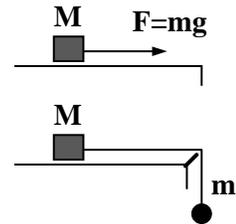


## Parte 3

### Dinámica de pocos cuerpos

#### 3.1. Fuerzas y movimiento

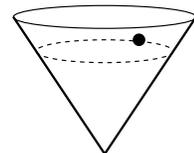
1. Dos bloques idénticos de masa  $M$  posan sobre una superficie horizontal pulida. Uno de ellos es tirado horizontalmente aplicando una fuerza de magnitud  $mg$  en tanto que el otro es tirado horizontalmente mediante una cuerda desde cuyo extremo libre cuelga una carga de masa  $m$ . Determine y compare las aceleraciones de cada bloque. ? $[\alpha]$



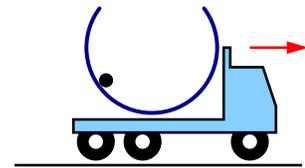
2. Un pasajero posa sobre una balanza dentro de un ascensor. El pasajero observa que la balanza registra una carga igual a un 70% de su peso. Si el ascensor es de masa  $M$  y el pasajero de masa  $m$ , calcule la tensión del cable que tira el ascensor y compárela con la que se produciría si el ascensor acelera en la misma razón pero en sentido opuesto. hfa $[\alpha]$



3. Un plato cónico cuyo ángulo directriz es  $\alpha$  se dispone con su eje orientado verticalmente en presencia de la gravedad terrestre  $g$ . Una piedrecilla de masa  $m$  resbala sin roce manteniendo una trayectoria circular. Calcule el radio de la órbita si la rapidez de la piedrecilla es  $v_0$ . hfa $[\alpha]$

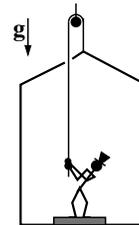


4. Un camión lleva una marmita de fondo esférico de radio  $R$ . En el interior de la olla posa una bola de billar la cual puede deslizar sin fricción sobre la superficie del fondo. El camión mantiene una aceleración  $a_o$  en un tramo recto horizontal y la bola se mantiene en un mismo punto con respecto a la olla. Calcule la altura con respecto al fondo de la marmita donde se mantiene la bola de billar.



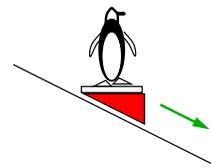
hfa[ $\alpha\beta$ ]

5. En la figura se muestra una persona de masa  $m$  posando sobre un andamio colgante de masa  $M$ . La persona tira de una cuerda que sostiene exteriormente al andamio mediante una polea sin roce fija al techo. La balanza sobre la cual posa la persona registra una carga igual a la cuarta parte de su peso. Calcule la tensión de la cuerda y la aceleración del andamio.



hfa[ $\beta$ ]

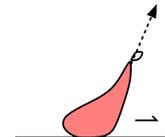
6. Calcule la carga registrada por una balanza sobre la cual posa Mr. Pingüi de masa  $m$ . La balanza se ha adosado horizontalmente sobre una cuña triangular que desliza sin roce sobre el plano inclinado en un ángulo  $\theta$  con respecto a la horizontal.



?[ $\beta$ ]

7. Un saco de masa  $m$  es tirado sobre una superficie horizontal rugosa. El coeficiente de roce entre el saco y el suelo es  $\mu$ . El saco es tirado con una fuerza de magnitud constante  $F_o$ . Determine la aceleración del saco cuando el ángulo de tiro con respecto a la vertical es  $\theta$ . Grafique la aceleración en función de  $\theta$  e identifique el ángulo que permite una aceleración óptima.

ow[ $\alpha\beta$ ]



8. Ponga una moneda sobre una hoja de papel y tírela abruptamente. La moneda pareciera haber quedado en el mismo lugar. Sin embargo, si observa cuidadosamente, ella habrá experimentado un leve y medible desplazamiento. A partir de éste, y una estimación indirecta del coeficiente de roce entre la moneda y el papel, estime la velocidad con que es tirada la hoja.

