

MODELO CLASICO

Tres agentes: empresas, hogares, gobierno

La Empresa Representativa

Función de Producción:

$$Y = F(K, N)$$

satisface:

- rendimientos a escala constantes (agregación)
- creciente ($F_K > 0$, $F_N > 0$)
- cóncava ($F_{KK} < 0$, $F_{NN} < 0$, $F_{KN} > 0$)

El capital es fijo, no puede ser alquilado a otras empresas

Los hogares son los dueños de la empresa (a través de acciones), por lo que reciben los beneficios

Beneficios: $BEN = Y - \left(\frac{w}{p}\right) N$

Problema:

$$\max \quad Y - \left(\frac{w}{p}\right) N$$

$$s.t. \quad Y = F(K, N)$$

Resolviendo, obtenemos la condición

$$F_N(K, N) = \frac{w}{p}$$

que define implícitamente una demanda de trabajo

El Hogar Representativo

Preferencias por consumo y ocio:

$$U(C, N) \quad U_C > 0, U_N < 0$$

Ingreso: $Y = \left(\frac{w}{p}\right) N + BEN$

Riqueza: $R = K + \frac{M+B}{p}$

Cambio instantáneo en riqueza:

$$\frac{dR}{dt} = \dot{R} = \dot{K} + \frac{\dot{M} + \dot{B}}{p} - \frac{M+B}{p}\pi$$

donde $\pi = \frac{\dot{p}}{p}$ es la tasa de inflación

$$\dot{K} = I - \delta K$$

$$\dot{R} = I + \underbrace{\frac{\dot{M} + \dot{B}}{p}}_{\text{Ahorro}} - \delta K - \frac{M+B}{p}\pi$$

Ingreso disponible: ingreso luego de separar impuestos y ahorro necesario para mantener riqueza constante

$$Y_d = Y - T - \delta K - \frac{M+B}{p}\pi$$

Retorno real de los bonos: $r - \pi$

Retorno real del capital, relativo al de los bonos (q de Tobin):

$$q = \frac{F_K(K, N) - \delta}{r - \pi} = q(K, N, r - \pi)$$

con $q_N > 0$, $q_K < 0$, $q_{r-\pi} < 0$

No hay arbitraje entre los distintos activos ($q \neq 1$)

Restricción presupuestaria:

$$C + \dot{R} = Y_d$$

Problema:

$$\max U(C, N) + \text{utilidad futura}$$

$$s.t. \quad C + \dot{R} = Y_d$$

En vez de resolver este problema de optimización dinámica, se asumen funciones de consumo:

$$C = C(Y_d, r - \pi) \quad C_1 > 0, C_2 < 0$$

de inversión

$$I = I(q) \quad I' > 0$$

de demanda de dinero

$$\frac{M}{p} = m(r, Y) \quad m_r < 0, m_Y > 0$$

y de oferta de trabajo

$$N = N\left(\frac{w}{p}\right) \quad N' > 0$$

El Gobierno

Restricción presupuestaria:

$$G = T + \frac{\dot{M} + \dot{B}}{p}$$

G representa gasto de gobierno, es decir, recursos tirados al mar

T son impuestos netos del pago de intereses por B

El gobierno también conduce operaciones de mercado abierto, en donde

$$dM = -dB$$

Esto NO implica $\dot{M} = -\dot{B}$, el gobierno puede tener un déficit

El Modelo Completo

Sistema de ecuaciones:

$$\frac{w}{p} = F_N(K, N) \quad (\text{I})$$

$$N = N\left(\frac{w}{p}\right) \quad (\text{II})$$

$$Y = F(K, N) \quad (\text{III})$$

$$C = C\left(Y - T - \delta K - \frac{M + B}{p}\pi, r - \pi\right) \quad (\text{IV})$$

$$I = I(q(K, N, r - \pi)) \quad (\text{V})$$

$$Y = C + I + G \quad (\text{VI})$$

$$\frac{M}{p} = m(r, Y) \quad (\text{VII})$$

Ignoramos la restricción presupuestaria del gobierno
(por qué?)

