



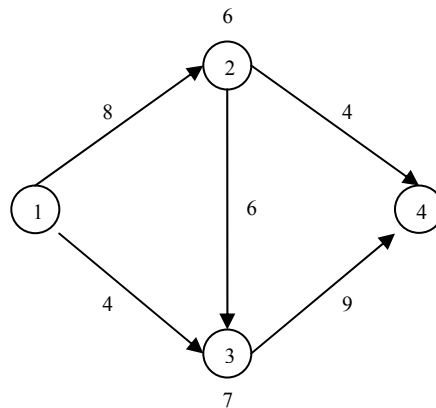
Control 3 IN34A
8 de junio de 2005

Problema 1

- a)** Suponga que tiene que resolver un problema lineal entero y un problema lineal continuo. Si no tuviera más información que esta, ¿cuál diría que es más difícil? Justifique la respuesta (1 punto).
- b)** Formule el problema del vendedor viajero como un problema de programación lineal entera. (3 puntos)
- c)** Explique cuáles son las razones para no ramificar un nodo en el algoritmo de B&B para Programación Entera. (2puntos)

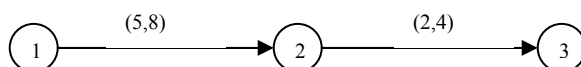
Problema 2

- a)** Explique como readaptaría la red para poder aplicar FyF usual en el siguiente ejemplo, donde además de capacidades máximas en los arcos se han incorporado capacidades máximas de flujo que pueden pasar por cada nodo. Una vez readaptada la red aplique FyF para resolver el problema (explique cada iteración del algoritmo). (4 puntos)



- b)** Muestre que en el siguiente ejemplo no existe un flujo inicial factible usando el algoritmo de flujo inicial visto en clase. Justifique por qué el resultado del algoritmo garantiza la no existencia del flujo inicial factible (2 puntos).

Ejemplo:



(Los números corresponden a cotas mínimas y capacidades máximas de cada arco)

Problema 3

La empresa de tecnologías textiles B&M desea mejorar el servicio de reparaciones de su conjunto de maquinas VAMOSCHILE especializada en la fabricación de prendas con motivos patriotas para la hinchada de fútbol del país.

B&M es el encargado de la reparación de N máquinas repartidas en distintos puntos de la ciudad (con distintos clientes). El objetivo de la empresa es aumentar la percepción de calidad de los clientes que adquieren sus máquinas por lo que la empresa promete un tiempo de respuesta máximo TRM igual para todos los clientes.

B&M le entrega los siguientes datos que le ayudarán a resolver el problema.

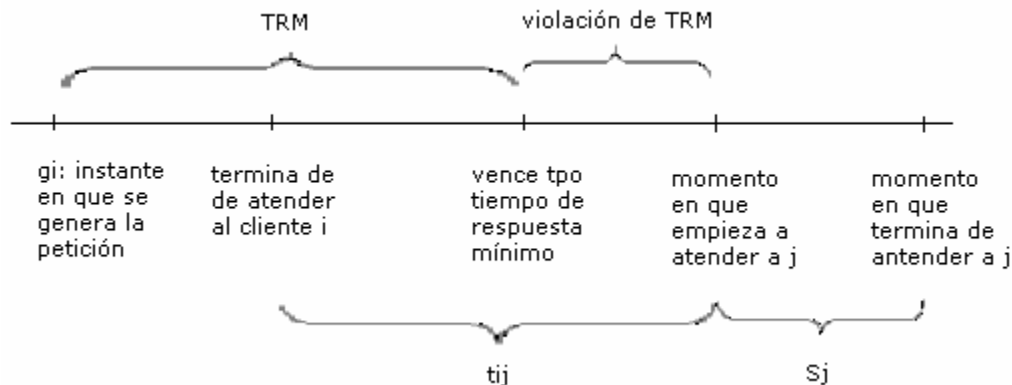
TRM: tiempo de respuesta máxima

t_{ij} tiempo que demora el viaje entre la máquina i y la máquina j

s_i tiempo que demora reparar la máquina i

g_i momento en que se genera el pedido de reparación de la máquina i

La situación se puede graficar de la siguiente forma:



Puede suponer que:

- Un cliente sólo puede tener una máquina
- No hay límite de horario (que los técnicos trabajan indefinidamente).
- Para $i = 0$ y $i = N+1$ es la central de trabajo de B&M.

La empresa ha tenido problemas para elaborar las rutas de cada uno de sus K técnicos, por lo que ha solicitado su ayuda.

Se le solicita que formule un problema de programación lineal mixta que permita minimizar las violaciones al tiempo de respuesta mínimo.



Pauta Control 3 IN34A
8 de junio de 2005

Problema 1

a) El problema entero debería ser más difícil, ya que es NP-completo, mientras que el PPL es polinomial (P).

b) Hay n ciudades que visitar, c_{ij} corresponde al costo de ir de la ciudad i a la ciudad j o viceversa. El problema es definir el tour óptimo.