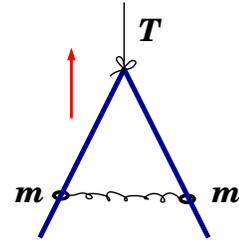
hfa[ $\alpha$ ]

9. Sobre un tablón de masa  $M$  en reposo posa un bloque de masa  $m$ . El coeficiente de roce cinético entre el bloque y el tablón es  $\mu$ . Súbitamente se hace resbalar el bloque sobre el tablón mediante un golpe seco el cual le imprime una rapidez inicial  $v_o$ . Por efecto de la gravedad terrestre  $g$  y la fricción mutua, el bloque arrastra al tablón en tanto que el tablón frena al bloque. Determine el lapso y la distancia que resbala el bloque sobre el tablón.

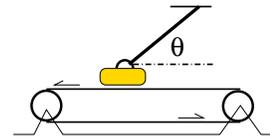
lgh[ $\beta$ ]



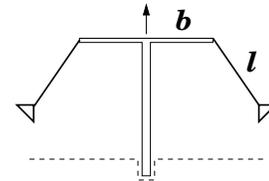
10. En la figura se muestra una ‘V’ invertida de masa  $M$ , simétrica y pulida, en la cual se pasan dos anillos de masa  $m$  unidos por un resorte de constante elástica  $k$  y longitud natural  $L$ . El sistema es remolcado en el espacio mediante una cuerda (no hay gravedad) cuya tensión  $T$  se mantiene constante. El ángulo entre las barras de la ‘V’ es  $2\beta$  y los anillos mantienen una separación constante durante el remolque. Determine la separación entre los anillos. hfa[ $\alpha$ ]



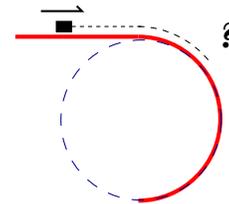
11. Calcule la fuerza de contacto (normal + fricción) de la correa transportadora sobre la maleta cuando ésta ha quedado enganchada al techo mediante una cuerda que forma un ángulo  $\theta$  con la horizontal. La tensión de la cuerda es  $\alpha(mg)$  con  $m$  la masa de la maleta. Determine el coeficiente de roce. hfa[ $\alpha$ ]



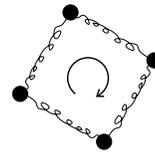
12. El sistema de ‘sillas voladora’ de la figura consiste en brazos horizontales de longitud  $b$  desde cuyos extremos cuelgan las sillas mediante cuerdas de longitud  $l$ . Cuando ellas rotan se observa que el ángulo de las cuerdas con la vertical es  $\theta$ . Determine el incremento porcentual de la tensión de la cuerda con respecto al caso en que el sistema no rota. hfa[17][ $\beta$ ]



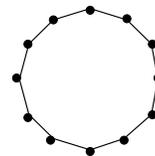
13. Una caja pequeña posa sin resbalar sobre el pasamanos de un pasillo transportador mecánico. El coeficiente de roce estático pasamanos-caja es  $\mu$  y la velocidad del pasillo es  $V_0$ . El extremo superior del pasamanos termina en forma semicircular de radio  $R$ . Al llegar la caja al tramo semicircular ella cae. Determine el punto de desprendimiento de la caja en los casos de caída por resbalamiento (pasillo lento), y por eyección (pasillo rápido). hfa[ $\beta$ ]



14. Cuatro partículas idénticas de masa  $m$  se unen mediante resortes idénticos de masa nula, constante elástica  $k$  y longitud natural  $L$ . El sistema toma la forma cuadrada de la figura mientras rota en torno a su centro con velocidad angular  $\omega$ . Calcule la elongación experimentada por los resortes. hfa[ $\beta$ ]

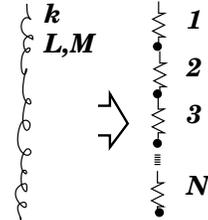


15. Ene ( $N$ ) peques juegan a la ronda tomados de la mano y corriendo con rapidez  $v_0$ . La masa de cada niño es  $m$  y la longitud de sus brazos es  $b$ . Determine la fuerza con que se deben sostener los niños a fin de mantener la ronda. rtr[ $\beta$ ]



