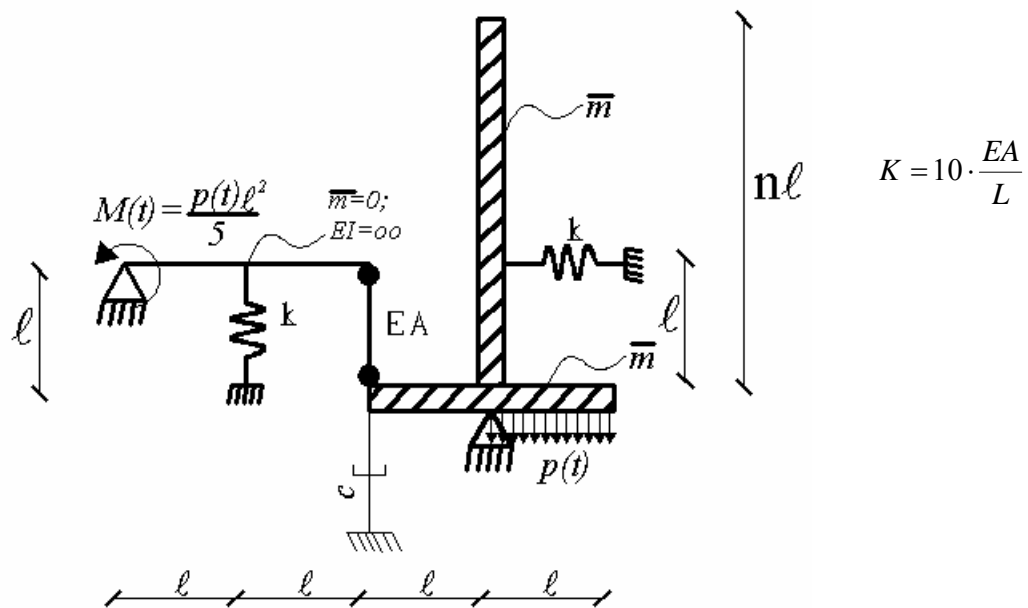


Control 1
CI42G Dinámica de Estructuras
Prof: Rubén Boroschek Krauskopf.
Aux: Francisco Hernández Prado.

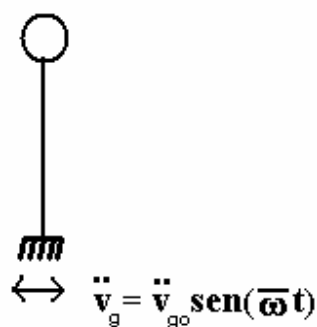
Viernes 29 de Septiembre de 2006

P1. Para la estructura que se muestra en la figura:



- 1) Condense el sistema de 2 GDL a un sistema de 1 GDL.
- 2) Obtenga la ecuación de equilibrio dinámico.
- 3) Determine n de modo el sistema sea inestable (k negativo)
- 4) Considerando $n=n_{\text{inestable}}/2$, determine el período fundamental y la constante del amortiguador c de modo que β sea un 3%.

P2. Calcule S_d , PS_v , PS_a para una razón de amortiguamiento de un 3% considerando solo régimen permanente, dado que se la aceleración en la base es una carga sinusoidal conocida. Grafique el espectro y los Pseudos espectros.