Supuestos sobre derivadas parciales:

$$F_K > 0, F_N > 0, F_{KK} < 0, F_{NN} < 0, F_{KN} > 0$$

$$N' > 0, C_1 > 0, C_2 < 0, m_r < 0, m_Y > 0$$

$$I' > 0, q_N > 0, q_k < 0, q_{r-\pi} < 0$$

Variables endógenas:

$$Y, N, C, I, \frac{w}{p}, r, p$$

Variables exógenas

$$K, G, T, M, \pi$$

Diferenciando totalmente el sistema de ecuaciones:

$$d\left(\frac{w}{p}\right) = F_{NN}dN + F_{NK}dK \quad (\text{i})$$

$$dN = N'd\left(\frac{w}{p}\right) \quad (\text{ii})$$

$$dY = F_N dN + F_K dK \quad (\text{iii})$$

$$dC = C_1 \left[dY - dT - \delta dK - \frac{M+B}{p} d\pi \right. \\ \left. + \pi \frac{M+B}{p^2} dp \right] + C_2 [dr - d\pi] \quad (\text{iv})$$

$$dI = I'[q_N dN + q_K dK + q_{r-\pi}(dr - d\pi)] \quad (\text{v})$$

$$dY = dC + dI + dG \quad (\text{vi})$$

$$\frac{1}{p} dM - \frac{M}{p^2} dp = m_r dr + m_Y dY \quad (\text{vii})$$

En notación matricial, el modelo es recursivo en dos bloques:

$$\begin{bmatrix} 1 & -F_{NN} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -N' & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -F_N & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -C_1 & 1 & 0 & -C_2 & -C_1 \pi \frac{M+B}{p^2} \\ 0 & -I' q_N & 0 & 0 & 1 & -I' q_{r-\pi} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_Y & 0 & 0 & m_r & \frac{M}{p^2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} d\left(\frac{w}{p}\right) \\ dN \\ dY \\ dC \\ dI \\ dr \\ dp \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{NK}dK \\ 0 \\ F_K dK \\ -C_1[dT + \delta dK + \frac{M+B}{p} d\pi] - C_2 d\pi \\ I' q_K dK - I' q_{r-\pi} d\pi \\ dG \\ \frac{1}{p} dM \end{bmatrix}$$

Podemos mostrar que:

$$\begin{aligned}\frac{\partial(\frac{w}{p})}{\partial K} &= \frac{F_{NK}}{1 - F_{NN}N'} > 0 \\ \frac{\partial N}{\partial K} &= \frac{N'F_{NK}}{1 - F_{NN}N'} > 0 \\ \frac{\partial Y}{\partial K} &= \frac{N'F_N F_{NK}}{1 - F_{NN}N'} + F_K > 0\end{aligned}$$

y que $(\frac{w}{p})$, N y Y son independientes de las variables de política G , T y M .

También podemos mostrar que:

$$\begin{aligned}\frac{\partial r}{\partial G} &= -\frac{1}{\theta} > 0 \\ \frac{\partial r}{\partial T} &= \frac{C_1}{\theta} < 0 \\ \frac{\partial r}{\partial M} &= -\frac{C_1\pi\frac{M+B}{p}}{\theta M} > 0\end{aligned}$$

asumiendo $\pi > 0$ y $M + B > 0$, en donde:

$$\theta = C_2 + I'q_{r-\pi} - m_r\frac{M+B}{M}C_1\pi$$

y asumiendo además $\theta < 0$ (condición de estabilidad).

Por lo tanto:

$$\begin{aligned}\frac{\partial I}{\partial G} &= I' q_{r-\pi} \frac{\partial r}{\partial G} < 0 \\ \frac{\partial I}{\partial T} &= I' q_{r-\pi} \frac{\partial r}{\partial T} > 0 \\ \frac{\partial I}{\partial M} &= I' q_{r-\pi} \frac{\partial r}{\partial M} < 0\end{aligned}$$

Finalmente:

$$\begin{aligned}\frac{\partial C}{\partial G} &= \frac{I' q_{r-\pi} - \theta}{\theta} \quad ? \\ \frac{\partial C}{\partial T} &= -C_1 \frac{I' q_{r-\pi}}{\theta} < 0 \\ \frac{\partial C}{\partial M} &= \left(C_1 \pi \frac{M+B}{M_p} \right) \frac{I' q_{r-\pi}}{\theta} > 0\end{aligned}$$

Conclusiones

- En el Modelo Clásico, las variables de política económica (tanto fiscal como monetaria) no afectan el nivel de empleo y producto, solo su composición.
- Políticas expansivas pueden incrementar el consumo, pero reducen la inversión al subir la tasa de interés (*crowding-out*).
- El dinero es *neutral* (en un sentido débil) y el desempleo se encuentra siempre en su *tasa natural* (en este caso, cero).

