

LEYES DE KEPLER

!! SON LEYES
EMPIRICAS !!

I LEY :

TODOS LOS PLANETAS SE MUEVEN EN
ÓRBITAS ELÍPTICAS EN TORNO AL SOL,
EL CUAL SE ENCUENTRA EN UNO DE
SUS FOCOS

II LEY :

LA LINEA QUE CONECTA AL SOL CON EL
PLANETA BARRE ÁREAS IGUALES EN
TIEMPOS IGUALES

⇒ CONSERVACIÓN DE MOMENTUM
ANGULAR



Johannes Kepler (1571-1630)

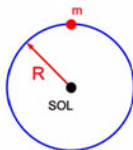
III LEY :

EL CUADRADO DEL PERIODO DE REVOLUCIÓN
ES PROPORCIONAL AL CUBO DE LA
DISTANCIA MEDIA AL SOL

PARA UNA ÓRBITA CIRCULAR DE RADIO R

$$T^2 \propto R^3$$

DEM.



$$F_g = m a_{\text{centrípeta}}$$

$$G \frac{M_{\text{SOL}} m}{R^2} = m \frac{v^2}{R}$$

PERO $v = \frac{2\pi R}{T}$

ENTONCES

$$\frac{GM_{\text{sol}}}{R^2} = \left(\frac{2\pi R}{T} \right)^2 \frac{1}{R}$$

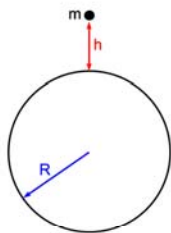
$$\frac{GM_{\text{sol}}}{R^2} = \frac{4\pi^2}{T^2} R$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_{\text{sol}}} R^3$$

CONSTANTE QUE NO
DEPENDE DE LA MASA
DEL PLANETA

196

PESO EN FUNCIÓN DE LA ALTURA



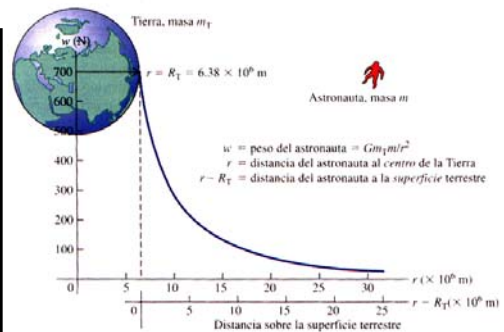
$$W = mg = \frac{GmM}{(R_T + h)^2}$$

$$W = \frac{GmM}{R_T^2 \left(1 + \frac{h}{R_T}\right)^2}$$

$$W = m \underbrace{\frac{GM}{R_T^2}}_{g_0} \left(1 + \frac{h}{R_T}\right)^{-2}$$

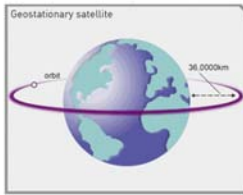
g_0 GRAVEDAD EN LA
SUPERFICIE DE LA TIERRA

$$W = W_0 \left(1 + \frac{h}{R_T}\right)^{-2}$$



197

SATÉLITES GEOSTACIONARIOS



PARA UN SATÉLITE EN
ÓRBITA CIRCULAR

$$\frac{GM}{r^2} = \frac{v^2}{r}$$

PERO $v = \frac{2\pi r}{T}$

CON $T = 1 \text{ día} = 86400 \text{ s}$ ENTONCES

$$\frac{GM}{r^2} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

$$r^3 = \frac{GM}{4\pi^2} T^2 = 7.54 \times 10^{22} \text{ m}^3$$

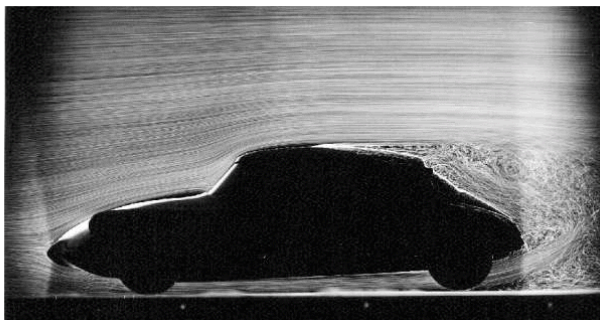
$\Rightarrow r = 42300 \text{ km}$ DESDE EL CENTRO DE
LA TIERRA

O BIEN A UNA ALTURA DE 36000 km SOBRE
LA SUPERFICIE TERRESTRE

198

FUERZA DE ARRASTRE

FRENA UN OBJETO QUE SE MUEVE EN UN
FLUIDO \rightarrow DEPENDE DE LA GEOMETRÍA.