$$v_{go}^{**} = 0,1 \cdot g$$

$$\bar{\omega} = 3\pi \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$$

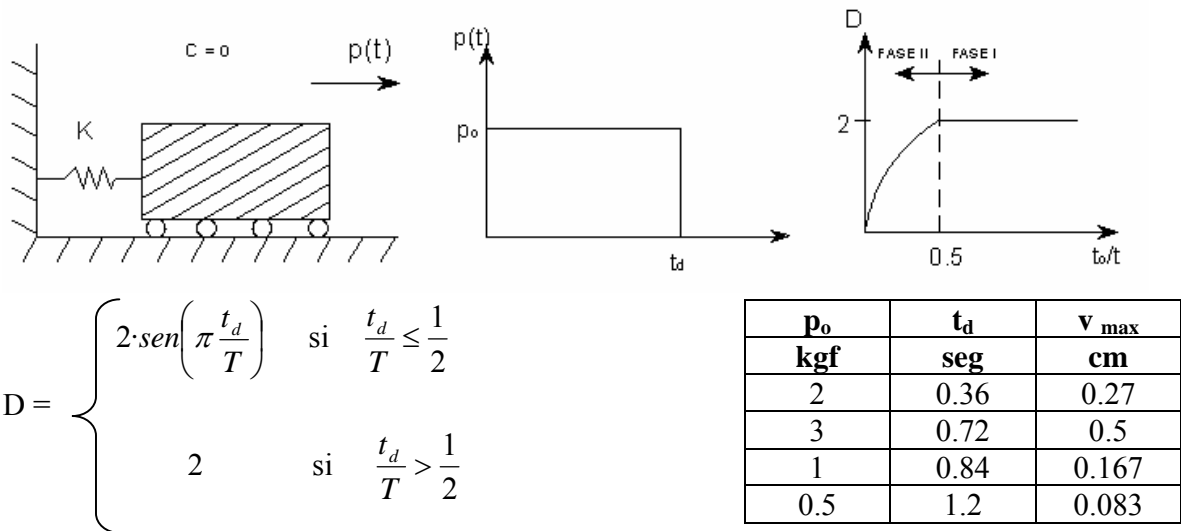
Control 1

CI42G Dinámica de Estructuras

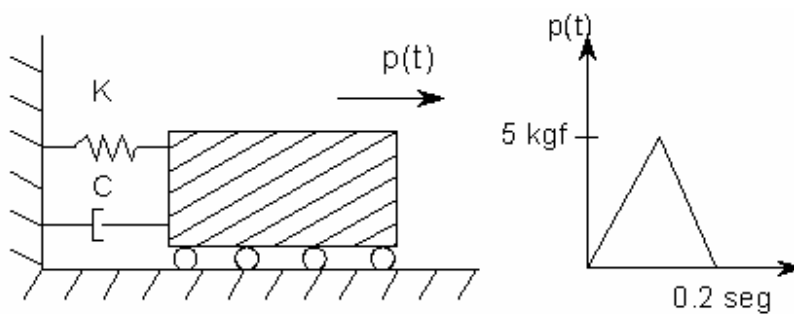
Prof: Rubén Boroschek Krauskopf.
Aux: Francisco Hernández Prado.

Viernes 29 de Septiembre de 2006

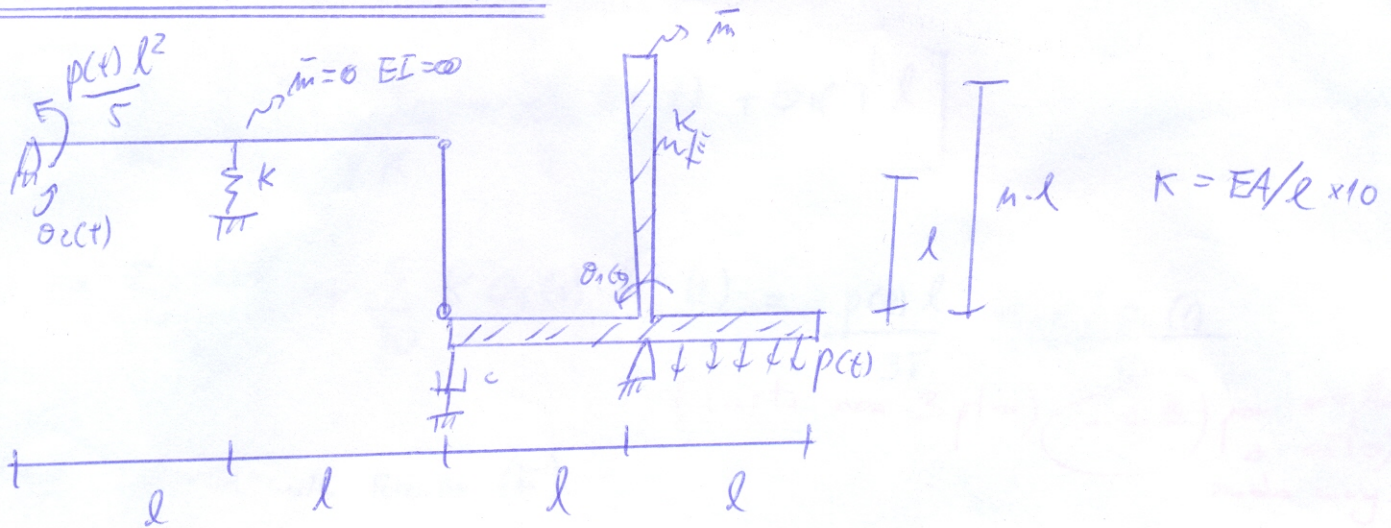
P3. a) Se realizan 4 pruebas de impacto constante a una estructura de 1 GDL, se registran los máximos desplazamientos. Determine el período, masa y rigidez de la estructura:



