

**Pauta Control 3**  
**IN34A**  
**3 de Noviembre de 2004**

**Pregunta 1**

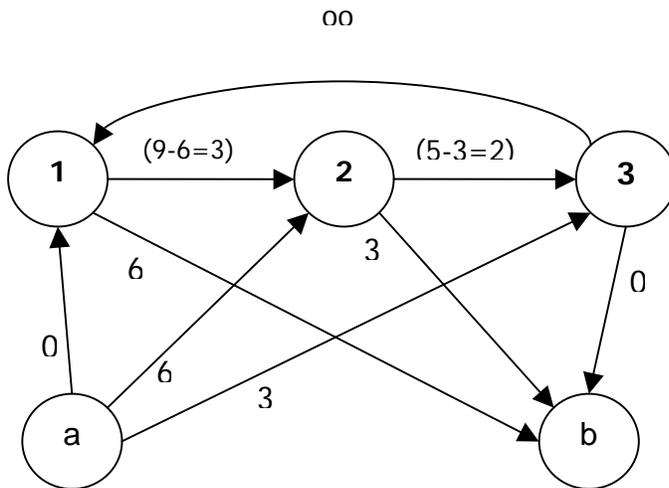
i) El problema entero debería ser más difícil, ya que es NP-completo, mientras que el PPL es polinomial (P).

ii) Armar la red auxiliar dada en clases (llamada Fase I de Ford y Fulkerson) y ver que el flujo máximo de esa nueva red no satura todos los arcos que salen del nuevo nodo inicial, y, por lo tanto, no hay flujo inicial factible en la red original. Tienen que aplicar F y F completo a la red auxiliar.

En la nueva red, se agregan los nodos a y b como inicial y final, las cuotas inferiores son 0 y las superiores son:

$$u_{ij}^* = u_{ij} - l_{ij} \quad ; \quad u_{ai}^* = \sum_k l_{ki} \quad ; \quad u_{ib}^* = \sum_k l_{ik}$$

Luego la red queda:



Así, con F y F se busca el flujo máximo de (a) a (b). Si  $F^*$  es menor que la sumatoria de las cotas inferiores originales, NO EXISTE FLUJO FACTIBLE.

Deben hacer F y F completo en la red auxiliar.

iii) Invertir el sentido de las flechas, aplicar Dijkstra para obtener el camino más corto desde el nodo inicial a cada nodo, y volver a invertir para obtener el resultado.

**Pregunta 2**

Variables

$X_{kj}$ : 1 si el producto j se produce con el proceso k.  $k = p, q; j = 1, \dots, N$

(Puede ser  $X_j$ : 1 si se produce j con proceso p, 0 con q (ó al revés), y se reemplaza uno de los  $X_{kj}$  por  $1-X_j$ )

$Q_j$ : cantidad del producto j que se produce.  $j = 1, \dots, N$

(También es válido  $Q_{pj}$  y  $Q_{qj}$ , pero deben agregar la restricción  $Q_{kj} \leq M \cdot X_{kj} \quad \forall k, j$  y cambiar  $Q_j$  por  $Q_{pj} + Q_{qj}$ )

(También pueden haber agregado la variable  $Z_i$  como la cantidad de insumo que se compra, pero esta definida por  $\sum_j a_{ij} \cdot Q_j$ )

### Restricciones

*Disponibilidad de recursos:*

$$\sum_j a_{ij} \cdot Q_j \leq b_i \quad \forall i$$

*Utilización de sólo un proceso:*

$$X_{pj} + X_{qj} = 1 \quad \forall j$$

*Naturaleza de las Variables:*

$$X_{pj}, X_{qj} \in \{0,1\}$$

$$Q_{pj}, Q_{qj} \geq 0$$

F.O.

$$\text{Max } Z = \sum_j \left( P_j \cdot Q_j - k_p \cdot X_{pj} - k_q \cdot X_{qj} - \sum_i a_{ij} \cdot c_i \cdot Q_j \right)$$

Observación: Lo correcto hubiera sido (en el enunciado) que  $k_p$  fuera, más bien,  $k_{pj}$ , pues así, el modelo decide según lo que conviene más para cada producto. (Tal cual está, todos los productos se hacen con el proceso con menor  $k$ )

Bonus:

Se agregan las variables  $\partial_i = 1$  si se pasa  $Q^*$ , 0 si no.

$$z_i = \begin{cases} 0 & \text{si } \partial_i \text{ es } 0 \\ \sum_j a_{ij} \cdot Q_j - Q^* & \text{si no} \end{cases}$$

