

Estática

Escalar una pared de roca podría ser el último examen para un alumno de F110A. Sacarse menos de un 4,0 significaría la muerte y aún pasar apenas podría significar un daño severo. Por ejemplo, al escalar una chimenea de roca se usa la técnica de presionar la espalda y los pies contra las paredes para subir o bajar. Sin embargo, el escalador necesita descansar de vez en cuando porque de lo contrario podría caer debido al cansancio. Un escalador experto en física puede relajar sus músculos para poder descansar apoyado contra la pared, mientras que un escalador novicio caerá inevitablemente.



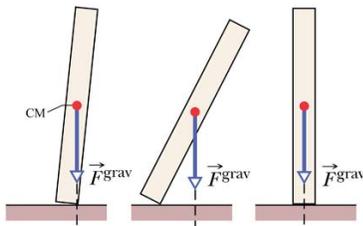
¿Cómo hay que relajar la presión sobre las paredes para poder descansar sin caer?



317

ESTÁTICA

ESTÁTICA \Rightarrow CUERPO NO ROTA
NI SE TRASLADA

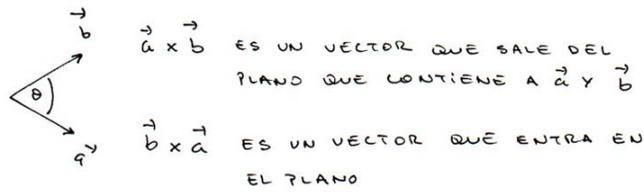


$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow$ TODOS LOS PUNTOS DE
UN CUERPO EXPERIMENTAN
EL MISMO DESPLAZAMIENTO
O PERMANECEN QUIETOS

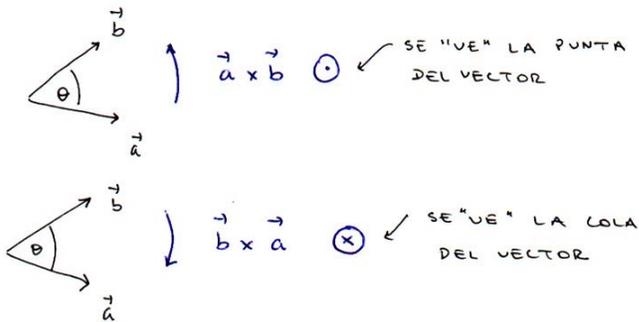
$\sum \vec{\tau} = 0 \Rightarrow$ NO EXISTE ROTACIÓN

318

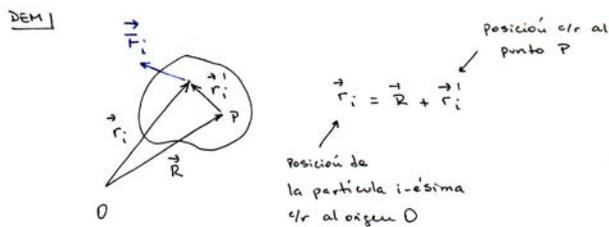
NOTACIÓN PRODUCTO VECTORIAL 2D



REGLA DE LA MANO DERECHA



$\sum \vec{\tau}$ PUEDE TOMARSE CON RESPECTO A CUALQUIER PUNTO



\vec{R} es la posición de P con respecto al origen O

$$\vec{\tau}_O = \sum_i \vec{\tau}_i = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i = \sum_i (\vec{r}_i' + \vec{R}) \times \vec{F}_i$$

$$\vec{\tau}_O = \sum_i \vec{r}_i' \times \vec{F}_i + \sum_i \vec{R} \times \vec{F}_i$$

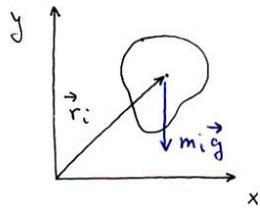
$$\vec{\tau}_O = \sum_i \vec{\tau}_i' + \vec{R} \times \sum_i \vec{F}_i$$

PERO $\sum_i \vec{F}_i = 0$ (EL CUERPO ESTÁ EN EQUILIBRIO ESTÁTICO)

$$\vec{\tau}_O = \sum_i \vec{\tau}_i' = \vec{\tau}_P \quad \square \text{ QED}$$



CENTRO DE GRAVEDAD



$$\vec{F}_g = \sum_i \vec{F}_i = \sum_i m_i \vec{g}$$

$$\vec{F}_g = \vec{g} \underbrace{\sum_i m_i}_{\text{MASA TOTAL DEL CUERPO}} = M \vec{g}$$

$$\vec{\tau}_g = \sum_i \vec{\tau}_i = \sum_i (\vec{r}_i \times m_i \vec{g}) = \sum_i (m_i \vec{r}_i \times \vec{g})$$

$$\vec{\tau}_g = m_1 \vec{r}_1 \times \vec{g} + m_2 \vec{r}_2 \times \vec{g} + \dots$$

$$\vec{\tau}_g = (m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots) \times \vec{g}$$

$$\vec{\tau}_g = \left(\sum_i m_i \vec{r}_i \right) \times \vec{g}$$

321

USANDO LA DEFINICIÓN DE CENTRO DE MASA

$$\vec{x}_{CM} = \frac{1}{M} \sum_i m_i \vec{r}_i$$

SE TIENE

$$\vec{\tau}_g = (M \vec{x}_{CM}) \times \vec{g} = \vec{x}_{CM} \times M \vec{g}$$