b) A la estructura anterior se le agrega un amortiguador. Luego se genera un impacto como el que se muestra en la figura. Si se sabe que la amplitud máxima en el tercer ciclo es $9.33 \cdot 10^{-2}$ cm, determine la constante del amortiguador.



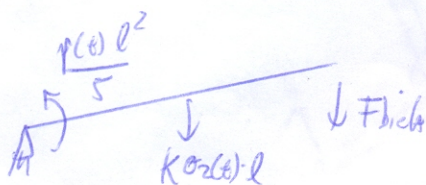
PAUTA CONTROL 1 CI426



1.- CONDENSANDO:

• BARRA SIN MASA

$$\theta = \frac{\pi}{2}$$



$$\Sigma H: \frac{p(t)l^2}{5} = K\theta_2(t)l^2 + F_{barras} \cdot 2l \quad (1)$$

~~20~~

$$F_{barras} = \frac{EA}{l} [\theta_2(t)l \cdot 2 + \theta_1(t) \cdot l] = \frac{K}{10} [\theta_2(t) \cdot 2l + \theta_1(t) \cdot l] \quad (2)$$

~~20~~

Reemplazando (2) en (1)

$$\Rightarrow \frac{p(t)l^2}{5} = Kl^2\theta_2(t) + \frac{4l^2K}{10}\theta_2(t) + \frac{2Kl^2}{10}\theta_1(t)$$

$$\frac{p(t)l^2}{5} = \frac{7}{5} Kl^2\theta_2(t) + \frac{Kl^2}{5}\theta_1(t)$$

$$\Rightarrow \theta_2(t) = \frac{5}{7Kl^2} \left[\frac{p(t)l^2}{5} - \frac{Kl^2}{5}\theta_1(t) \right] = \frac{p(t)}{7K} - \frac{1}{7}\theta_1(t) \quad (3)$$

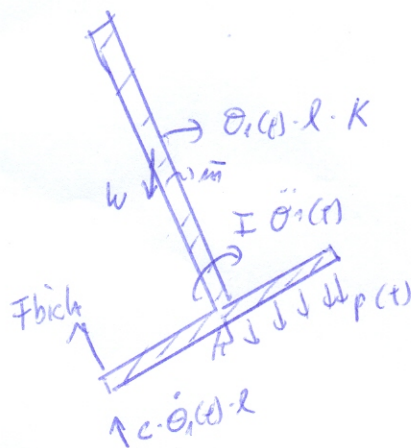
Reemplazando (3) en (2)

$$F_{bich} = \frac{K}{10} \cdot \left[\frac{2l p(t)}{7K} - \frac{2l}{7} \theta_1(t) + \theta_1(t) \cdot l \right]$$

$$F_{bich} = \frac{2p(t)l}{70} + \frac{5}{70} K \theta_1(t) \cdot l \quad (4) = \frac{p(t)l}{35} + \frac{Kl\theta_1(t)}{14}$$

(hasta los 3 ptes) $\left(-0,5\right)$ por no llegar a los ptes viendo muy mal.

- BARRA INFINITAMENTE RÍGIDA (\bar{m}).



$$I = \frac{1}{12} \bar{m} (2l)^3 + \frac{1}{3} \bar{m} (nl)^3$$

$$I \ddot{\theta}_1(t) + Kl^2 \theta_1(t) - \bar{m} \cdot nl \cdot g \cdot \frac{nl}{2} \cdot \theta_1(t) + c \dot{\theta}_1(t) l^2 + F_{bich} \cdot l + \frac{p(t)l^2}{2} = 0 \quad (5)$$

Reemplazando (4) en (5)

$$I \ddot{\theta}_1(t) + \left[\frac{15}{14} Kl^2 - \bar{m}g \cdot \frac{(nl)^2}{2} \right] \theta_1(t) + cl^2 \dot{\theta}_1(t) = -\frac{37}{70} p(t)l^2$$

