

## Fluidos

La fuerza ejercida por el agua sobre el cuerpo de un buzo aumenta notablemente a medida que éste desciende, incluso en una piscina. Sin embargo, en 1975, usando una mezcla especial de gas para respirar, William Rhodes descendió hasta una profundidad record de 350 m, partiendo de una cámara a 300 m de profundidad en el golfo de México. Extrañamente, un buzo inexperto practicando en una piscina corre mucho más peligro por la fuerza aplicada por el agua que el que experimento Rhodes. De hecho, muchos buzos novicios han muerto por despreciar este peligro.



¿Cuál es este peligro potencialmente letal?



419

### FLUIDOS

FLUIDOS → GASES → SE EXPANDEN HASTA OCUPAR  
TODO EL VOLUMEN DEL  
RECIPIENTE QUE LOS CONTIENE,  
INDEPENDIENTE DE SU FORMA

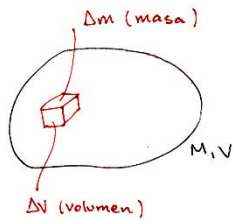
→ LÍQUIDOS → FUELEN BAJO GRAVEDAD.  
HASTA OCUPAR LA PARTE MÁS  
BAJA DEL RECIPIENTE QUE  
LOS CONTIENE

EN UN GAS LA DISTANCIA ENTRE MOLECULAS ES GRANDE  
COMPARADA CON SU TAMAÑO, SIN EMBARGO LAS COLISIONES  
SON FRECUENTES

EN UN LÍQUIDO, LAS MOLECULAS ESTÁN MUY UNIDAS Y  
EJERCEN FUERZAS ENTRE SÍ, LAS CUALES MANTIENEN  
"UNIDO" AL LÍQUIDO

420

## DENSIDAD

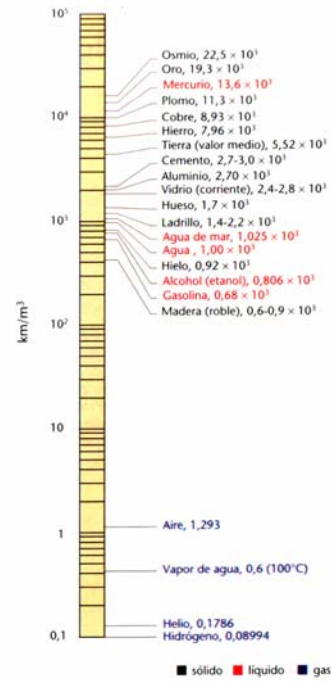


$$\rho \equiv \frac{\Delta m}{\Delta V} \quad \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$$

$\Delta V$  pequeño pero lo suficientemente grande como para contener una cantidad apreciable de moléculas.

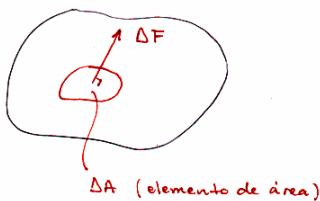
Si  $\rho = \text{cte}$  en todo el fluido  $\Rightarrow \rho = \frac{M}{V}$

La densidad  $\rho$  de un fluido depende generalmente de la presión y temperatura.



421

## PRESIÓN



Al sumergir un cuerpo en un fluido como el agua, el fluido ejerce una fuerza perpendicular a las superficies del cuerpo.

La fuerza por unidad de área se denomina presión.

$$P \equiv \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad \left[ \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$$

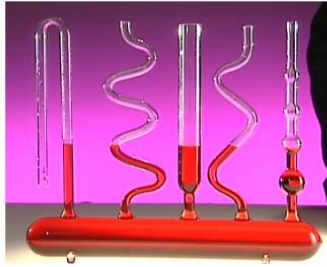
UNIDADES:

$$1 \text{ Pascal} \equiv 1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$$

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

422

## PARADOJA HIDROSTÁTICA

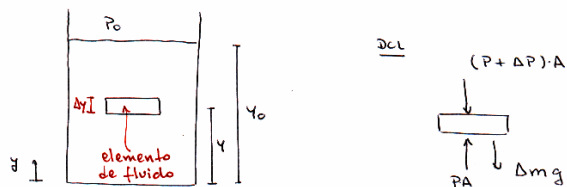


La presión sólo depende de la profundidad del fluido y no de la forma del recipiente.

El nivel del líquido es el mismo en todos los recipientes, independiente de su forma.

