

Clase Auxiliar 3

1.

- (a) Determinar la ecuación diferencial de las curvas que cortan la familia de rectas $y = mx$ bajo un ángulo constante.
- (b) Determinar la ecuación de las curvas en que el segmento de la tangente comprendido entre el punto de tangencia y el eje OX es constante.

2. Determinar las curvas ortogonales a las siguientes familias.

- (a) $y = x^2 + cx$;
- (b) $x^2 - y^2 = c$, $c > 0$;
- (c) $x^2 + y^2 - cx = 0$;
- (d) $y^2(2c - x) = x^3$;

3. Es posible que la ecuación

$$M(x, y) + N(x, y) \frac{dy}{dx} = 0 \quad (1)$$

no sea exacta, pero que se convierta en tal por el simple artificio de multiplicarla por una función $\mu(x, y) \neq 0$. En otras palabras la ecuación

$$\mu(x, y)M(x, y) + \mu(x, y)N(x, y) \frac{dy}{dx} = 0$$

resulte exacta. En este caso diremos que $\mu(x, y)$ es factor integrante de la ecuación (1).

(a) Considere ecuación

$$p(x)y + q(x) + \frac{dy}{dx} = 0. \quad (2)$$

Verifique que (2) no es exacta.

(b) Verifique que

$$\mu(x, y) = e^{\int p(x) dx}$$

es factor integrante de la ecuación (2).

(c) Considere ecuación (1). Suponga

$$P(x) = \frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{N}$$

es solo una función de x . Verifique que

$$\mu(x) = e^{\int P(x) dx}$$

es factor integrante de la ecuación (1).

(d) Resolver

$$y + (x^2y - x) \frac{dy}{dx}$$

(Primero verifique que esta ecuación no es exacta y luego encuentre el factor integrante).