EC. DE MOVIMIENTO

M ta sc4 instable el sistema:

$$\frac{15}{14} K l^2 = \bar{m} g \frac{(m l)^2}{2} \Rightarrow n = \sqrt{\frac{30}{14} \frac{K}{\bar{m} g}} \quad (0,5)$$

Determinando período usando $n = \frac{n_{\text{instable}}}{2} = \sqrt{\frac{15}{28} \frac{K}{\bar{m} g}}$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m^*}{K^*}}$$

$$m^* = I = \frac{1}{12} 8 l^3 \bar{m} + \frac{1}{3} \bar{m} l^3 \cdot \left(\frac{15}{28} \frac{K}{\bar{m} g} \right)^{3/2}$$

$$K^* = \frac{15}{14} K l^2 - \frac{\bar{m} g}{2} \cdot l^2 \cdot \frac{15}{28} \frac{K}{\bar{m} g}$$

$$K^* = \left(\frac{15}{14} - \frac{15}{56} \right) K l^2 = \frac{45}{56} K l^2 = \frac{5}{7} K l^2 \quad (0,25)$$

$$\Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{8}{3} \bar{m} l^3 + \frac{1}{3} \bar{m} l^3 \left(\frac{15}{28} \frac{K}{\bar{m} g} \right)^{3/2}}{\frac{5}{7} K l^2}}$$

$$C = \beta \cdot 2 m^* \omega = \beta \cdot 2 \cdot m^* \cdot \sqrt{\frac{K^*}{m^*}} = 2\beta \sqrt{K^* m^*}$$

$$C = 2 \cdot 0,03 \cdot \sqrt{\left(\frac{8}{3} \bar{m} l^3 + \frac{1}{3} \bar{m} l^3 \left(\frac{15}{28} \frac{K}{\bar{m} g} \right)^{3/2} \right) \cdot \frac{5}{7} K l^2} \quad (0,25)$$

Pauta P2 Control 1, CI 42G, Otoño 2006:

$$g = 9.807 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \beta := 3\%$$

$$\text{ORIGIN} \equiv 1$$

$$v_{go} := 0.1 \cdot g$$

$$\omega := 3 \cdot \frac{\pi}{\text{s}}$$

$$\text{Sd}(T) := \frac{v_{go} \cdot T^2}{(2 \cdot \pi)^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega \cdot T}{2 \cdot \pi}\right)^2\right]^2 + \left(2 \cdot \beta \cdot \frac{\omega \cdot T}{2 \cdot \pi}\right)^2}}$$

$$\text{PSv}(T) := \text{Sd}(T) \cdot \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

$$\text{PSa}(T) := \text{PSv}(T) \cdot \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

$$i := 1 \dots 25$$

$$\text{TT}_i := i \cdot 0.1 \text{ s}$$

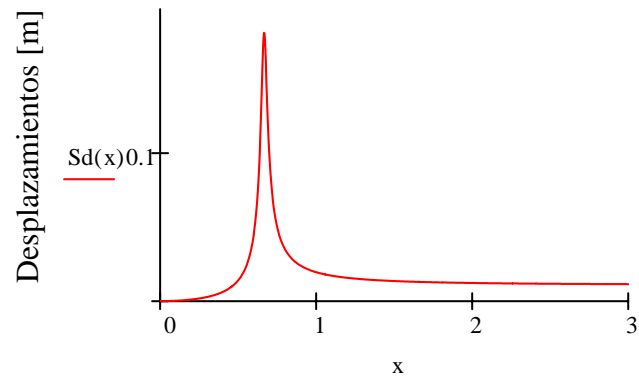
$$\text{Sd2}_i := \text{Sd}(\text{TT}_i)$$