423

## VARIACIÓN DE LA PRESIÓN EN UN FLUIDO EN REPOSO



fluido en reposo  $\Rightarrow \Sigma \vec{F} = 0$

$$\hat{y}) \quad P A - (P + \Delta P) \cdot A - \Delta m g = 0$$

$$\cancel{P A} - \cancel{P A} - \Delta P A - \Delta m g = 0$$

$$\Delta P A = - \Delta m g$$

pero  $\Delta m = \rho \Delta V = \rho \Delta y \cdot A$  (suponiendo que  $\rho = \text{cte}$ )

424

entonces

$$\Delta p = -\rho g \Delta y \quad (*)$$

Si  $\Delta y > 0 \Rightarrow \Delta p < 0$  i.e. la presión en la cara superior es menor que la presión en la parte inferior

Por lo tanto, la presión aumenta con la profundidad.

$\rho g$  = Densidad específica

La ecuación (\*) se puede re-escribir como

$$p_0 - p = -\rho g (y_0 - y)$$

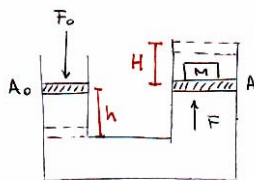
$$p = p_0 + \rho g h$$

425

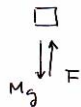
### PRINCIPIO DE PASCAL

"La presión aplicada a un fluido en un recipiente se transmite por igual a todos los puntos del fluido y a las paredes del recipiente"

Ejemplo: Prensa Hidráulica



DLL



$$F = Mg$$

$$p_{entrada} = \frac{F_0}{A_0}$$

$$p_{salida} = \frac{F}{A}$$

$$p_{entrada} = p_{salida}$$

$$F_0 = \frac{A_0}{A} F$$

$$\text{entonces } F_0 = \frac{A_0}{A} Mg$$

Si  $A \gg A_0 \Rightarrow F_0$  es chica comparada con  $Mg$



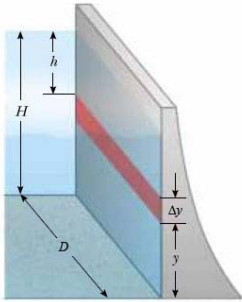
426

$$\text{Volumen entrada} = \text{Volumen salida} \Rightarrow A_0 h = A H$$

$$H = \frac{A_0}{A} h$$

$$\text{Si } A \gg A_0 \Rightarrow H \ll h$$

### FUERZA SOBRE LAS PAREDES DE UNA REPRESA



Presión a una profundidad  $h$

$$P = \rho g h = \rho g (H - y)$$

La fuerza ejercida por el agua sobre la región achurada está dada por

$$\Delta F = P \Delta A$$

$$\Delta F = \rho g (H - y) D \Delta y$$

427

La fuerza total está dada por

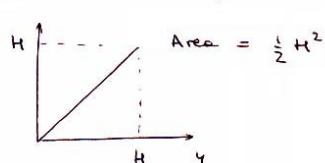
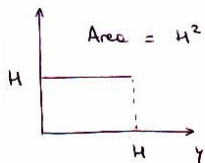
$$F_{\text{total}} = \sum \Delta F = \rho g D \sum (H - y) \Delta y$$

en el límite  $\Delta y \rightarrow 0$  se tiene

$$F_{\text{total}} = \int dF = \rho g D \int_0^H (H - y) dy$$

↑  
área bajo la curva

$$F_{\text{total}} = \rho g D \int_0^H H dy - \rho g D \int_0^H y dy$$



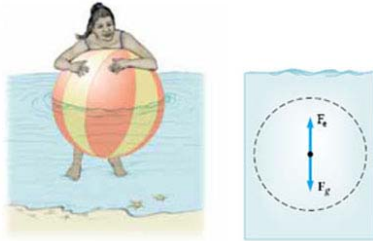
por lo tanto

$$F_{\text{total}} = \frac{1}{2} \rho g D H^2$$

428

### PRINCIPIO DE ARQUÍMIDES

"Todo cuerpo total o parcialmente sumergido en un fluido es empujado hacia arriba por una fuerza igual al peso del fluido desplazado por el cuerpo."



$$F_e = mg = \rho g V$$

$\rho$  = densidad del fluido



Arquímides (287-212 AC)

429

Para un objeto totalmente sumergido

$$F_e = \rho V_0 g$$

por otro lado

$$mg = \rho_0 V_0 g \quad \text{donde } \rho_0 \text{ es la densidad del cuerpo}$$