POR LO TANTO, PARA LA FUERZA DE GRAVEDAD TENEMOS

$$\vec{F}_g = M \vec{g}$$

$$\vec{\tau}_g = \vec{x}_{CM} \times M \vec{g}$$

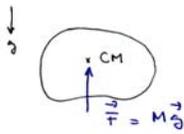


ES DECIR, LA FUERZA DE GRAVEDAD TOTAL ES IGUAL AL PESO DEL CUERPO Y EL TORQUE TOTAL EJERCIDO POR LA FUERZA DE GRAVEDAD ES IGUAL AL TORQUE DEL PESO ACTUANDO EN EL CENTRO DE MASA

322

COROLARIO :

SI EL SISTEMA DE REFERENCIA SE PONE EN EL CENTRO DE MASA, EL TORQUE CON RESPECTO AL ORIGEN DE ESTE SISTEMA SERÁ NULO



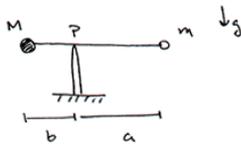
CENTRO DE GRAVEDAD \equiv CENTRO DE MASA SI:
 $\vec{g} = \text{cte}$

\Rightarrow EL CUERPO ESTÁ EN EQUILIBRIO

323

COMO SE PUEDE TOMAR TORQUE \forall A CUALQUIE PUNTO, CONVIENE ELEGIR UN PUNTO QUE PRODUZCA LA EXPRESIÓN MÁS SIMPLE Y/O QUE ENTREGUE LA MAYOR CANTIDAD DE INFORMACIÓN

EJ |



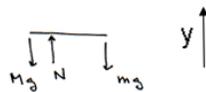
VALOR DE a PARA QUE EL SISTEMA ESTE EN EQUILIBRIO

Supongamos que la barra es ideal $\Rightarrow m_{\text{barra}} = 0$

SOL:

i) $\sum \vec{F} = 0$

DCL

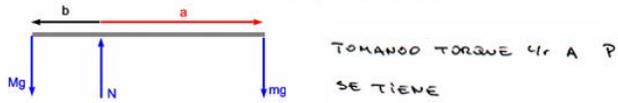


$$N - M g - m g = 0$$

$$N = (m + M) g$$

324

(ii) $\sum \vec{\tau} = 0 \rightarrow$ COMO LAS FUERZAS ESTÁN CONTENIDAS EN UN PLANO, LOS TORQUES ENTRAN O SALEN DEL PLANO



$$\tau_m = mga \text{ HACIA ADENTRO } \odot$$

$$\tau_M = Mgb \text{ HACIA AFUERA } \ominus$$

TOMANDO \ominus COMO NEGATIVO (SE PUEDE ELEGIR COMO UNO DESEE PERO HAY QUE SER CONSISTENTE) SE TIENE

$$\sum \vec{\tau} = 0 \Rightarrow Mgb - mga = 0$$

$$Mb = ma$$

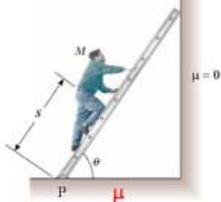
$$M(L-a) = ma$$

$$\boxed{\frac{ML}{M+m} = a}$$

325

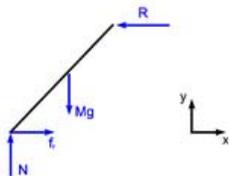
EJ]

escalera de largo L , y masa despreciable



? μ MÍNIMO PARA QUE LA ESCALERA NO DESBALE?

DEL



$$\sum \vec{F} = 0$$

$$x) \quad fr - R = 0 \quad \oplus$$

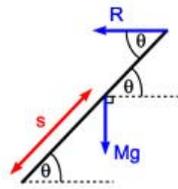
$$y) \quad N - Mg = 0$$

$$\Rightarrow N = Mg$$

$$\sum \vec{\tau} = 0 \quad wr \text{ AL PUNTO P}$$

\Rightarrow EL TORQUE EJERCIDO POR N Y fr ES CERO

326



$$\tau_M = Mg s \underbrace{\sin(\theta + \frac{\pi}{2})}_{\cos \theta} \quad (\otimes)$$

