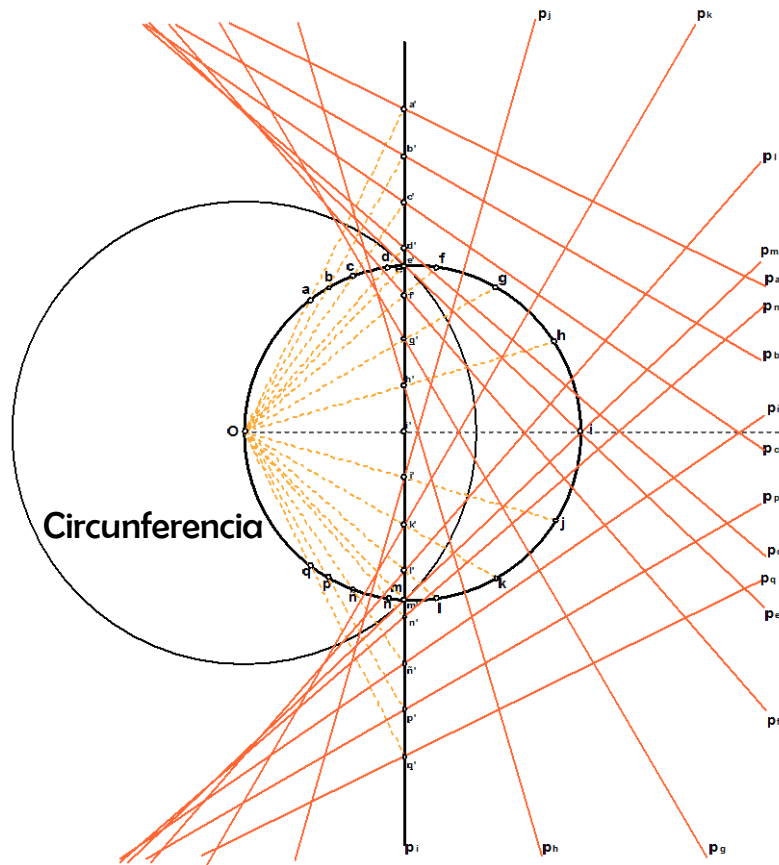


- 1.- Circunferencias que pasan por el centro de Inversión.
- 1b.- Circunferencia tangente interior a la circunferencia de inversión, que pasa por el centro de inversión.

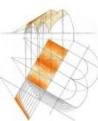




### APLICACIÓN: Inversión Polar de **CIRCUNFERENCIAS**.



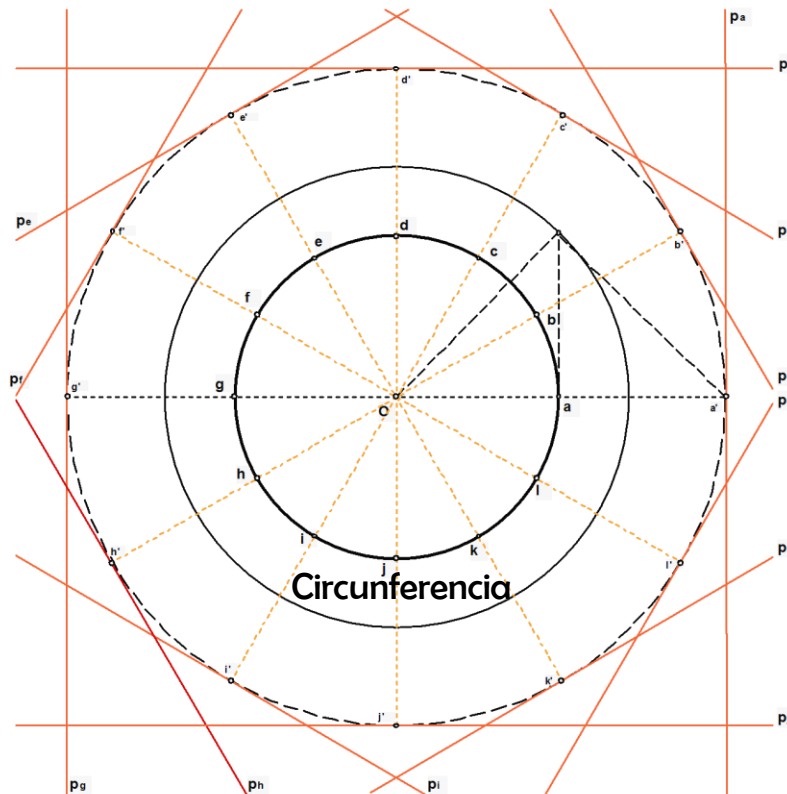
- 1.- Circunferencias que pasan por el centro de Inversión.
- 1c.- Circunferencia secante a la circunferencia de inversión, que pasa por el centro de inversión.



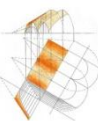




### APLICACIÓN: Inversión Polar de **CIRCUNFERENCIAS**.

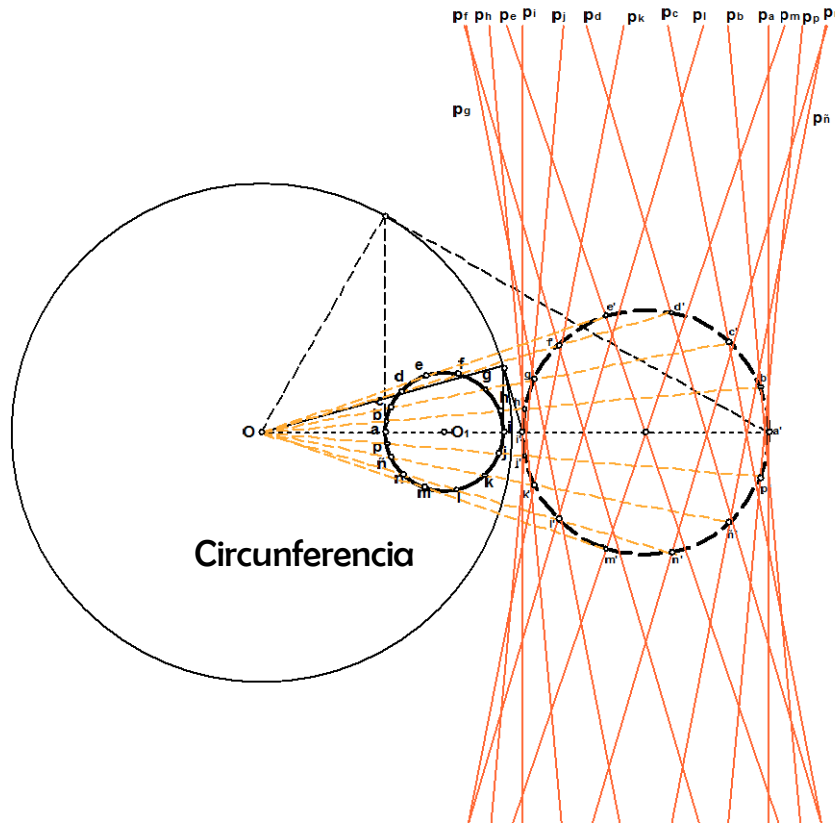


- **2.-** Circunferencias Concéntricas a la circunferencia de Inversión.





## APLICACIÓN: Inversión Polar de CIRCUNFERENCIAS.



- 3.- Circunferencias no Concéntricas y que no pasan por el centro de Inversión.

