El Modelo de Crecimiento Neoclásico

Macroeconomía II

Clases 4 - 6

Contenido

El modelo neoclásico
- El modelo determinístico con ahorro endógeno
- El equilibrio competitivo
- El problema del planificador central
- Estado estacionario
- Transición numérica

Todavía no incluidos:
- Incertidumbre: Ciclos
- Impuestos
- Heterogeneidad

Algunas Preguntas

Como en Solow +

- ¿Por qué algunos países ahorran más que otros?
- Microfundamentos => decisiones de agentes modeladas explícitamente => análisis de bienestar, asume crítica de Lucas (1976), permite análisis conjunto de largo y corto plazo.
- Laboratorio flexible para analizar ciclos (estocástico), política fiscal (impuestos) y monetaria (dinero), comercio (dos sectores), competencia imperfecta y rigideces nominales (neokeynesianos), distribución de ingreso y dinámica de plantas (heterogeneidad).

El modelo neoclásico (Ramsey, Cass y Koopmans)

- Un único bien, para consumo o inversión
- Un número grande de consumidores idénticos
- Un número grande de productores idénticos
- Capital y trabajo, ambos propiedad del consumidor
- Preferencias: $U = \sum^{\infty}_{t=0} \beta^t u(c_t)$, con $u'>0$, $u''<0$.
- Ley de movimiento del capital: $(1+n)\,k_{t+1} = (1-\delta)\,k_t + i_t$
- Función de producción agregada:

$$Y_t=F(K_t, L_t);\ Y_t/ L_t = F(K_t ,1) \equiv f(k_t),\ f_k >0 \text{ y } f_{kk} <0$$

- Firma maximiza beneficios $\Pi_t = Y_t - w_t - r_t k_t$

Notas: Precio del bien normalizado, $\Pi_t = 0$ por RCE.

Definición: Equilibrio General Competitivo (EC): Un EC para esta economía es un conjunto de secuencias para las asignaciones $\{c_t, i_t, k_{t+1}, y_t\}$ y precios $\{w_t, r_t\}$, tales que, dados los precios, y dado k_0, las asignaciones resuelvan,

1. El problema del consumidor (PC)

$$\max \quad \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t)$$

$$\text{s.a.} \quad c_t + i_t = r_t k_t + w_t, \ \forall t$$

$$(1+n) k_{t+1} = (1-\delta) k_t + i_t, \ \forall t$$

2. El problema de la firma (PF)

$$\max \quad y_t - w_t - r_t k_t \ \text{ s.a. } y_t = f(k_t), \ \forall t$$

3. La igualdad entre oferta y demanda se satisfaze (F)

$$c_t + i_t = y_t, \ \forall t$$

Resolviendo el (EC)

del (PC): $u'(c_t)/\beta u(c_{t+1}) = [r_{t+1} + (1-\delta)]/(1+n)$, Ec. de Euler.

del (PF): $r_t = f'(k_t)$ y $w_t = f(k_t) - f'(k_t)\,k_t$

de (F): $c_t = f(k_t) - (1+n)\,k_{t+1} + (1-\delta)\,k_t$

$\Rightarrow$ $u'[f(k_t) - (1+n)\,k_{t+1} + (1-\delta)\,k_t] / \beta u[f(k_{t+1}) - (1+n)\,k_{t+2} + (1-\delta)\,k_{t+1}]$
$= [f'(k_{t+1}) + (1-\delta)]/(1+n)$

$\Rightarrow$ $G(k_t, k_{t+1}, k_{t+2}) = 0$

Definición: Optimo Paretiano (OP): Un Optimo de Pareto para esta economía es un conjunto de secuencias para las asignaciones $\{c_t, i_t, k_{t+1}, y_t\}$, tal que, dado k_0, las secuencias resuelven,

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t) \\ \text{s.a.} \quad & c_t + i_t = f(k_t) \\ & (1+n)\, k_{t+1} = (1-\delta)\, k_t + i_t, \ \forall t \end{aligned}$$

Nota: se puede demostrar que si no existen distorsiones (impuestos que cambian precios relativos, externalidades, etc..) todo equilibrio competitivo es OP y todo OP es un equilibrio competitivo.

Definición: Un Estado Estacionario (EE) para la economía anterior, es un (EC) con las propiedades que, para todo t, $c_t = c$, $i_t = i$, $k_t = k$, $y_t = y$, $r_t = r$, $w_t = w$, para algunos números c, i, k, y, r, w.