Entonces

$$F_{\text{neto}} = F_e - mg = (\rho - \rho_0) V_0 g$$

Si  $\rho > \rho_0 \Rightarrow F_{\text{neto}} > 0 \Rightarrow$  el cuerpo flota

Si  $\rho < \rho_0 \Rightarrow F_{\text{neto}} < 0 \Rightarrow$  el cuerpo se hunde

430

Para un cuerpo parcialmente sumergido

$$F_e = \rho V g \quad \text{donde } V \text{ es el volumen del cuerpo debajo del agua}$$

$$mg = \rho_0 V_0 g$$

En este caso

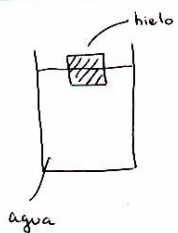
$$F_e = mg$$

$$\rho V g = \rho_0 g V_0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\rho_0}{\rho} = \frac{V}{V_0}}$$

431

Ejemplo



$$mg = \rho_0 V_0 g \quad (\rho_0 = 917 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})$$

$$F_e = \rho V g \quad (\rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})$$

entonces

$$F_e = mg \Rightarrow \frac{\rho_0}{\rho} = \frac{V}{V_0}$$

$$\frac{V}{V_0} = \text{fracción del cuerpo bajo el agua}$$

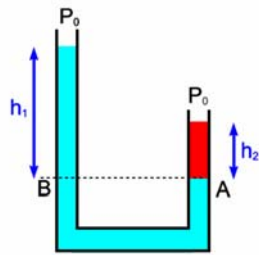
$$\Rightarrow f = 1 - \frac{V}{V_0} = 0.083 \Rightarrow 8.3\% \text{ del cuerpo se encuentra sobre el agua}$$

$$\text{Para un iceberg } f = 0.104 \quad (\rho_{\text{agua de mar}} \approx 1024 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})$$



432

### DENSIDAD RELATIVA



$$P_A = P_0 + \rho_2 g h_2$$

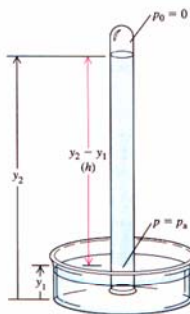
$$P_B = P_0 + \rho_1 g h_1$$

$$P_A = P_B \Rightarrow \cancel{P_0} + \rho_2 g h_2 = \cancel{P_0} + \rho_1 g h_1$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{h_1}{h_2}$$

433

### BARÓMETRO DE MERCURIO:



presión en la superficie:

$$P_a = \cancel{P_0} + \rho g h = \rho g h$$

↓ para un vapor de Mercurio

### UNIDADES DE PRESIÓN

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$$

$$1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ N/m}^2$$

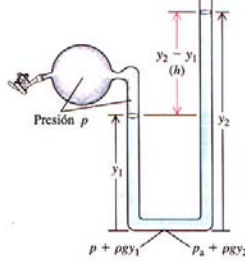
$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mm Hg} = 760 \text{ torr}$$

434



## DETERMINACIÓN DE LA PRESIÓN ABSOLUTA

MANOMETRO :  $P_0 = P_a$



Presión en el fondo :

$$P_{\text{fondo}} = P + \rho g y_1$$

$$P_{\text{fondo}} = P_0 + \rho g y_2$$

$$\Rightarrow P - P_0 = \rho g (y_2 - y_1) = \rho g h$$

$P \equiv$  presión absoluta

$P_0 \equiv$  presión atmosférica

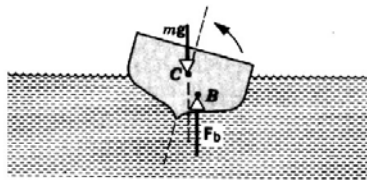
$P - P_0 \equiv$  presión manométrica

435

## CENTRO DE FLUTACIÓN

La fuerza de flotación (empuje) actúa en el centro de gravedad de la parte sumergida del objeto flotante.

El punto donde actúa esta fuerza se llama centro de flotación.



