

## GUIA BAYESIANA: EJERCICIOS PROPUESTOS

1.- Supongamos que  $p$  representa la proporción de alumnos hombres que hay en la Facultad . Suponga que dispone de la distribución inicial siguiente:

$$\xi(p) = \begin{cases} 2(1-p) & \text{para } 0 < p < 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- a) Se tomó una muestra aleatoria de 8 alumnos y 3 resultaron hombres ¿Cuál es la distribución final de  $p$ ?
- b) Si se utiliza la función de pérdida del error cuadrático medio determine el estimador de Bayes para  $p$ .
- c) Utilizando la información de la primera muestra, más el hecho de que se tomo una muestra aleatoria posterior en la cual de 15 alumnos 8 resultaron hombres. ¿Cuál es el estimador de Bayes para  $p$ ?

2.- Sea  $\theta$  la proporción de votantes registrados que están a favor de cierta proposición en una gran ciudad. Supóngase que se desconoce el valor de  $\theta$  y que dos estadísticos  $A$  y  $B$  asignan a  $\theta$  las siguientes f.d.p. iniciales distintas,  $\xi_A(\theta)$  y  $\xi_B(\theta)$ , respectivamente:

$$\xi_A(\theta) = 2\theta \quad \text{para } 0 < \theta < 1$$

$$\xi_B(\theta) = 4\theta^3 \quad \text{para } 0 < \theta < 1$$

En una muestra aleatoria de 1000 votantes registrados de la ciudad, se encuentra que 710 están a favor de la proposición.

- a) Determínese la distribución final que asigna cada estadístico a  $\theta$ .
- b) Determínese la estimación Bayes de cada estadístico basándose en la función de pérdida del error cuadrático.
- c) Demuéstrese que después de haber obtenido las opiniones de 1000 votantes registrados de la muestra aleatoria, las estimaciones Bayes de los dos estadísticos no podrían diferir en más de 0,002, independientemente del número de los que están a favor de la proposición en la muestra.

3.- Un buscador de petróleo debe decidir si perforar (acción 1 " $a_1$ ") o no perforar (acción 2 " $a_2$ ") un pozo. El tiene incertezas con respecto a si el pozo está seco (estado  $\theta_1$ ), húmedo (estado  $\theta_2$ ), o líquido (estado  $\theta_3$ ).

Su tabla de pagos es la siguiente:

Estado	<u>Acciones</u>	
	$a_1$	$a_2$
Seco ( $\theta_1$ )	-\$70.000	0
Húmedo ( $\theta_2$ )	\$50.000	0
Líquido ( $\theta_3$ )	\$200.000	0

Suponiendo que el costo de perforar es \$70.000 por lo que la pérdida que asume si perfora y el pozo esta seco corresponde a esta cantidad y esta anotada en la tabla con signo menos. El retorno

neto asociado al par (húmedo,  $a_1$ ) es \$50.000, el cual se interpreta como un retorno de \$120.000 menos los costos de perforación, de igual manera para el resto.

A un costo de \$ 10.000, se pueden hacer sondeos sísmicos, los cuales ayudarán a determinar la estructura geológica subyacente. Los sondeos descubrirán, si el terreno: no tiene estructura (realización NE), lo que es malo, tiene una estructura abierta (realización EA), lo que es un resultado regular, o estructura cerrada (realización EC), lo que es esperanzador. Un panel de expertos proporcionó los datos siguientes:

Probabilidades conjuntas y marginales

Estado	Realizaciones sísmicas			Probabilidad
	N.E.	EA	EC	marginal
Seco ( $\theta_1$ )	0.3	0.15	0.05	0.5
Húmedo ( $\theta_2$ )	0.09	0.12	0.09	0.3
Líquido ( $\theta_3$ )	0.02	0.08	0.1	0.2
Probabilidad	0.41	0.35	0.24	1.00
Marginal de Realización sísmica				

- ¿Cuál es la acción optimal (La que produce mayor retorno) sin experimentación?.
- ¿Cuál es la acción optimal si se decide efectuar la experimentación?
- ¿Cuál es el valor que la empresa da a la información de sondeos sísmicos?