16. Una cuerda de masa  $M$  en forma circunferencial de radio  $R$  rota con velocidad angular  $\omega$ . Determine la tensión de la cuerda. rtr[ $\beta$ ]

17. Una manera de representar un resorte ‘real’ de masa uniforme  $\underline{M}$ , longitud natural  $\underline{L}$  y constante elástica  $\underline{k}$  consiste en  $\underline{N}$  resortes ideales idénticos unidos en línea, y que en la juntura entre ellos se adhieren partículas de igual masa. Determine la masa, longitud y constante elástica de cada elemento para que halla equivalencia mecánica entre los dos sistemas. Determine el incremento de la longitud del resorte ‘real’ descrito cuando éste cuelga verticalmente desde uno de sus extremos en presencia de la gravedad terrestre  $\underline{g}$ . hfa[ $\beta$ ]

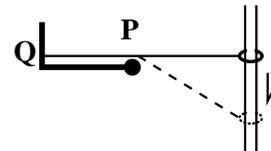


18. Tres bloques de igual masa  $\underline{m}$  posan sobre un plano horizontal. El coeficiente de roce entre cada bloque y el piso es  $\underline{\mu}$ . Los dos primeros bloques se unen mediante una cuerda ideal mientras que los dos últimos se unen mediante un resorte de constante elástica  $\underline{k}$ . Una fuerza horizontal aplicada al primer bloque hace que los tres bloques se muevan manteniendo la elongación del resorte constante e igual a  $\underline{\Delta}$ . Determine la magnitud de la fuerza aplicada. hfa[ $\alpha\beta$ ]

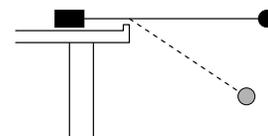


### 3.2. Energía

1. Uno de los extremos de un resorte ideal liso se fija a la pared en  $Q$  y el otro se ata a una argolla de masa  $\underline{m}$  pasada por un riel vertical sin roce. La argolla es soltada desde un punto a nivel con  $Q$ , quedando el resorte recto –en contacto con el soporte  $P$  sin roce– y sin experimentar elongación. La distancia entre  $P$  y el riel es  $\underline{D}$ . Determine la constante elástica del resorte si su fuerza máxima sobre  $Q$  es  $\underline{T}_0$ . hfa[ $\beta\gamma$ ]



2. Un bloque de masa  $\underline{M}$  que posa sobre la cubierta horizontal de una mesa se une a una bolita de masa  $\underline{m}$  mediante una cuerda ideal. La bolita es soltada desde una distancia  $\underline{L}$  fuera de la mesa, con la cuerda extendida horizontalmente. El coeficiente de roce estático bloque–cubierta es  $\underline{\mu}$ , y no hay roce entre la cuerda y el canto de la mesa. Calcule el ángulo de caída de la bolita sin que el bloque resbale. nz[ $\beta$ ]



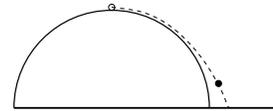
3. Una moneda que desliza sobre un tramo horizontal pulido con rapidez  $\underline{V}$  se encarama sobre un tramo recto rugoso hasta detenerse y vuelve al tramo pulido con una rapidez  $\underline{\lambda V}$ . Si el ángulo que forma el plano inclinado con la horizontal es  $\underline{\theta}$ , calcule el coeficiente de roce cinético entre el plano inclinado y la moneda. hfa[ $\alpha$ ]



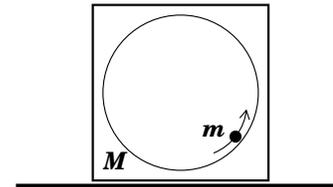
4. Una moneda desliza sobre un tramo horizontal pulido que termina en forma cilíndrica convexa de radio 1 m. La moneda pierde contacto con la superficie cilíndrica luego de deslizarse 40 cm sobre ella. Determine la rapidez de la moneda en el tramo horizontal. hfa[ $\alpha$ ]



