

Problema 1

Para la viga ABCD mostrada en la figura 1, calcule las reacciones, la fuerza de corte, la fuerza normal y momento flector internos en cada tramo. El extremo A está empotrado mientras que en D hay un apoyo simple; en B hay una rótula. En el tramo AB hay una carga por unidad de largo constante q_0 . Además, una fuerza horizontal P actúa en el extremo de un apéndice de largo a y espesor despreciable.

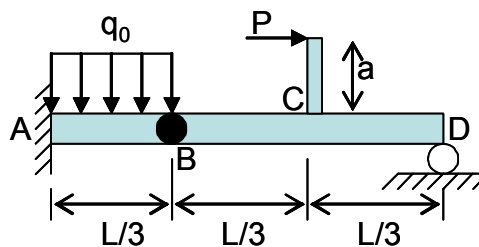


figura 1: problema 1

Solución

Sumatoria de fuerzas y momento sobre la viga:

$$\sum F_x = 0 \quad H_A + P = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \quad V_A + V_D - q_0 \cdot \frac{L}{3} = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_A = 0 \quad M_A - q_0 \cdot \frac{L}{3} \cdot \frac{L}{3 \cdot 2} - P \cdot a + V_D \cdot L = 0 \quad (3)$$

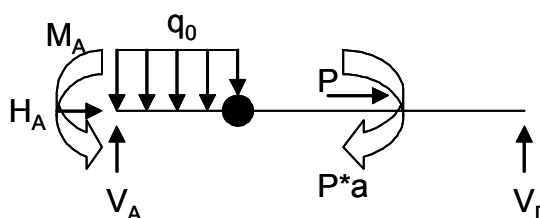


figura 2: DCL

Como hay cuatro incógnitas en las ecuaciones anteriores, se necesita otra ecuación más. Se sabe que la sumatoria de momento sobre la rótula es cero hacia la derecha de ella o hacia la izquierda de ella indistintamente. En este caso se hará hacia la izquierda.

$$\sum M_B = 0 \quad -V_A \cdot \frac{L}{3} + M_A + q_0 \cdot \frac{L}{3} \cdot \frac{L}{3 \cdot 2} = 0 \quad (4)$$

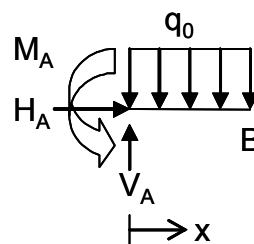


figura 3: tramo AB de la viga

Ahora se pueden sacar las reacciones desconocidas:

Given

$$H_A + P = 0 \quad (1) \quad M_A - q_0 \cdot \frac{L}{3} \cdot \frac{L}{3 \cdot 2} - P \cdot a + V_D \cdot L = 0 \quad (3)$$

$$V_A + V_D - q_0 \cdot \frac{L}{3} = 0 \quad (2) \quad -V_A \cdot \frac{L}{3} + M_A + q_0 \cdot \frac{L}{3} \cdot \frac{L}{3 \cdot 2} = 0 \quad (4)$$

$$\text{find}(H_A, V_A, V_D, M_A) \rightarrow \begin{bmatrix} -P \\ \frac{-1}{6} \cdot \frac{(9 \cdot P \cdot a - 2 \cdot q_0 \cdot L^2)}{L} \\ \frac{3}{2} \cdot P \cdot \frac{a}{L} \\ \frac{-1}{2} \cdot P \cdot a + \frac{1}{18} \cdot q_0 \cdot L^2 \end{bmatrix}$$

$$H_A = -P \quad (5)$$

$$V_D = \frac{3}{2} \cdot P \cdot \frac{a}{L} \quad (7)$$

$$V_A = \frac{-1}{6} \cdot \frac{(9 \cdot P \cdot a - 2 \cdot q_0 \cdot L^2)}{L} \quad (6)$$

$$M_A = \frac{-1}{2} \cdot P \cdot a + \frac{1}{18} \cdot q_0 \cdot L^2 \quad (8)$$

Análisis por tramo:

Tramo AB:

$$\sum F_x = 0 \quad H_A + N_x = 0 \quad N_x = -H_A \quad (9)$$

$$\sum F_y = 0 \quad V_A + V_x - q_0 \cdot x = 0$$

$$V_x = -V_A + q_0 \cdot x \quad (10)$$

$$\sum M = 0 \quad M_x + M_A + q_0 \cdot x \cdot \frac{x}{2} - V_A \cdot x = 0$$

$$M_x = -M_A - \frac{1}{2} \cdot q_0 \cdot x^2 + V_A \cdot x \quad (11)$$

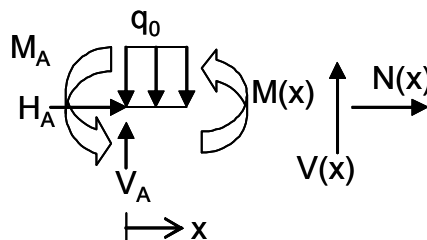


figura 4: análisis tramo AB

Tramo BC:

$$\sum F_x = 0 \quad H_A + N_x = 0 \quad N_x = -H_A \quad (12)$$

$$\sum F_y = 0 \quad V_A + V_x - q_0 \cdot \frac{L}{3} = 0 \quad V_x = -V_A + \frac{1}{3} \cdot q_0 \cdot L \quad (13)$$

$$\sum M = 0 \quad M_x + M_A + q_0 \cdot \frac{L}{3} \cdot \left(x - \frac{L}{3 \cdot 2}\right) - V_A \cdot x = 0$$

$$M_x = -M_A - \frac{1}{3} \cdot q_0 \cdot L \cdot x + \frac{1}{18} \cdot q_0 \cdot L^2 + V_A \cdot x \quad (14)$$

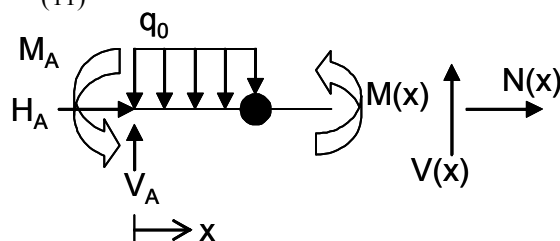


figura 5: análisis tramo BC

Tramo CD:

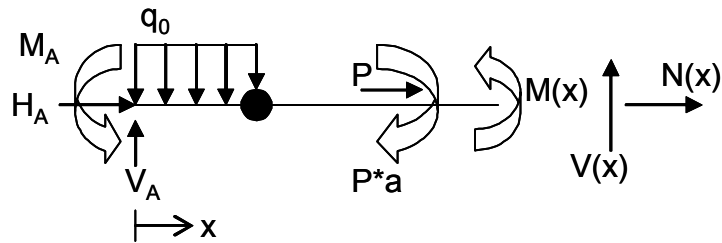


figura 6: análisis tramo CD

$$\sum F_x = 0 \quad H_A + P + N_x = 0 \quad N_x = -H_A \quad (15)$$

$$\sum F_y = 0 \quad V_A + V_x - q_0 \cdot \frac{L}{3} = 0 \quad V_x = -V_A + \frac{1}{3} \cdot q_0 \cdot L \quad (16)$$

$$\sum M = 0 \quad M_x + M_A + q_0 \cdot \frac{L}{3} \cdot \left(x - \frac{L}{3} \right) - V_A \cdot x - P \cdot a = 0$$

$$M_x = P \cdot a - M_A - \frac{1}{3} \cdot q_0 \cdot L \cdot x + \frac{1}{18} \cdot q_0 \cdot L^2 + V_A \cdot x \quad (17)$$