Caracterización del estado estacionario. Dado un k*,

$$y^* = f(k^*)$$
$$i^* = (n+\delta)k^*$$
$$c^* = f(k^*) - (n+\delta)k^*$$
$$s^* = (n+\delta)k^* / f(k^*)$$
$$r^* = f\,'(k^*)$$
$$w^* = f(k^*) - f\,'(k^*)k^*$$

Nota: El EE está definido en relación a las variables en términos per capita. De hecho en términos absolutos estas crecen a (1+n). Si el modelo tuviera $g \neq 0$, hablaríamos de un crecimiento balanceado ya que las variables per capita estarían creciendo a (1+g). Las variables absolutas, en este caso, estarían creciendo a (1+z).

Resolviendo el EE

de la ecuación de Euler, tenemos que,

$f'(k^*) = [(1+n) / \beta] - (1-\delta) \Rightarrow k^*$

y luego de las ecuaciones anteriores obtenemos todos los valores en el (EE).

Nótese que:

- si β sube, k^* sube y s^* sube (es decir, el país alcanza un EE mayor)
- si n o δ suben, k^* cae y s^* cae

Transición

Del equilibrio competitivo obtuvimos,

$u'[f(k_t) - (1+n)\,k_{t+1} + (1-\delta)\,k_t] \,/\, \beta u[f(k_{t+1}) - (1+n)\,k_{t+2} + (1-\delta)\,k_{t+1}] = [f'(k_{t+1}) + (1-\delta)]/(1+n)$

$\Rightarrow G(k_t, k_{t+1}, k_{t+2}) = 0$

¿Cómo resolver la transición de k´s para luego obtener las asignaciones y precios para cada t? Con método numérico: Gauss-Seidel

Gauss Seidel (método numérico)

1. Calcular el (EE) para obtener k*
2. Asumir que el (EE) se alcanza en el período T.
3. Adivinar secuencia de k´s para los 2 - T. Por ejemplo, suponiendo que la transición es lineal desde k_0.
4. Dado k_0, obtener k_1 de $G(k_0 , k_1 , k_2) = 0$. Si no es posible resolver analíticamente, entonces hacerlo numérciamente (por ejemplo con Newton-Raphson).
5. Luego reemplazar k_1 resuelto en el próximo período, y dado que se adivinó k_3 ,resolver de la forma anterior. Seguir hasta obtener la secuencia $\{k_1, k_2......k_{T-1}\}$.
6. Evaluar $\det(k_{T-1} -k^*)$. Si la distancia es mayor que el criterio de tolerancia acordado, regrear al paso 3 utilizando esta vez, la secuencia de k's resuelta en la primera iteración en vez de el "Guess". Las iteraciones se detienen cuando la tolerancia es alcanzada.

¿Bienestar?

En Solow:

k^* max ingreso per cápita en EE

k^*_{oro} max $c^* \Rightarrow f'(k^*_{oro}) = \delta$ (con $n = g = 0$, spg)

En el modelo neoclásico:

$k^*_{oro\ mod}$ max bienestar $\Rightarrow f'(k^*_{oro}) = \delta - 1 + 1/\beta$

Nótese que $k^*_{oro\ mod} < k^*_{oro} < k^*$ (ineficiencia dinámica en Solow).

Un ejemplo ilustrativo: restricción funcional y paramétrica

Considere el modelo de crecimiento Neoclásico visto en clase (en su versión más simple) con las siguientes formas funcionales :

$u(c_t) = \log c_t$, $f(k_t) = A\, k_t^{a}$, en donde $\alpha < 1$ es un parámetro dado.

Defina un Equilibrio Competitivo para esta economía.

Caracterice lo mejor posible el Equilibrio Competitivo (halle la ecuación de Euler, asignaciones de equilibrio, etc.).

Halle los valores en estado estacionario *para* k^*, c^*, y^*, r^*, i^*, w^* y s^*.

Dados los los parámetros: $\alpha = 0.3$, $\beta = 0.98$, $A=10$, $\delta = 0.06$

Utilizando el método propuesto Gauss-Seidel con 100 períodos, y partiendo de $k_o = k^*/2$, grafique la trayectoria de equilibrio para k_t.

En base al resultado obtenido en iv), grafique las trayectorias para c_t, y_t, i_t, r_t, w_t . ¿Cómo se modifican dichas trayectorias cuando cambiamos el valor de β a 0,85?

El EGC está caracterizado por la ecuación de Euler

$$\frac{c_{t+1}}{bc_t} = \frac{aAk_{t+1}^{a-1} - (1-d)}{1+n}$$

la condición de factibilidad

$$Ak_t^a = c_t + (1+n)k_{t+1} - (1-d)k_t$$

y los precios $r_t = aAk_t^{a-1}$

$$w_t = (1-a)Ak_t^a$$

En EE
$$aA\left(k^*\right)^{a-1} = \frac{1+n}{b} - \left(1-d\right)$$

por lo que
$$k^* = \left(\frac{aA}{\frac{1+n}{b} - \left(1-d\right)}\right)^{1/(1-a)}$$

con lo que k* aumenta si α o β aumentan y cae si δ o *n* caen.