5. Desde la parte más alta de una cúpula semiesférica de radio  $R$  comienza a resbalar sin fricción un cuerpo pequeño. El cuerpo pierde contacto con la cúpula y cae por efecto de la gravedad terrestre  $g$  hasta golpear el piso horizontal. Determine la distancia al centro de la semiesfera donde se produce el golpe. cl[ $\alpha\beta$ ]

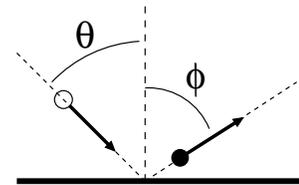


6. Dentro de un cubo de masa  $M$  hay un orificio esférico de radio  $R$  donde gira, sin ayuda externa, una bolita de masa  $m$ . El movimiento de ésta es circunferencial de radio  $R$  cuyo plano se orienta en forma vertical. Suponiendo que el roce entre el cubo y el piso es lo suficientemente grande como para que el cubo nunca resbale, determine la energía mecánica máxima y mínima que garanticen que el cubo nunca se despegue del piso. Convéngase energía potencial gravitacional nula el punto más bajo del trayecto de la bolita. lg[ $\beta$ ]

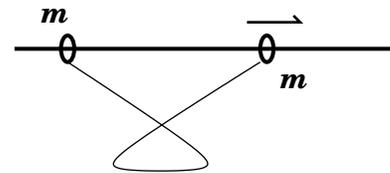


### 3.3. Colisiones

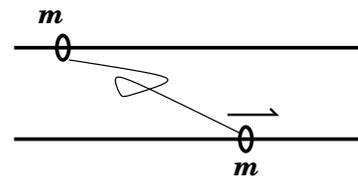
1. En la figura se muestran las direcciones incidente y de rebote de un cuerpo de masa  $m$  que choca contra una pared sin roce. El cuerpo incide con rapidez  $v_o$  y con dirección formando un ángulo  $\theta$  con la normal a la pared. El cuerpo emerge con rapidez  $\lambda v_o$ . Determine el ángulo  $\phi$  con que emerge el cuerpo y el impulso que la pared imprime al cuerpo. hfa[ $\alpha$ ]
2. Una bala de masa 5 gramos pasa por un saco de virutas de 1 kg de masa. El saco cuelga de un cordel de 2 m de longitud. A consecuencia del impacto, el saco entra en movimiento y se detiene cuando el cordel forma un ángulo de  $12^\circ$  con la vertical. Calcule el cambio de rapidez de la bala debido a la colisión. cl[ $\alpha$ ]



3. Dos argollas de igual masa  $m$  unidas mediante una cuerda ideal de longitud  $L$  están restringidas a moverse a lo largo de un riel horizontal pulido. Estando inicialmente juntas y en reposo a una de ellas se le imprime una rapidez  $v_0$  mediante un golpe. Desde ese momento tanto los tirones mediante la cuerda como los choques frontales entre las argollas son elásticos. Determine y grafique la posición en función del tiempo para cada masa. hfa[ $\beta$ ]

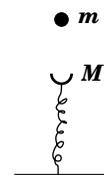


4. Cada una de las dos argollas del problema anterior es dispuesta en rieles distintos y paralelos. La separación entre los rieles es  $D$  ( $D < L$ ). Calcule la velocidad de cada masa después del primer tirón experimentado por la cuerda. Describa el movimiento e identifique la velocidad y trayectoria del centro de masas del sistema. Calcule el impulso del riel sobre cada masa en cada tirón. hfa[ $\beta\gamma$ ]



5. Una pequeña bolsa de masa  $M$  cuelga en reposo mediante un cordel de longitud  $L$  y masa nula. La bolsa es perforada horizontalmente mediante una bala de masa  $m$  que incide con rapidez  $v_0$ . La bala emergente arrastra consigo una cantidad  $\Delta m$  de masa proveniente de la bolsa. El movimiento adquirido por la bolsa hace que el cordel forme un ángulo máximo  $\beta$  con la vertical. Calcule la rapidez de la bala al emerger de la bolsa y la variación de energía del sistema (bala+bolsa) a consecuencia de la perforación de la bolsa. hfa[ $\alpha\beta$ ]