Las restricciones extras son:  $\partial_i \geq \frac{\sum_j a_{ij} \cdot Q_j - Q^*}{M'}$   $M' \phi \phi Q^*$

$$\partial_i - 1 \leq \frac{\sum_j a_{ij} \cdot Q_j - Q^*}{M'}$$

$$z_i \leq M'' \cdot \partial_i \quad M'' \phi \phi Q^*$$

$$\sum_j a_{ij} \cdot Q_j - z_i \leq Q^* \cdot \partial_i + M''' \cdot (1 - \partial_i) \quad \forall i; M''' \phi Q^*$$

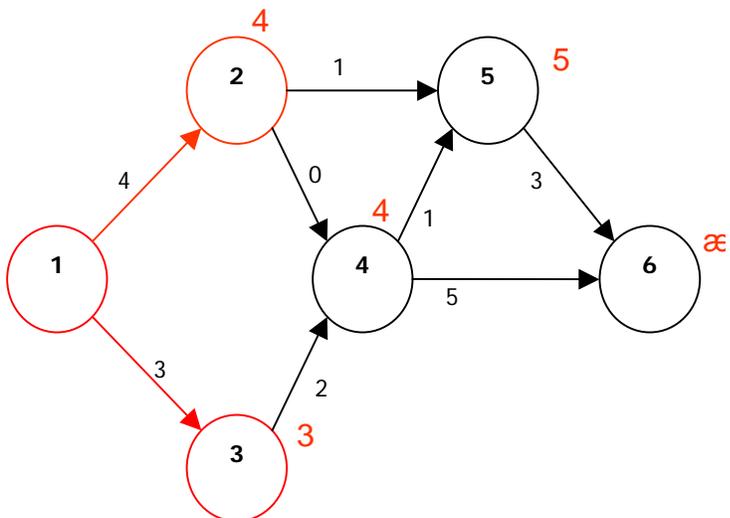
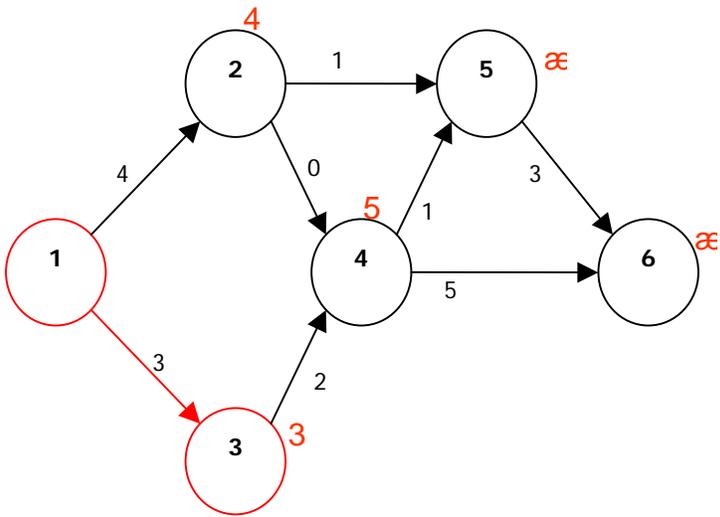
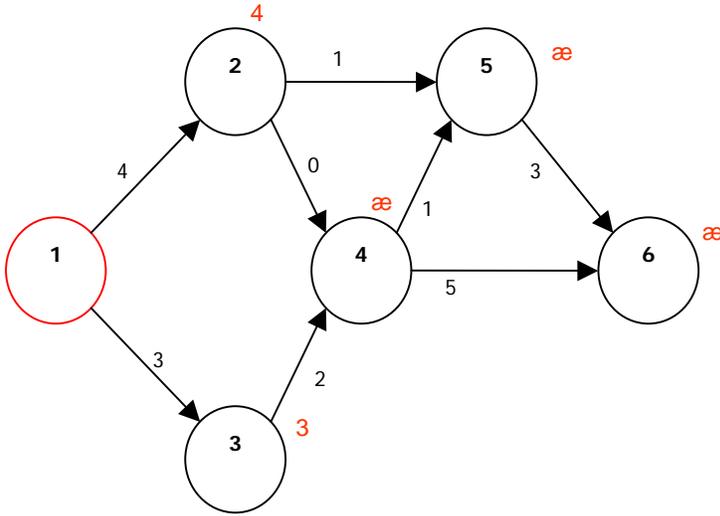
Y en la función objetivo se agrega como costo:

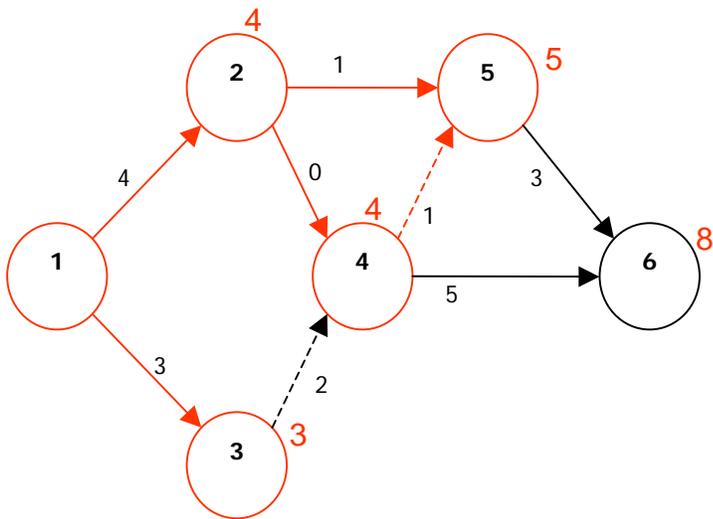
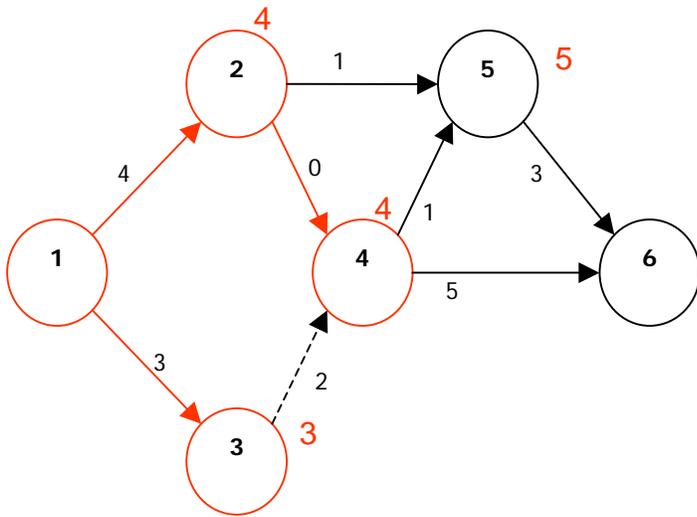
$$- \sum_i z_i \cdot (c_i - l_i) \quad \text{que es el diferencial de los productos sobre}$$

$Q^*$ .

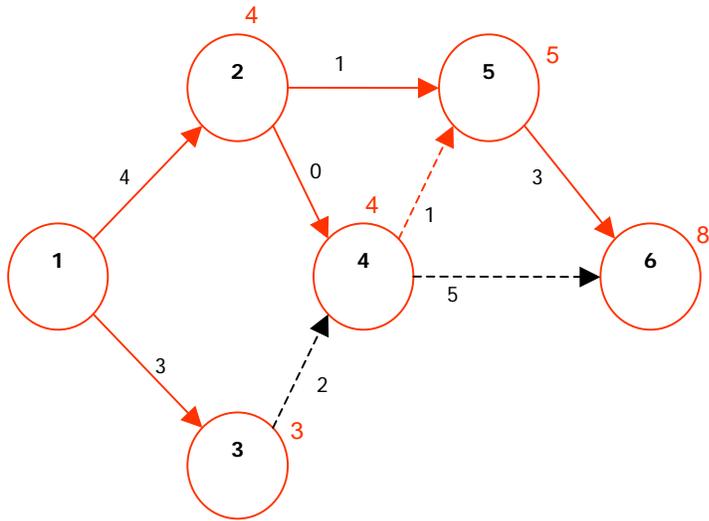
### Pregunta 3

- a) Los pasos son los siguientes, pero deben justificar que elijen el camino según el menor costo acumulado:

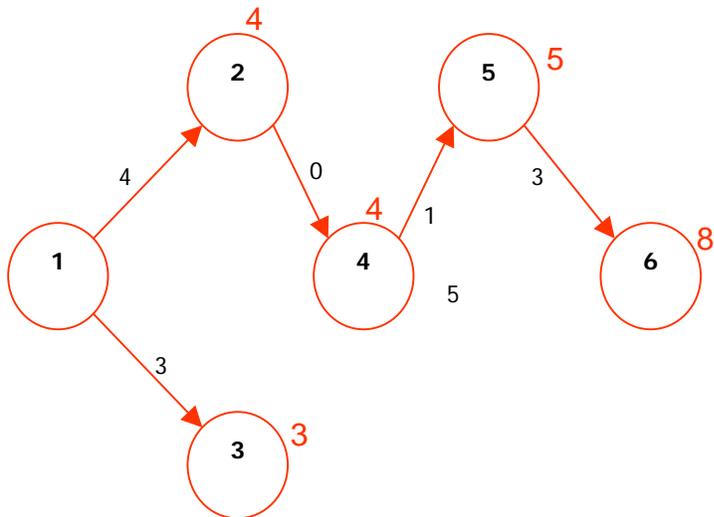
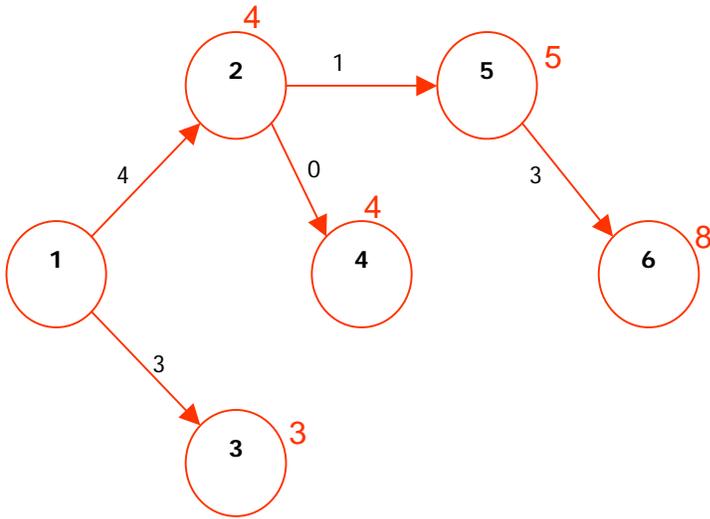




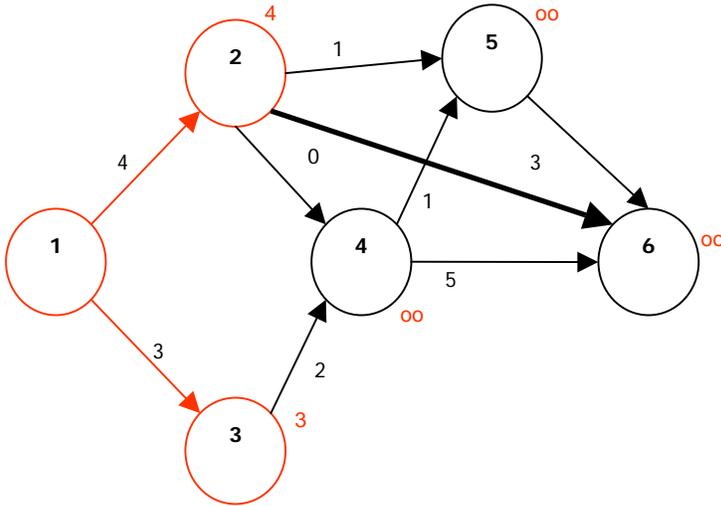
tanto (4,5) como (2,5) son optimos. tanto (4,5) como (2,5) son optimos, pero siguiendo el criterio de Dijkstra, solo (2,5) es optimo (pues el costo de 5 no se modifica). Si se usa 4,5 como optimo no tiene todo el puntaje.



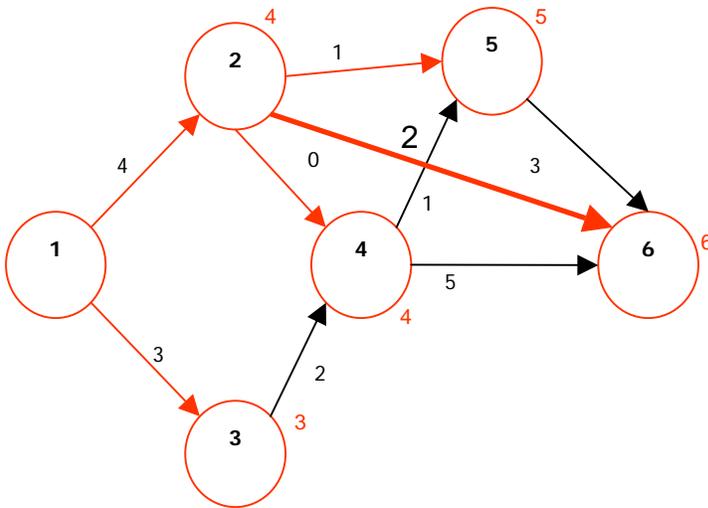
b) hay dos posibles soluciones, pero solo la primera es optima de Dijkstra:



c) El árbol original es modificado, y se empieza en el 3<sup>er</sup> paso:



Finalmente, el resultado es:



Dudas, Comentarios, Reclamos:  
Sebastián Guzmán S.  
sguzman@ing.uchile.cl