436

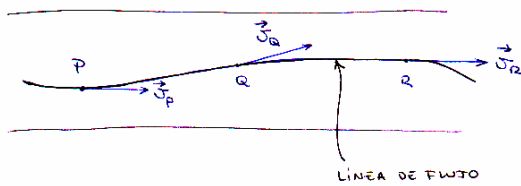
## DINÁMICA DE FLUIDOS

FLUIDO ESTACIONARIO  $\Rightarrow \rho, P, \vec{v}$  NO DEPENDEN DEL TIEMPO  
SÓLO DEPENDEN DE LA POSICIÓN

FLUIDO INCOMPRESIBLE  $\Rightarrow \rho$  NO DEPENDE DE LA POSICIÓN  
NI DEL TIEMPO

FLUIDO VISCOSO  $\Rightarrow$  POR EJEMPLO ACEITE

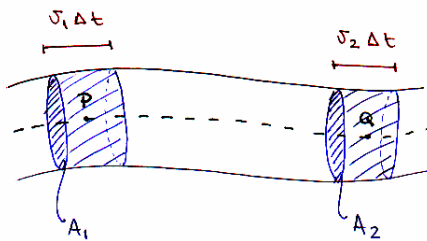
FLUIDO ESTACIONARIO  $\Rightarrow \vec{v}$  EN UN PUNTO DADO ES  
CONSTANTE



437

La partícula que pasa por el punto P con velocidad  $\vec{v}_P$  pasará por el punto Q con velocidad  $\vec{v}_Q$  y luego por el punto R con velocidad  $\vec{v}_R$  y así sucesivamente

Dos líneas de flujo o corriente nunca se cruzan porque si lo hicieran, una partícula podría seguir cualquiera de los dos caminos y en tal caso el fluido no podría ser estacionario.



438

Flujo de masa por P =  $\Delta m_1 = \rho_1 A_1 v_1 \Delta t$

Flujo de masa por Q =  $\Delta m_2 = \rho_2 A_2 v_2 \Delta t$

CONSERVACIÓN DE MASA  $\Rightarrow \Delta m_1 = \Delta m_2$

entonces para un fluido estacionario

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

Si además el fluido es incompresible  $\Rightarrow \rho_1 = \rho_2$   
entonces

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$A_1 v_1 = \text{flujo } [m^3/s]$

439

Ejemplo

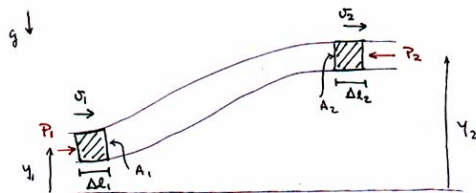


$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1$$

$$A_1 \gg A_2 \Rightarrow v_2 \gg v_1$$

Ecuación de Bernoulli (TRABAJO - ENERGÍA)



Fluido estacionario, incompresible, no viscoso e  
irrotacional (que no rota)

$$W = \Delta K$$



Daniel Bernoulli (1700-1782)

440

Fuerzas que actúan :

- 1) Presiones  $P_1$  y  $P_2$  en los extremos ejercen fuerzas  $P_1 A_1$  y  $P_2 A_2$  respectivamente.

Trabajo realizado por estas fuerzas

$$W_1 = P_1 A_1 \Delta l_1$$

$$W_2 = -P_2 A_2 \Delta l_2 \text{ (esta fuerza es contraria al desplazamiento)}$$

2) Gravedad  $\rightarrow W_g = -\Delta m g (y_2 - y_1)$

Por lo tanto  $W_{TOTAL} = W_{presión} + W_g$

$$\Rightarrow W_{TOTAL} = P_1 A_1 \Delta l_1 - P_2 A_2 \Delta l_2 - \Delta m g (y_2 - y_1)$$

441

Si el fluido es incompresible  $\Rightarrow \rho = \text{cte}$

entonces  $\Delta V = \frac{\Delta m}{\rho} = \text{cte}$  pero

$$\Delta V = A_1 \Delta l_1 = A_2 \Delta l_2 = \frac{\Delta m}{\rho}$$

$$\Rightarrow W_{TOTAL} = (P_1 - P_2) \frac{\Delta m}{\rho} - \Delta m g (y_2 - y_1)$$

Por lo tanto,

$$\Delta K = W_{TOTAL}$$

$$\frac{1}{2} \Delta m v_2^2 - \frac{1}{2} \Delta m v_1^2 = (P_1 - P_2) \frac{\Delta m}{\rho} - \Delta m g (y_2 - y_1)$$

$$\frac{1}{2} v_2^2 - \frac{1}{2} v_1^2 = \frac{P_1}{\rho} - \frac{P_2}{\rho} - g (y_2 - y_1)$$