Modelo:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el vendedor va desde } i \text{ a } j \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad (0.5 \text{ pts})$$

Restricciones:

1. Naturaleza de las variables (0.5)

$$x_{ij} \in \{0, 1\}$$

2. El vendedor debe entrar exactamente una vez a cada ciudad n (0.5 pts)

$$\sum_{i=1, i \neq j}^n x_{ij} = 1 \quad j = 1, \dots, n$$

3. El vendedor debe salir exactamente una vez de cada ciudad (0.5 pts)

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n x_{ij} = 1 \quad i = 1, \dots, n$$

4. Se deben evitar los subturs. (0.5 pts)

Para cada subconjunto de ciudades $U \subseteq \{1, \dots, n\}$ tal que $2 \leq |U| \leq n - 2$ las restricciones:

$$\sum_{(i,j)/i \in U; j \in V \setminus U} x_{ij} \geq 1 \quad \forall U \subseteq V \text{ tal que } 2 \leq |U| \leq n - 2$$

Otra posibilidad de escribir la misma restricción es:

$$\sum_{(i,j)/i \in U; j \in U; i \neq j} x_{ij} \leq |U| - 1 \quad \forall U \subseteq V \text{ tal que } 2 \leq |U| \leq n - 2$$

Función Objetivo (0.5):

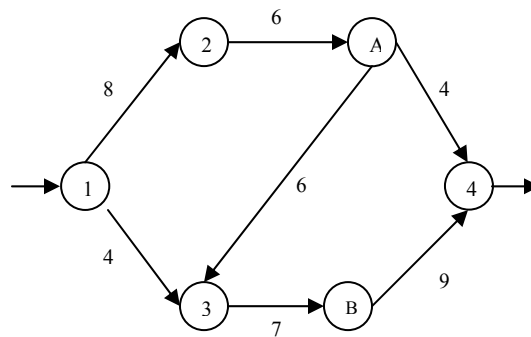
$$\text{Min } z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

c) Las razones para no ramificar son:

1. El problema en el nodo resulta infactible. Obviamente, cualquier ramificación será infactible.
2. La solución en el nodo es factible para (PE). Por lo tanto cualquier ramificación no podría tener mejor solución entera. El valor entero obtenido debe ser guardado (si no es mejor que alguno que ya se tenga no hace falta). El valor de la mejor solución entera obtenida hasta el momento se denomina incumbente.
3. Si en un nodo del árbol el valor óptimo es z y el valor incumbente es z con $z \leq z$, es claro que ramificar en ese nodo sólo dará soluciones enteras peores (o iguales) a la mejor obtenida hasta el momento.

Problema 2

a) Para poder usar F&F el grafo se modifica de la siguiente forma:



A partir de esto se aplica F&F:

Iteración 1. Se corta el árbol por la ruta 1-3-B-4 con flujo máximo 4.

Arco	Capacidad Disponible	Flujo
1-2	8	0
1-3	0	4
2-A	6	0
3-B	3	4
A-3	6	0
B-4	5	4
A-4	4	0

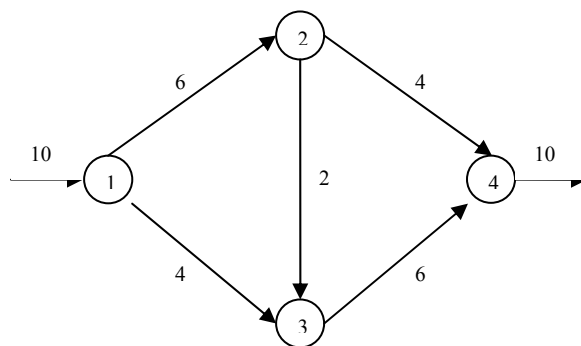
Iteración 2 Se corta el árbol en la parte superior ocupando la ruta 1-2-A-4 con flujo máximo 4.

Arco	Capacidad Disponible	Flujo
1-2	4	4
1-3	0	4
2-A	2	4
3-B	3	4
A-3	6	0
B-4	5	4
A-4	0	4

Iteración 3: Se toma la ruta 1-2-A-3-B-4 con flujo máximo 2.

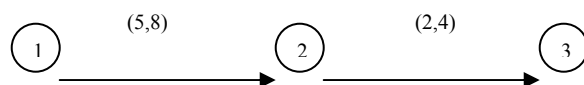
Arco	Capacidad Disponible	Flujo
1-2	2	6
1-3	0	4
2-A	0	6
3-B	1	6
A-3	4	2
B-4	3	6
A-4	0	4

Se observa que no existen más rutas posibles por lo que se termina el algoritmo. La solución de flujo máximo queda como:



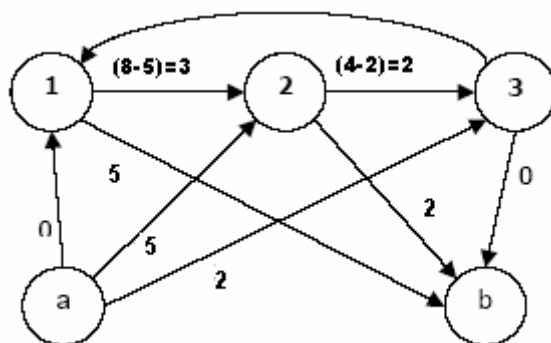
Con $F^*=10$

b)



