

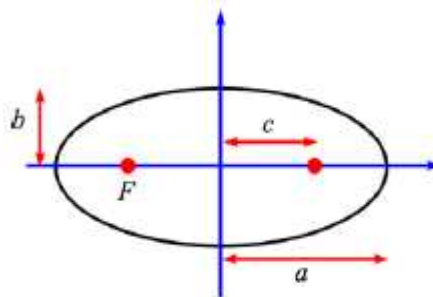
Profs. Auxiliares: Hernán González, Simón Oyarzún.

Guía #14

93. La figura representa la órbita elíptica de un planeta alrededor del Sol ubicado en el foco F. Si los semiejes mayor y menor de la elipse están dados por a y b , respectivamente, y c es la distancia de los focos al origen de coordenadas O, demuestre que se cumplen las siguientes relaciones:

$$\frac{V_P}{V_A} = \frac{a+c}{a-c} \quad \text{y} \quad aV_PV_A = GM_\odot$$

donde V_A y V_P son la velocidad del planeta en el afelio y en el perihelio, respectivamente, M_\odot es la masa del Sol, G es la constante de gravitación universal.



94. Dos partículas de masa M y m están inicialmente separadas por una distancia muy grande, que para efectos prácticos podemos considerar infinita. Si estas dos masas se dejan libres, la fuerza de atracción gravitacional comenzará a acercarlas. Demuestre que cuando están separadas una distancia D entre ellas, la velocidad relativa de acercamiento es:

$$V = \sqrt{\frac{2G(M+m)}{D}}$$

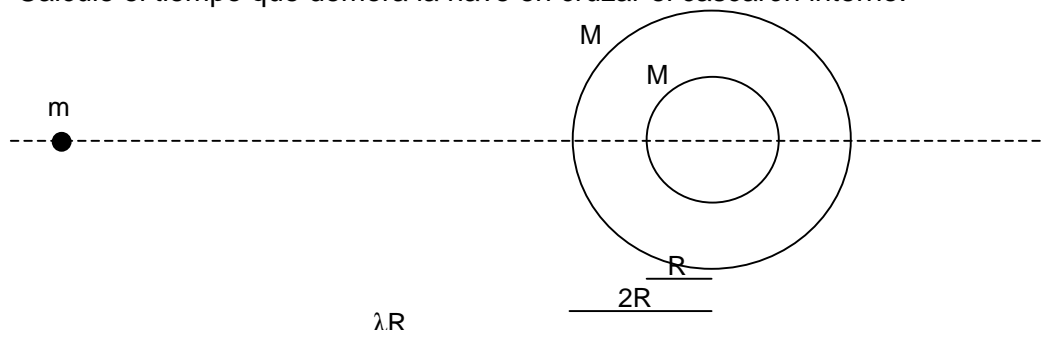
95. El Principito logra saltar una altura máxima h en la superficie terrestre. Si este personaje posa sobre el planeta Ψ de densidad igual a la de Tierra, determine el radio máximo de este planeta de modo que El Principito logre escapar de Ψ con un brinco. Suponga que Ψ es esférico y mucho más masivo que El Principito. El radio R_T de Tierra es 6400 km y h es 0.5 m.



96. Una estación espacial está compuesta por dos cascarones esféricos concéntricos de radios R y $2R$. Ambos cascarones tienen masa M distribuida uniformemente, y cada uno posee dos pequeños orificios. Los cuatro orificios son colineales sobre una recta que pasa por el centro de los cascarones.

Una pequeña nave está en reposo a una distancia λR ($\lambda \geq 2$) del centro de la estación, en línea con los orificios.

- Grafique a escala la fuerza que experimenta la nave en función de la distancia al centro de la estación espacial. En particular indique los valores de la fuerza cuando está a una distancia λR , $2R$, R .
- Calcule el tiempo que demora la nave en cruzar el cascarón interno.



97. Dos partículas de igual masa m se unen mediante una cuerda ideal de longitud h . El par es atraído gravitacionalmente por un asteroide de masa muy grande M . La distancia entre el asteroide y la partícula más cercana es R , con $h \ll R$. Despreciando la fuerza de atracción entre las dos partículas, calcule la tensión de la cuerda si ellas caen al asteroide con la cuerda estirada y en línea con éste.



98. En nuestro Sistema Solar hay un satélite artificial que orbita alrededor del Sol y que nunca podemos ver pues permanecen invariablemente entre el Sol y la Tierra. Sean M_T y M_S las masas del Sol y de la Tierra respectivamente, y R la distancia entre ambos. Denomine λR la distancia entre la Tierra y el satélite. Encuentre una ecuación para λ de la Forma $P(\lambda) = CQ(\lambda)$, donde P y Q son polinomios independientes de los datos del problema y C una constante adimensional.