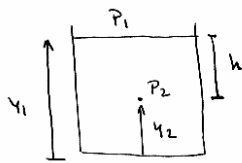
$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$

Ecuación DE BERNOULLI

442

### Aplicaciones

\* caso estático  $\rightarrow v_1 = v_2 = 0$



$$P_1 + \rho g y_1 = P_2 + \rho g y_2$$

$$P_2 = P_1 + \rho g (y_1 - y_2)$$

$$P_2 = P_1 + \rho g h$$

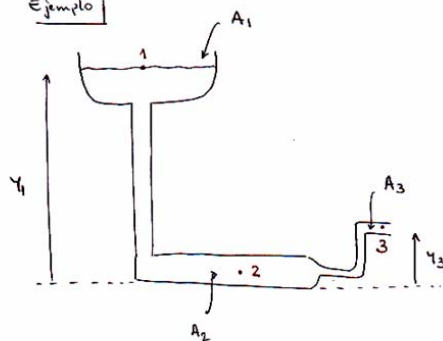
+ tubería horizontal  $\Rightarrow y_1 = y_2$

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$\text{Presión dinámica} \equiv \frac{1}{2} \rho v^2$$

443

### Ejemplo



$$v_2 = ?$$

$$v_3 = ?$$

$$P_3 = ?$$

Ec. de Bernoulli :

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$

$y_2 = 0$  y  $P_1 = P_0$  (presión atmosférica)

entonces

$$P_2 = P_0 + \rho g y_1 + \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2)$$

444

Conservación de masa  $\Rightarrow J_1 A_1 = J_2 A_2$

$$J_1 \cancel{\left(\frac{D_1}{2}\right)^2} = J_2 \cancel{\left(\frac{D_2}{2}\right)^2}$$

$D \equiv$  diámetro de la tubería

$$J_1 = J_2 \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2$$

Si  $D_2 \ll D_1 \Rightarrow J_1 \ll J_2$  por lo tanto

$$P_2 = P_0 + \rho g y_1 - \frac{1}{2} \rho J_2^2$$

↑

si el agua está fluyendo ( $J_2 \neq 0$ ) la presión dinámica reduce la presión

445

Conservación de masa  $\Rightarrow J_3 A_3 = J_2 A_2 = J_1 A_1$

$$J_3 = J_1 \left(\frac{D_1}{D_3}\right)^2$$

entonces

$$P_0 + \frac{1}{2} \rho J_1^2 + \rho g y_1 = P_3 + \frac{1}{2} \rho J_3^2 + \rho g y_3$$

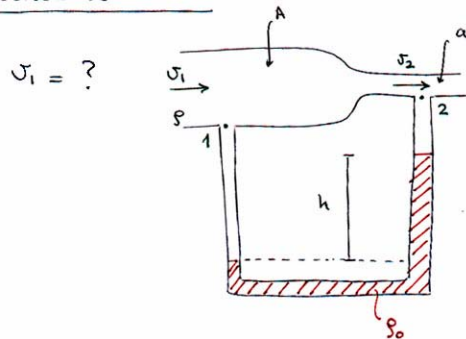
$$P_3 = P_0 + \frac{1}{2} \rho (J_1^2 - J_3^2) + \rho g (y_1 - y_3)$$

Si  $D_1 \gg D_3 \Rightarrow J_3 \gg J_1$ , por lo tanto

$$P_3 = P_0 + \rho g (y_1 - y_3) - \frac{1}{2} \rho J_3^2$$

446

MEDIDOR DE VENTURI



Ec. de Bernoulli:  $P_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2 + \rho g y_2$

Si  $y_1 = y_2 \Rightarrow P_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2 \quad (1)$

Cons. de masa  $\Rightarrow A V_1 = a V_2 \quad (2)$

447

En el tubo se tiene:

$$P_1 + \rho g h = P_2 + \rho_0 g h \quad (3)$$

Usando (1) y (2)

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho (V_2^2 - V_1^2)$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho \left( \frac{A^2}{a^2} - 1 \right) V_1^2$$

Pero de (3)

$$P_1 - P_2 = (\rho_0 - \rho) g h$$

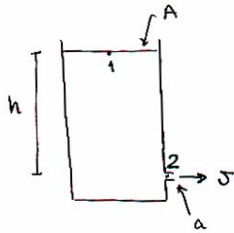
entonces

$$(\rho_0 - \rho) g h = \frac{1}{2} \rho \left( \frac{A^2}{a^2} - 1 \right) V_1^2$$

$$V_1^2 = \frac{2 g h}{\left( \frac{A^2}{a^2} - 1 \right)} \left( \frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)$$