MODELO KEYNESIANO

Rigidez Salarial y Desempleo

La única diferencia con el modelo clásico es el tratamiento del mercado de trabajo

Se asume que los salarios nominales son rígidos, no se ajustan para igualar oferta y demanda

Como resultado, la oferta de trabajo puede ser mayor que la demanda \Rightarrow desempleo

$$N^s = N\left(\frac{w}{p}\right) \geq N$$

Sistema de ecuaciones

$$\frac{w}{p} = F_N(K, N) \quad (\text{I})$$

$$Y = F(K, N) \quad (\text{II})$$

$$C = C\left(Y - T - \delta K - \frac{M + B}{p}\pi, r - \pi\right) \quad (\text{III})$$

$$I = I((q(K, N, r - \pi))) \quad (\text{IV})$$

$$Y = C + I + G \quad (\text{V})$$

$$\frac{M}{p} = m(r, Y) \quad (\text{VI})$$

Variables endógenas:

$$Y, N, C, I, r, p$$

Variables exógenas

$$K, G, T, M, w, \pi$$

Diferenciando totalmente el sistema de ecuaciones:

$$\frac{1}{p}dw - \frac{w}{p^2}dp = F_{NN}dN + F_{NK}dK \quad (\text{i})$$

$$dY = F_N dN + F_K dK \quad (\text{ii})$$

$$dC = C_1 \left[dY - dT - \delta dK - \frac{M+B}{p} d\pi + \pi \frac{M+B}{p^2} dp \right] + C_2 [dr - d\pi] \quad (\text{iii})$$

$$dI = I' [q_N dN + q_K dK + q_{r-\pi} (dr - d\pi)] \quad (\text{iv})$$

$$dY = dC + dI + dG \quad (\text{v})$$

$$\frac{1}{p}dM - \frac{M}{p^2}dp = m_r dr + m_Y dY \quad (\text{vi})$$

En notación matricial, el modelo ya no es recursivo:

$$\begin{bmatrix} -F_{NN} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{w}{p^2} \\ -F_N & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -C_1 & 1 & 0 & -C_2 & -C_1 \pi \frac{M+B}{p^2} \\ -I'q_N & 0 & 0 & 1 & -I'q_{r-\pi} & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & m_Y & 0 & 0 & m_r & \frac{M}{p^2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} dN \\ dY \\ dC \\ dI \\ dr \\ dp \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{NK}dK - \frac{1}{p}dw \\ F_K dK \\ -C_1 [dT + \delta dK + \frac{M+B}{p} d\pi] - C_2 d\pi \\ I'q_K dK - I'q_{r-\pi} d\pi \\ dG \\ \frac{1}{p}dM \end{bmatrix}$$

Análisis IS-LM

De las ecuaciones (i) - (v) obtenemos la diferenciación total de la curva IS:

$$(C_2 + I'q_{r-\pi})dr = \Phi dY + C_1 dT - dG$$
$$-C_1 \pi \frac{M+B}{pw} dw + \left(C_2 + I'q_{r-\pi} + C_1 \frac{M+B}{p} \right) d\pi$$

en donde:

$$\Phi = 1 - C_1 + C_1 \pi \frac{M+B}{p} \frac{F_{NN}}{F_N^2} - I' \frac{q_N}{F_N}$$

La pendiente de la IS es negativa:

$$\left. \frac{\partial r}{\partial Y} \right|_{IS} = \frac{\Phi}{C_2 + I'q_{r-\pi}} < 0$$

si se cumple la condición de estabilidad $\Phi > 0$
(\Rightarrow un aumento en Y *reduce* el exceso de demanda en el mercado de bienes, manteniendo r constante)

Una política fiscal expansiva ($G \uparrow$ o $T \downarrow$) desplaza la IS hacia la derecha

$$\left. \frac{\partial r}{\partial G} \right|_{IS}^{dY=0} = \frac{-1}{C_2 + I'q_{r-\pi}} > 0$$
$$\left. \frac{\partial r}{\partial T} \right|_{IS}^{dY=0} = \frac{C_1}{C_2 + I'q_{r-\pi}} < 0$$