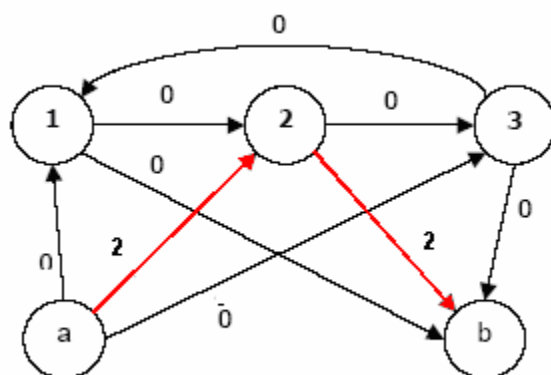
Armar la red auxiliar dada en clases (llamada Fase I de Ford y Fulkerson) y ver que el flujo máximo de esa nueva red no satura todos los arcos que salen del nuevo nodo inicial, y, por lo tanto, no hay flujo inicial factible en la red original. Tienen que aplicar F y F completo a la red auxiliar. En la nueva red, se agregan los nodos a y b como inicial y final, las cuotas inferiores son 0 y las superiores son:

Luego la red queda:

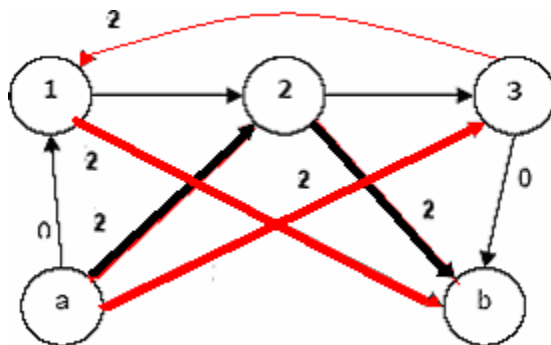


Así, con F y F se busca el flujo máximo de (a) a (b). Si F^* es menor que la sumatoria de las cotas inferiores originales, NO EXISTE FLUJO FACTIBLE.

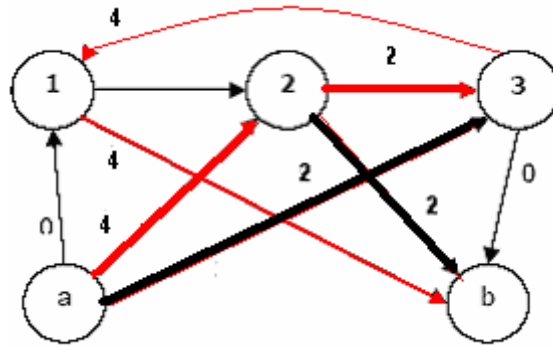
La ruta a-2-b con flujo 2



El flujo que pasa por la ruta a-3-1-b es 2.



El flujo que pasa por ruta por a-2-3-1-b es 2



La suma de estos flujos es 6, que es menor que 7 (7 es la suma de las cotas inferiores de los arcos) Lo que quiere decir que no existe flujo factible para la red dada. Es más fácil verlo con los grafos auxiliares, pero estos no son necesarios, es suficiente que expliquen cada iteración y que expliquen la razón de la no factibilidad.

Pregunta 3

Variables (0.5 puntos a cada una)

X_{ijk} : 1 si el técnico k visita la máquina j después de visitar la máquina i
0 si no

m_{ik} momento en que la máquina i empieza a ser atendida por el técnico k

v_{ik} violación de TRM realizada por el técnico k al atender a la máquina i

Restricciones:

Concordancia entre los tiempos (0.8 ptos)

$$m_{ik} + s_j + t_{ik} \leq m_{jk} + (1 - X_{ijk})M$$

$$\forall i, j = 1, \dots, N, \forall k = 1, \dots, K$$

Todas las máquinas deben ser atendidas por un solo técnico (0.7 ptos)

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^N X_{ijk} = 1$$

$$\forall i = 1, \dots, N$$

De todas las máquinas, entra y sale el mismo técnico (0.8 ptos).

$$\sum_{i=1}^N X_{ijk} - \sum_{i=1}^N X_{jik} = 0$$

$$\forall j = 1, \dots, N, \forall k = 1, \dots, K$$

Se define la violación. (0.7 ptos)

$$m_{ik} - (g_i + TRM) = v_{ik}$$

$$\forall i, j = 1, \dots, N, \forall k = 1, \dots, K$$

Naturaleza de las variables (0.5)

$$X_{ijk} \in \{0, 1\}$$

$$m_{ik}, v_{ik} \geq 0$$

$$\forall i, j = 1, \dots, N, \forall k = 1, \dots, K$$

Función objetivo (1 ptos) :

$$\min z = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^N v_{ik}$$

Pueden suponer que una máquina solo se hecha a perder una vez, además pueden suponer que los trabajos se hacen inmediatamente uno después del otro y que no hay tiempo de holgura entremedio.

Estos supuestos son aceptados, pero no obligatorios