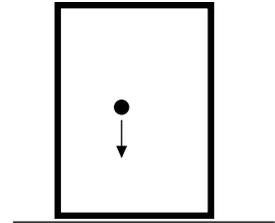
6. Un cuerpo de masa  $m$  es soltado desde una altura  $d$  con respecto a un plato de masa  $M$  adherido firmemente a un resorte vertical de constante elástica  $k$ . Los cuerpos quedan pegados luego del impacto. Calcule la compresión máxima del resorte después del choque y determine la fuerza máxima que ejerce el piso sobre el resorte. cl[ $\alpha$ ]



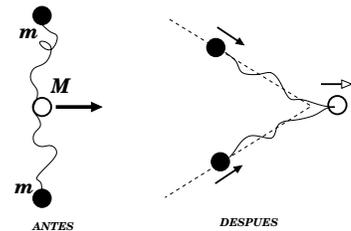
7. Un barra de masa  $m$  se desliza horizontalmente con rapidez  $v_0$  sobre una superficie resbalosa la cual empalma con la superficie rugosa de un trineo de masa  $M$ . No hay roce entre el trineo y la superficie horizontal sobre la cual posa. La barra entra al trineo y luego de un lapso se detiene sobre éste. Calcule la velocidad final del par (barra+trineo) y el trabajo realizado por el roce entre el trineo y el jabón. Si el jabón se desplaza una distancia  $D$  sobre el trineo y el roce es uniforme, calcule el coeficiente de roce barra/trineo. cl[19][ $\beta$ ]



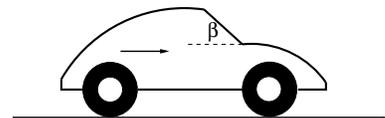
8. En presencia de la gravedad terrestre  $g$  una partícula de masa  $m$  rebota vertical y elásticamente dentro de una caja fija de altura  $h$ . La energía mecánica  $E$  del sistema es lo suficientemente grande como para golpear la cara superior de la caja. Determine la fuerza media sobre la cara superior e inferior de la caja. hfa[ $\beta$ ]



9. Dos bolitas de igual masa  $m$  se adhieren a los extremos de una cuerda ideal de longitud  $L$ . Una tercera bolita de masa  $M$  se anuda al centro del cordel. Inicialmente las dos bolitas iguales yacen en reposo sobre una superficie horizontal pulida, a una distancia mutua  $b$  ( $b < L$ ), mientras que la bolita del medio es lanzada con rapidez  $u$  en dirección perpendicular al trazo que une a las otras dos, desde el punto medio. El tirón experimentado por la cuerda no disipa energía. Determine el lapso entre el primer tirón de la cuerda y el instante en que las dos bolitas chocan por primera vez. Determine el tirón (impulso) de la cuerda. hfa[20][ $\beta$ ]

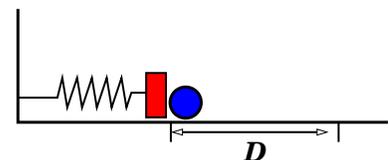


10. Un vehículo cuyo parabrisas plano tiene un área  $A$  y ángulo de inclinación  $\beta$  con la horizontal se desplaza con rapidez constante  $v_0$ . Si no hay viento, determine la carga adicional sobre el piso y la fuerza de roce neta sobre los neumáticos sólo por concepto del impacto del aire sobre el parabrisas. Estime numéricamente para un auto doméstico en carretera. hfa[ $\beta$ ]

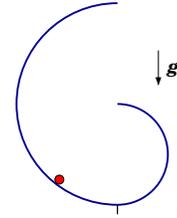


### 3.4. Oscilaciones

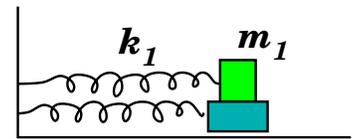
1. Un reloj de los abuelos basado en un péndulo de longitud de 1 m se retrasa 1 minuto por día. Determine la corrección a la longitud del péndulo para que el reloj esté a la hora. hfa[ $\beta$ ]
2. Un resorte de constante elástica  $k$  fijo en uno de sus extremos se une en su otro extremo un bloque de masa  $m$ . El resorte esta dispuesto horizontalmente sobre una superficie pulida. Con una bolita de masa  $m$  el resorte es comprimido una distancia  $D$  y luego es soltado eyectando la bolita. Determine el tiempo durante el cual la bolita se mantiene en contacto con bloque. Calcule la distancia entre los dos cuerpos en el instante en que el resorte se comprime completamente por segunda vez. hfa[ $\beta$ ]