448

### LEY DE TORRICELLI



$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_0 + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g y_2$$

Si  $a \ll A \Rightarrow v_1 \ll v$  entonces

$$P_1 - P_0 + \rho g h = \frac{1}{2} \rho v^2$$

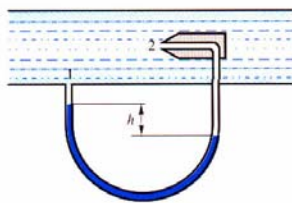
$$v = \sqrt{2gh + \frac{2(P_1 - P_0)}{\rho}}$$

Si:  $P_1 = P_0 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$

Si:  $P_1 > P_0 \Rightarrow v > \sqrt{2gh}$

449

### TUBO DE PITOT



$\rho \equiv$  densidad del fluido en movimiento

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$v_1^2 = \frac{2}{\rho} (P_2 - P_1)$$

En el tubo

$$P_2 = P_1 + \rho_0 g h \Rightarrow P_2 - P_1 = \rho_0 g h$$

$\rho_0 \equiv$  densidad del líquido del tubo manométrico

$$v_1 = \sqrt{2gh \frac{\rho_0}{\rho}}$$

450



## Fluidos

La fuerza ejercida por el agua sobre el cuerpo de un buzo aumenta notablemente a medida que éste desciende, incluso en una piscina. Sin embargo, en 1975, usando una mezcla especial de gas para respirar, William Rhodes descendió hasta una profundidad record de 350 m, partiendo de una cámara a 300 m de profundidad en el golfo de México. Extrañamente, un buzo inexperto practicando en una piscina corre mucho más peligro por la fuerza aplicada por el agua que el que experimento Rhodes. De hecho, muchos buzos novicios han muerto por despreciar este peligro.



¿Cuál es este peligro potencialmente letal?

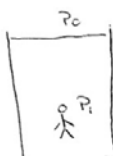


451

UN BUZO NOVATO PRACTICANDO EN UNA PISCINA INHALA SUFICIENTE AIRE DE SU TANQUE PARA LLENAR SUS PULMONES Y COMENZAR A ASCENDER DESDE UNA PROFUNDIDAD  $h$ . A PESAR DE LAS ADVERTENCIAS DE SU INSTRUCTOR, EL BUZO OLVIDA EXHALAR DURANTE EL ASCENSO. ¿CUAL ES EL PELIGRO POTENCIALMENTE MORTAL QUE ENFRENTA POR NO SEGUIR ESTA RECOMENDACIÓN?

¿CUAL ES LA DIFERENCIA ENTRE LA PRESIÓN EXTERNA Y LA PRESIÓN DEL AIRE EN SUS PULMONES SI  $h = 1\text{m}$ ?

SOLUCIÓN:



PRESIÓN A UNA PROFUNDIDAD  $h$

$$P_1 = P_0 + \rho g h$$

$$\rho = 998 \text{ kg/m}^3$$

452

LA PRESIÓN EXTERNA Y DEL AIRE EN SUS PULMONES  
ES MAYOR QUE LA PRESIÓN ATMOSFÉRICA EN LA  
SUPERFICIE

AL ASCENDER, LA PRESIÓN EXTERNA DISMINUYE AL  
IGUAL QUE LA PRESIÓN SANGUÍNEA. SIN EMBARGO,  
SI EL BUZO NO EXHALA LA PRESIÓN DEL AIRE  
EN SUS PULMONES SIGUE SIENDO  $P_i > P_o$

AL LLEGAR A LA SUPERFICIE LA DIFERENCIA  
ENTRE LA PRESIÓN DEL AIRE EN SUS PULMONES  
Y LA PRESIÓN EXTERNA SERÁ

$$\Delta P = P_i - P_o = \rho g h$$

$$\text{Si } h = 1\text{m} \Rightarrow \Delta P = 998 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1\text{m}$$

$$\Delta P \approx 10^4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \approx 10^4 P_a$$

$\Delta P \approx 10\%$  DE LA PRESIÓN ATMOSFÉRICA  
SUFICIENTE PARA ROMPER LOS PULMONES!!  
Y FORZAR AL AIRE EN EL TORRENTE  
SANGUÍNEO, LO CUAL PUEDE PROVOCAR  
LA MUERTE DEL BUZO