DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
UNIVERSIDAD DE CHILE

Curso: IN71L - Modelos Estocásticos
Sem.: Primavera 2004
Prof: Raúl Gouet
P. Aux: D. Sauré, P. Hernández

Clase Auxiliar 2
6 de Agosto, 2004

Problema 1

Considere una posta de atención de urgencias médicas donde llegan dos tipos de pacientes: los graves (que deben ser atendidos de inmediato) y los leves (que pueden esperar para ser atendidos). Se sabe que cada uno de estos grupos de pacientes llegan de acuerdo a un proceso de Poisson con tasas 2 y 4 pacientes por hora respectivamente. Además, todos los pacientes graves deben permanecer en observación hasta el día siguiente, momento en el cual son dados de alta o son trasladados a un hospital.

Considere que a las 7:00 a.m. los pacientes graves son evaluados para decidir si son dados de alta o trasladados. Por ello, a las 7:00 todas las camas se desocupan. Los pacientes ingresan las 24 horas al servicio.

Los pacientes leves NO ocupan camas.

1. La posta desea determinar el número de camas que debe tener para los pacientes graves, de modo que con probabilidad de por lo menos 0.95 puedan ser atendidos todos los pacientes graves que ingresen y no deban ser derivados a otra posta. Entregue una expresión para determinar este número de camas.
2. Se sabe que sólo un paciente grave ingresó entre las 7:00 y 8:00. Ese día el médico llegó 5 minutos atrasado (es decir a las 7:05, ya que su turno comenzaba a las 7:00). ¿Cuál es la probabilidad que dicho paciente haya muerto debido a que no estaba presente el médico? (Asuma que un paciente grave muere si no es atendido de inmediato). Justifique.
3. Dado que llegaron 10 pacientes, ¿Cuál es la probabilidad de que los primeros 5 hayan sido graves y los siguientes cinco leves?.
4. Para el ingreso de pacientes leves y graves debe llenarse un formulario y entregarse en una ventanilla de atención al paciente. Si la persona que atiende la ventanilla debe ausentarse por unos minutos para ir al baño. ¿Cuánto es el máximo de tiempo que puede hacerlo de modo que la probabilidad de que llegue un paciente durante su ausencia sea menor que 5 %?.

Problema 2

Los auxiliares de ramo, hinchas acerrimos de Colo-Colo, asisten al estadio a ver al equipo de sus amores. Durante un partido los jugadores cruzados hacen goles de acuerdo a un proceso de poisson de (una no tan sorprendente) tasa λ. Los auxiliares sin embargo, celebran cada gol durante un tiempo B, lapso de tiempo durante el cual no son capaces de ver lo que sucede en la cancha. Si se supone que tras cada gol, el partido es reasumido instantaneamente conteste:

1. cual es la probabilidad que los auxiliares vean los 7 primeros goles.

2. Para $t \geq (n-1)B$, encuentre $P[R(t) \geq n]$, donde R(t) es el número de goles vistos por los auxiliares hasta el instante t.

Problema 3

1. Pasajeros llegan a un estación de Metro según un proceso de Poisson de tasa λ[personas/hora]. El tiempo entre los arribos de los trenes es de t [horas] y su capacidad es tal que puede llevar a todos los pasajeros esperando. Si acaba de pasar un tren y la estación está vacía:

   a) Calcule la esperanza de la suma de los tiempos de espera de los pasajeros que subirán al siguiente tren.

   b) ¿Cómo cambia su respuesta de la parte anterior si los trenes llegan a la estación según un Proceso de Poisson de tasa μ[trenes/hora]?

2. Considere una intersección que tiene I calles que llegan a ella. La llegada de autos provenientes de la calle i sigue un Proceso de Poisson de tasa λ_i. Cada auto que viene de la calle i, independiente de todo el resto, tomará la calle j con una probabilidad P_{ij}. Sea $B_j(t)$ el número de autos que han tomado la calle j desde la intersección hasta el instante t. Suponiendo que el tiempo que tardan los autos en cruzar la intersección una vez que llegan a ella es despreciable, entregue expresiones para $P[B_j(t) = k]$ y la esperanza de $B_j(t)$.

3. Clientes llegan a un banco como un proceso de Poisson de tasa λ[personas/hora]. Suponga que 2 clientes llegaron durante la primera hora.

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que ambos hayan llegado en los primeros 20 minutos?

   b) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos uno de ellos haya llegado durante los primeros 20 minutos?

4. Un nuevo museo está interesado en analizar las visitas de turistas. El museo recibirá a grupos de T turistas compuestos de personas de diferentes nacionalidades según un proceso de Poisson de tasa 1, quienes al momento de retirarse deben firmar el libro de visitas. En particular, se estima que cada persona provendrá del país i con probabilidad p_i, $i = 1, \ldots, N$ donde N representa el número total de países. Desde que el museo abra sus puertas para atención al público, ¿Cuál es el valor esperado del número grupos de turistas que visitarán el museo hasta que el libro de visitas tenga al menos una persona de cada país?

Problema 4

Considere una sala de cine con capacidad para 200 personas. La entrada a la función es de p [$] por persona. Sin embargo, si el cliente es “socio” del cine se le hace un 20 % de descuento.

Asuma que las personas llegan al cine de acuerdo a un proceso de Poisson a comprar las entradas y que cada persona compra sólo una entrada. Las entradas para la función de las 22:00 horas comienzan a venderse durante el mismo día desde las 16:00 horas, y la boletería se cierra a las 22:00.

Las tasa de llegada es de 40 personas/hora, y cada una persona posee tarjeta de socio con una probabilidad de un 25 %.

1. Si usted sabe que se vendieron n entradas ¿Cuál es la probabilidad de que i entradas se hayan vendido a "socios" del cine?.

2. ¿Cuál es la probabilidad de que se vendan n entradas ($n \in \{0, 1, 2, ...\}$)?.

3. ¿Cuál es la utilidad esperada por función?.