3. El “quasi-esprial” de la figura consiste en dos alambres (semicircunferencias coplanares) empalmados en el punto más bajo. Los radios de cada uno son  $R$  y  $2R$  respectivamente. El esprial se dispone como se muestra en la figura, en presencia de la gravedad terrestre. Si al fondo del esprial se coloca un pequeño anillo y se desprecia el roce en su contacto con el esprial, calcule el período de las oscilaciones en el límite de pequeñas amplitudes. hfa[ $\beta$ ]



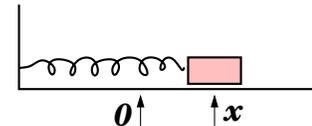
4. Los dos bloques de la figura se conectan a la pared por medio de resortes como se muestra. Las masas de cada bloque son  $m_1$  y  $m_2$  respectivamente y las constantes elásticas son  $k_1$  y  $k_2$ . Entre los dos bloques existe roce ( $\mu$ ) pero no así entre el suelo y el bloque inferior. Los resortes se encuentran en su configuración natural cuando los bloques están inmóviles. Determine la amplitud máxima permitida para que los dos bloques no resbalen entre sí. Determine la energía del sistema en tal caso y la velocidad máxima que adquiere el par en tal situación. hfa[21][ $\beta$ ]



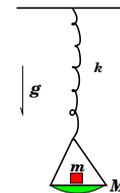
5. Considere la siguiente solución para la posición de una partícula en un oscilador armónico:  $x(t) = A \cos(\omega t - \phi_0)$ . Sean  $x_0$  la posición inicial y  $v_0$  la velocidad en el mismo instante. Demuestre que las constantes  $A$  y  $\phi_0$  quedan determinadas por:

$$\tan(\phi_0) = \frac{v_0}{\omega x_0}, \quad x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2 = A^2$$

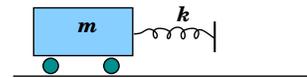
- Resuelva para el caso en que el móvil del oscilador parte del reposo a una distancia  $x_0$  del origen.
- Resuelva para los casos en que el móvil del oscilador parte del origen con rapidez  $v_0$  hacia la izquierda y hacia la derecha. hfa[ $\beta$ ]



6. Sobre un plato de masa  $M$  posa un cubo de masa  $m$ . El plato cuelga de un resorte de constante  $k$  y longitud natural  $L$  (dato no necesario) y se deja oscilar. Determine la amplitud máxima de las oscilaciones del conjunto de modo que el cubo nunca pierda contacto con el plato. hfa[ $\beta$ ]

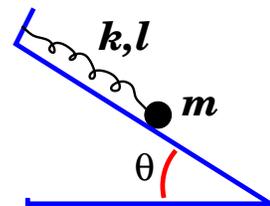


7. En la figura se muestra un carro de masa  $m$  que se mueve sin fricción sobre una superficie horizontal pulida con rapidez  $v$  hacia la derecha. El carro lleva en su parte delantera un parachoques formado por un resorte de constante elástica  $k$  con el cual choca contra la pared. El contacto entre la pared y el carro queda regido por el comportamiento del resorte. Determine y grafique –en función del tiempo y desde el momento en que comienza el contacto parachoques/muralla– la fuerza normal que ejerce la muralla sobre el resorte. Identifique el valor máximo de esta fuerza y la duración del contacto. hfa[22][β]

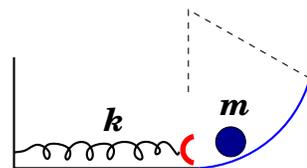


8. Considere la ecuación del movimiento de un sistema:  $\ddot{x} + \omega^2 x + b = 0$ , con  $\omega$  y  $b$  constantes conocidas. Demuestre que existe la sustitución  $x(t) = z(t) + c$  para la cual  $\ddot{z} + \omega^2 z = 0$ . Determine (e interprete) la constante  $c$ . hfa[β]

