

Ejercicos 16

1.

(a) Considere el sistema de ecuaciones:

$$X' = A \cdot X, \quad \text{donde } A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Sean $X_j(t) = [x_{j1}(t), x_{j2}(t)]^T$, $j = 1, 2$ dos soluciones. Demuestre que el Wronskiano satisface

$$W(X_1, X_2)(t) = \exp[(a_{11} + a_{22})(t - t_0)] W(X_1, X_2)(t_0)$$

Indicación: Primero demuestre que se tiene

$$\frac{d}{dt} W(X_1, X_2)(t) = (a_{11} + a_{22}) W(X_1, X_2)(t).$$

(b) Considere la ecuación

$$y'' + \gamma y' + y = 0 \quad (2)$$

Cambiando variables reduzca (2) a un sistema lineal con coeficientes constantes. Luego resuelva este sistema considerando distintos valores de paramtero real γ . ¿ Qué cambio ocurre en la forma de las soluciones entre los valores $\gamma = 0$ y $\gamma = 4$?

2. Dibuje el diagrama de fase correspondiente a las siguientes ecuaciones.

(a) $x'' + x(1 - x^2) = 0$.

(b) $x'' + x \cos x = 0$.

(c) $x'' + x \ln |x| = 0$.

(d) $x'' + \sinh x = 0$.

(e)

$$\begin{aligned} x_1' &= -x_1 + x_2 + x_1^2 \\ x_2' &= x_2 - 2x_1x_2 \end{aligned}$$

(f)

$$\begin{aligned} x_1' &= 2x_1^2x_2 - 3x_1^2 - 4x_2 \\ x_2' &= -2x_1x_2^2 + 6x_1x_2 \end{aligned}$$