199

EJEMPLO : MOVIMIENTO DE UNA ESFERA EN UN FLUIDO

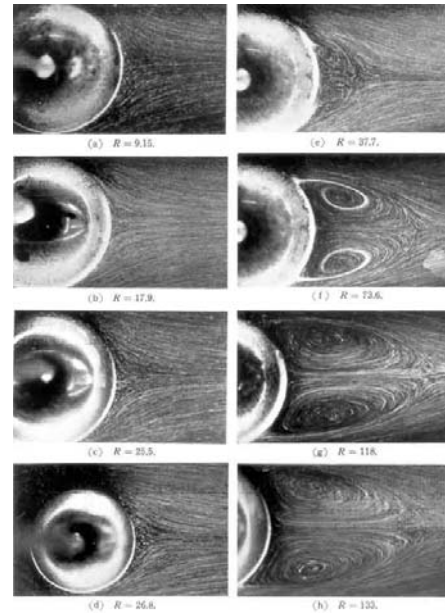
- ES UN PROBLEMA COMPLICADO
- SE OBSERVAN DISTINTOS COMPORTAMIENTOS QUE DEPENDEN DE UNA SERIE DE CANTIDADES FÍSICAS :
 - DENSIDAD DEL FLUIDO ρ
 - VELOCIDAD DE LA ESFERA U
 - RADIO DE LA ESFERA R
 - VISCOSIDAD η

SIN EMBARGO, ESTOS REGIMENES SE PUEDEN CARACTERIZAR POR UN NÚMERO

NÚMERO DE REYNOLDS

$$Re = \frac{\rho U L}{\eta} = \frac{U L}{\nu}$$

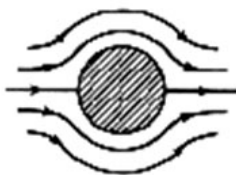
\swarrow VELOCIDAD TÍPICA \swarrow LONGITUD TÍPICA
 \nwarrow VISCOSIDAD CINEMÁTICA



200

EJEMPLO : ESFERA EXISTEN DOS REGÍMENES

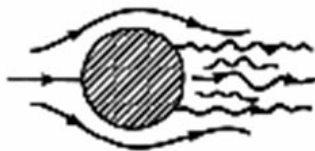
I. FLUJO LAMINAR ($Re \ll 1$)



$$F_{\text{arrastre}} = 6\pi\eta R U_0$$

(LEY DE STOKES)

II. FLUJO TURBULENTO ($Re \gg 1$)



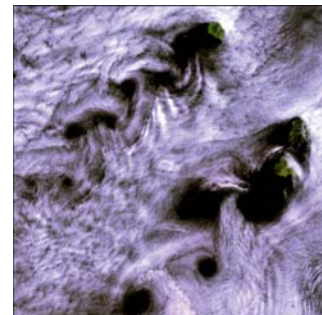
$$F_{\text{arrastre}} = \frac{1}{2} \rho C_D A U^2$$

(FORMULA DE NEWTON)

C_D = COEFICIENTE DE ARRASTRE

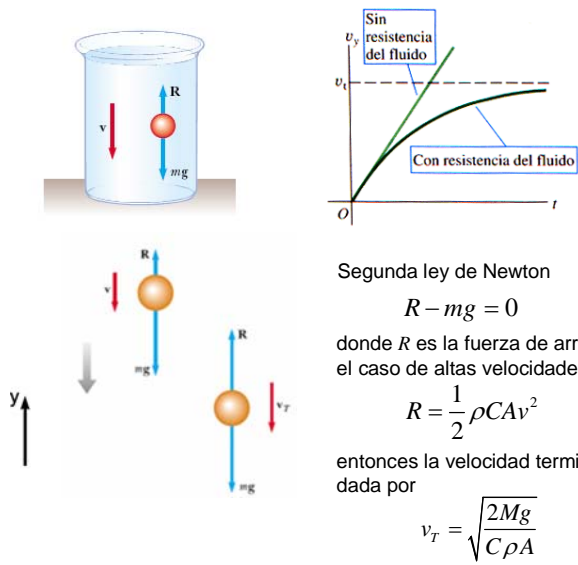
A = ÁREA FRONTAL

Vórtices de von Karman



201

Movimiento en presencia de fuerzas de arrastre



202

Velocidad terminal de varios objetos cayendo en el aire			
Objeto	Masa (kg)	Area (m ²)	v_T (m/s)
Paracaidista	75	0.70	60
Pelota de beisbol ($r = 3,7$ cm)	0.145	4.2×10^{-3}	43
Pelota de golf ($r = 2,1$ cm)	0.046	1.4×10^{-3}	44
Gota de lluvia ($r = 0,2$ cm)	3.4×10^{-5}	1.3×10^{-5}	9.0



203