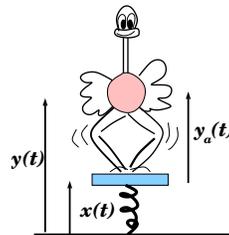
9. El sistema de la figura consiste en un oscilador inclinado formado por un resorte de longitud natural  $\ell_0$  y constante elástica  $k$ , con una carga de masa  $m$  en un extremo. El ángulo que forma el plano con respecto a la horizontal es  $\theta$ . Determine la ecuación del movimiento del sistema, posición de equilibrio de la carga y frecuencia de oscilación del sistema. hfa[β]



10. En la figura se muestra una bolita de masa  $m$  constreñida a moverse entre un resorte de constante elástica  $k$  y una cuesta semicircular de radio  $R$ . El extremo libre del resorte relajado se ubica en  $O$ . Determine el período de las oscilaciones de la bolita y el nivel máximo a subir por ésta en la cuesta de modo que su movimiento sea armónico en ese tramo. hfa[β]



11. Un avestruz de masa  $m$  posa sobre una plataforma de masa  $M$  sostenida por un resorte vertical de constante elástica  $k$  y longitud natural  $L$ . El avestruz flexiona armónicamente sus piernas de modo que la altura de su cuerpo a la plataforma está dada por  $y_a = h_0 + D \cos(\Omega t)$ . Denomine  $x$  la posición de la plataforma con respecto al suelo e  $y$  la del avestruz. Valiéndose de las leyes de Newton, determine la ecuación del movimiento para el avestruz. Determine la amplitud de las oscilaciones en el régimen estacionario (mucho después del comienzo). hfa[β]

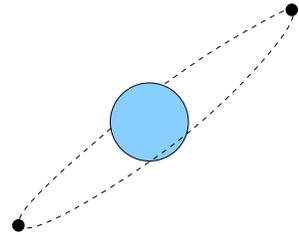


### 3.5. Gravitación

1. Considerando que el período aproximado de rotación de la luna alrededor de Tierra es de 28 días y que el campo visual de la luna llena es de media grado, determine el tamaño de la luna y estime la aceleración de gravedad en su superficie. hfa[α]

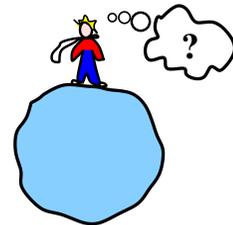


2. Compare porcentualmente los radios de órbita de un sistema monolunar con otro bilunar. El sistema monolunar consiste en un planeta de masa  $M$  en torno al cual orbita circunferencialmente un satélite de masa  $m$ . El sistema bilunar consiste en el mismo planeta en torno al cual orbitan, en una órbita circunferencial común, dos satélites naturales de masa  $\frac{m}{2}$  cada una. Las lunas se ubican diametralmente opuesta una de la otra y rotan con igual período al del sistema monolunar. La interacción gravitacional entre las dos lunas no es despreciable. hfa[α]

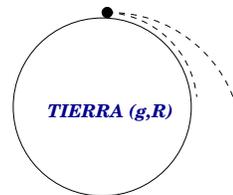


3. Suponga que se ha perforado de polo a polo un orificio a través de la tierra. Un cuerpo es soltado desde una de las bocas del orificio. Calcule el tiempo que tardaría el cuerpo en volver a su punto de partida por efecto de la gravedad terrestre. cl[β]

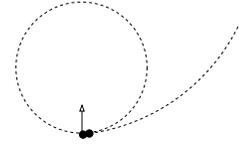
4. El Principito logra saltar una altura máxima  $h$  (0.5 m) en la superficie terrestre. Si este personaje posa sobre el planeta  $\Psi$  (psi) de densidad igual a la de Tierra, determine el radio máximo de este planeta de modo que El Principito logre escapar de  $\Psi$  con un brinco. Suponga que  $\Psi$  es esférico y mucho mas masivo que El Principito. El radio  $R_T$  de Tierra es 6400 km. rtr[23][β]