De las ecuaciones (i), (ii) y (vi) obtenemos la diferenciación total de la curva LM:

$$m_r dr = \left(\frac{F_{NN}}{F_N^2} \frac{M}{p} - m_Y \right) dY + \frac{1}{p} dM - \frac{M}{pw} dw$$

La pendiente de la LM es positiva:

$$\frac{\partial r}{\partial Y} \Big|_{LM} = \frac{1}{m_r} \left(\frac{F_{NN}}{F_N^2} \frac{M}{p} - m_Y \right) > 0$$

y una política monetaria expansiva ($M \uparrow$) la desplaza hacia la derecha:

$$\frac{\partial r}{\partial M} \Big|_{LM}^{dY=0} = \frac{1}{m_r p} < 0$$

Análisis AS-AD

De las ecuaciones (i) y (ii) obtenemos la diferenciación total de la curva AS:

$$dp = -\frac{p F_{NN}}{F_N^2} dY + \frac{1}{F_N} dw$$

La pendiente de la AS es positiva:

$$\frac{\partial p}{\partial Y} \Big|_{AS} = -\frac{p F_{NN}}{F_N^2} > 0$$

y un aumento en costos ($w \uparrow$) la desplaza hacia la izquierda:

$$\frac{\partial p}{\partial w} \Big|_{AS}^{dY=0} = \frac{1}{F_N} > 0$$

De las ecuaciones (iii), (iv), (v) y (vi) obtenemos la diferenciación total de la curva AD:

$$\Omega dp = \Psi dY + C_1 dT - dG - \frac{C_2 + I'q_{r-\pi}}{pm_r} dM + \left(C_2 + I'q_{r-\pi} + C_1 \frac{M+B}{p} \right) d\pi$$

en donde:

$$\Psi = \Phi - C_1 \pi \frac{M+B}{p} \frac{F_{NN}}{F_N^2} + \frac{(C_2 + I'q_{r-\pi}) m_Y}{m_r} > 0$$

si $\Phi > 0$, y además:

$$\Omega = - \left(\frac{M}{p^2 m_r} \right) \underbrace{\left[C_2 + I'q_{r-\pi} - m_r \frac{M+B}{M} C_1 \pi \right]}_{\theta}$$

La pendiente de la AD es negativa:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial Y} \right|_{AD} = \frac{\Psi}{\Omega} < 0$$

si se cumple la condición de estabilidad $\theta < 0$
(\Rightarrow un aumento en r *reduce* la demanda agregada, manteniendo Y constante)

Una política expansiva ($G \uparrow$, $M \uparrow$ o $T \downarrow$) desplaza la AD hacia la derecha.

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial p}{\partial G} \right|_{AD}^{dY=0} &= \frac{-1}{\Omega} > 0 \\ \left. \frac{\partial p}{\partial T} \right|_{AD}^{dY=0} &= \frac{C_1}{\Omega} < 0 \\ \left. \frac{\partial p}{\partial M} \right|_{AD}^{dY=0} &= \frac{-(C_2 + I'q_{r-\pi})}{pm_r \Omega} > 0 \end{aligned}$$

El Rol de las Condiciones de Estabilidad

Ajuste instantáneo de los mercados ante una política fiscal expansiva

$$G \uparrow \Rightarrow DA > Y \Rightarrow \begin{cases} r \uparrow \Rightarrow m < \frac{M}{p} \Rightarrow p \uparrow \\ Y \uparrow \end{cases}$$

y ante una política monetaria expansiva

$$M \uparrow \Rightarrow m < \frac{M}{p} \Rightarrow \begin{cases} p \uparrow \Rightarrow DA < Y \Rightarrow r \downarrow \\ Y \uparrow \end{cases}$$

Para que el mecanismo funcione, se necesita que

- El efecto de r sobre la demanda agregada (directo y a través de p) sea negativo: $\theta < 0$
- El efecto de Y sobre el exceso de demanda agregada (directo y a través de p) sea negativo: $\Phi > 0$

Conclusiones

- En el Modelo Keynesiano, las variables de política económica (tanto fiscal como monetaria) afectan tanto el nivel de empleo y producto como su composición
- Políticas expansivas aumentan el nivel de actividad y reducen el desempleo, pero incrementan el nivel de precios reduciendo el salario real
- Medidas de política fiscal y monetaria tienen distintos efectos sobre la tasa de interés, y por lo tanto sobre la inversión
- El dinero no es neutral, y existe en general desempleo por encima de la tasa natural