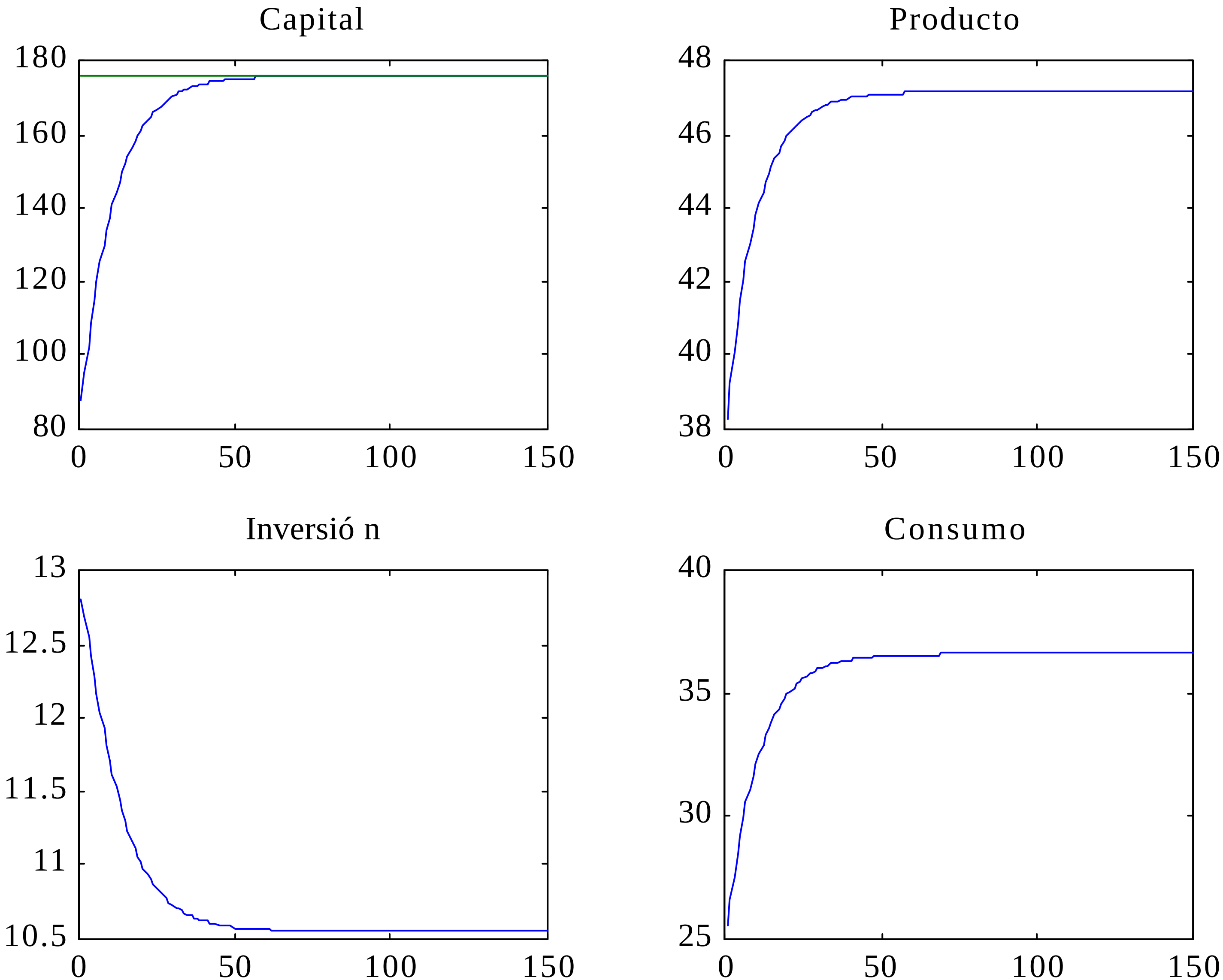
Además,

$$s^* = \frac{1}{A}(n + d)(k^*)^{1-a}$$

por lo que

$$s^* = \frac{(n + d)a}{\dfrac{1 + n}{b} - (1 - d)}$$

con lo que s* aumenta si α, β aumentan o si δ, *n* disminuyen.


Capital
180
160
140
120
100
80
0
50
100
150
Producto
48
46
44
42
40
38
0
50
100
150
Inversió n
13
12.5
12
11.5
11
10.5
0
50
100
150
Consumo
40
35
30
25
0
50
100
150