$$\tau_R = R L \underbrace{\sin(\pi - \theta)}_{\sin \theta} \quad (\odot)$$

$$\sum \vec{\tau} = 0 \Rightarrow -Mg s \cos \theta + R L \sin \theta = 0$$

$$R = \frac{Mg s}{L} \frac{1}{\tan \theta}$$

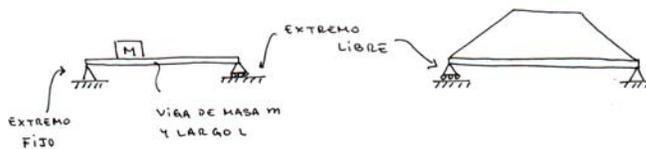
USANDO \oplus $f_r = R \leq \mu N$

$$R \leq \mu Mg$$

$$\cancel{Mg} \frac{s}{L} \frac{1}{\tan \theta} \leq \mu \cancel{Mg} \Rightarrow \mu \geq \frac{s}{L} \frac{1}{\tan \theta}$$

VIGAS Y ESTRUCTURAS

EJEMPLOS :

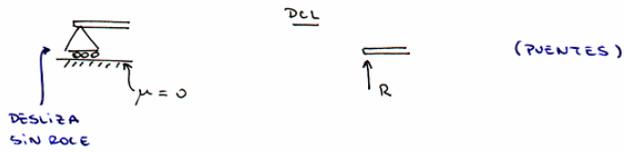
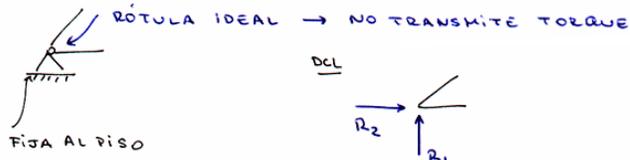


ESTRUCTURAS ISOSTÁTICAS SE RESUELVEN USANDO SÓLO LAS ECUACIONES DE ESTÁTICA $\sum \vec{F} = 0$ Y $\sum \vec{\tau} = 0$

EN GENERAL, $\sum \vec{F} = 0$ Y $\sum \vec{\tau} = 0$ ENTREGAN 6 ECUACIONES

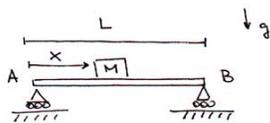
EN EL CASO 2D, SÓLO SE TIENEN 3 ECS. (2 PARA LAS FUERZAS Y UNA PARA LOS TORQUES)

APOYOS

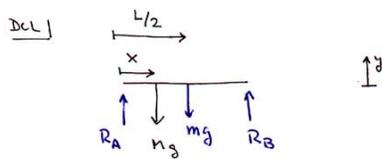


329

EJEMPLO



¿ REACCIONES EN LOS
 EXTREMOS A Y B DE
 LA VIGA ?



$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow y) \quad R_A + R_B - Mg - mg = 0$$

$$R_A + R_B = (M + m)g \quad (*)$$

$$\sum \vec{\tau} \text{ c/r a } A \Rightarrow xMg + \frac{L}{2}mg - LR_B = 0$$

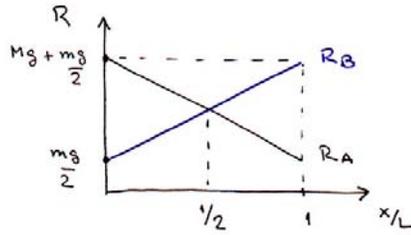
$$R_B = \frac{x}{L}Mg + \frac{1}{2}mg$$

330

entonces de \oplus

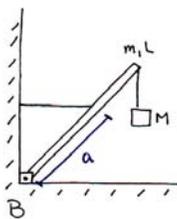
$$R_A = (M+m)g - \left(\frac{x}{L}Mg + \frac{1}{2}mg\right)$$

$$R_A = Mg\left(1 - \frac{x}{L}\right) + \frac{mg}{2}$$



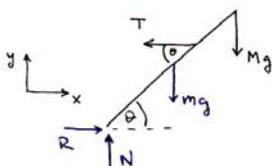
331

EJEMPLO



$\downarrow g$ ¿Tensión en la cuerda?
 ¿Reacción en el pivote B?

SOL



$$\vec{\Sigma F} = 0 \Rightarrow \begin{aligned} &x) R - T = 0 \\ &y) N - mg - Mg = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} R &= T \\ N &= (M+m)g \end{aligned}$$

332

$$\sum \vec{T} \text{ en } B \Rightarrow$$

$$T \sin(\pi - \theta) - m g \frac{L}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) - M g L \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = 0$$

pero $\sin(\pi - \theta) = \sin \theta$ y $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \cos \theta$, entonces

$$T \sin \theta - m g \frac{L}{2} \cos \theta - M g L \cos \theta = 0$$

$$T \sin \theta = \left(\frac{m}{2} + M\right) g L \cos \theta$$

$$T = \left(\frac{m}{2} + M\right) g L \frac{1}{\tan \theta}$$