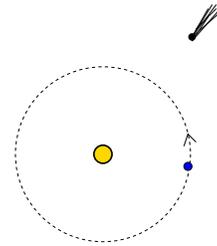
5. Un proyectil es lanzado tangencialmente sobre la superficie terrestre. La rapidez del lanzamiento es  $\alpha v_c$ , con  $v_c$  la rapidez necesaria para mantener una órbita circunferencial razante con la tierra (de radio  $R$  y gravedad superficial  $g$ ). Determine el rango de  $\alpha$  a fin de que el proyectil se mantenga en órbita alrededor de la tierra. Determine en tal caso la distancia radial del perigeo, del apogeo, y la excentricidad de la órbita. hfa[β]



6. Un satélite de masa  $m$  mantiene una órbita circunferencial alrededor de Tierra (masa  $M$ ) con rapidez  $v_0$ . En cierto instante ha de eyectarse hacia adelante parte del satélite con el propósito de que el resto caiga radialmente hacia Tierra. La eyección debe ser la mas leve posible pero que garantice que la porción lanzada hacia adelante abandone el campo gravitacional terrestre. Determine la fracción  $\lambda$  de masa del satélite a eyectar y la energía de la eyección. hfa[ $\alpha$ ]



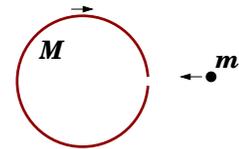
7. Un cometa que caía radialmente hacia el Sol se estrella contra Venus de masa  $m$  cuya trayectoria era circunferencial de radio  $R_0$ . Observaciones astronómicas indican que la masa del cometa es  $\alpha m$  y su energía mecánica es nula. A consecuencia del choque entre el cometa y Venus se forma un nuevo planeta que llamaremos *Fennus*. Despreciando la interacción gravitacional cometa/Venus y suponiendo que no hay pérdida de masa en la colisión, demuestre que la órbita de Fennus es elíptica y determine su radio medio. Determine si los años de los habitantes de Venus se han acortado ó alargado a causa del choque con el cometa. hfa[ $\gamma$ ]



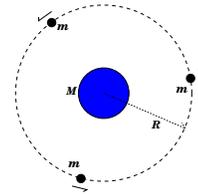
8. Dos partículas de igual masa se unen mediante una cuerda ideal de longitud  $h$ . El par es atraído gravitacionalmente por un asteroide de masa muy grande  $M$ . La distancia entre el asteroide y la partícula más cercana es  $R$ , con  $h \ll R$ . Despreciando la fuerza de atracción entre las dos partículas, calcule la tensión de la cuerda si ellas caen al asteroide con la cuerda estirada y en línea con éste. hfa[24][ $\beta$ ]



9. En ausencia de fuerzas externas interactúan gravitacionalmente una partícula de masa  $m$  y un cascarón esférico de radio  $R$  e igual masa. El cascarón tiene un orificio lo suficientemente pequeño como para que su campo gravitacional no se altere con respecto al caso en que no hay orificios. Inicialmente la distancia entre la partícula y el centro del cascarón es  $D$ , con ambos cuerpos en reposo. Si el orificio se alinea con la recta que une el centro del cascarón y la partícula, calcule el tiempo transcurrido entre el instante en que la partícula entra por el orificio y cuando ésta golpea por primera vez el cascarón. hfa[25][ $\beta$ ]



10. Tres satélites idénticos de masa  $m$  experimentan órbitas circunferenciales de igual radio ( $R$ ) cuando se ordenan una configuración triangular equilátera. Al centro de las órbitas se ubica un planeta de masa  $M$ . Sin despreciar la interacción gravitacional entre los satélites, determine la rapidez con que éstos orbitan.



11. En nuestro sistema solar una manzana orbita alrededor del Sol y nunca la podemos ver debido a que permanece invariablemente entre el Sol y la Tierra (punto de Lagrange). La manzana interactúa gravitacionalmente con el Sol y la Tierra. Sean  $M_S$  y  $M_T$  las masas del Sol y la Tierra respectivamente, y  $R$  la distancia entre ambos. Determine una ecuación para la distancia entre la manzana y Tierra.