$$\text{PSv2}_i := \text{PSv}(\text{TT}_i)$$

$$\text{PSa2}_i := \text{PSa}(\text{TT}_i)$$

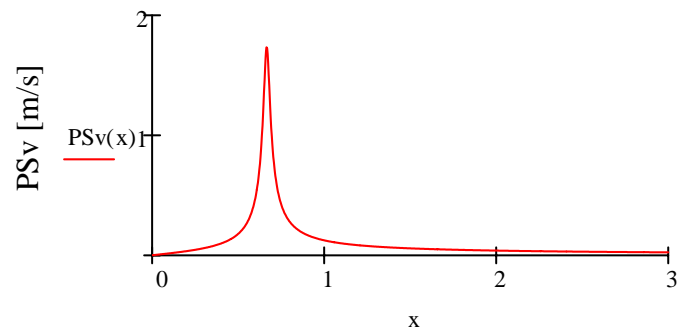
TT =		1	s	Sd2 =		1	cm	PSv2 =		1	$\frac{\text{cm}}{\text{s}}$	PSa2 =		1	$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
	1	0.1			1	0.025			1	1.597			1	1.003	
	2	0.2			2	0.109			2	3.43			2	1.077	
	3	0.3			3	0.28			3	5.868			3	1.229	
	4	0.4			4	0.62			4	9.739			4	1.53	
	5	0.5			5	1.412			5	17.744			5	2.23	
	6	0.6			6	4.527			6	47.41			6	4.965	
	7	0.7			7	10.117			7	90.808			7	8.151	
	8	0.8			8	3.566			8	28.005			8	2.2	
	9	0.9			9	2.435			9	16.996			9	1.187	
	10	1			10	1.982			10	12.454			10	0.783	
	11	1.1			11	1.742			11	9.951			11	0.568	
	12	1.2			12	1.595			12	8.352			12	0.437	
	13	1.3			13	1.497			13	7.234			13	0.35	
	14	1.4			14	1.427			14	6.404			14	0.287	
	15	1.5			15	1.375			15	5.76			15	0.241	
	16	1.6			16	1.335			16	5.244			16	0.206	
	17	1.7			17	1.304			17	4.82			17	0.178	
	18	1.8			18	1.279			18	4.465			18	0.156	
	19	1.9			19	1.259			19	4.162			19	0.138	
	20	2			20	1.242			20	3.901			20	0.123	
	21	2.1			21	1.227			21	3.673			21	0.11	
	22	2.2			22	1.215			22	3.471			22	0.099	
	23	2.3			23	1.205			23	3.292			23	0.09	
	24	2.4			24	1.196			24	3.131			24	0.082	
	25	2.5			25	1.188			25	2.987			25	0.075	

Espectro de Desplazamientos



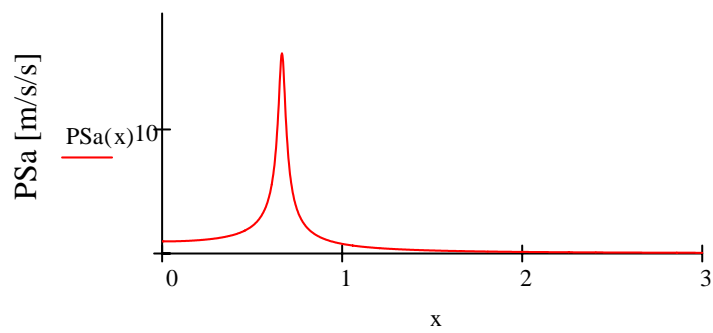
Periodo [seg]

Pseudo-Espectro de Velocidades



Período [seg]

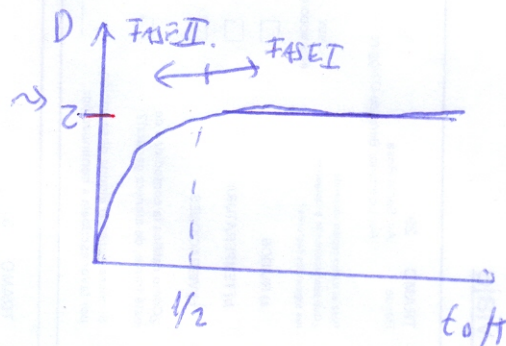
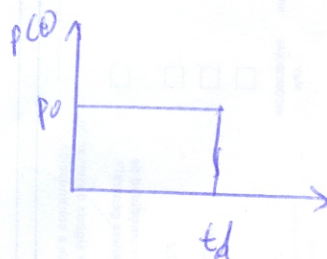
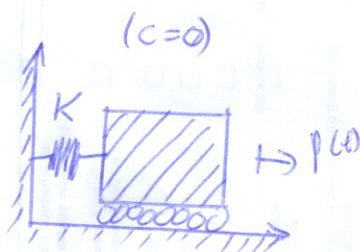
Pseudo-Espectro de Aceleraciones



Período [seg]

PAUTA Control #1 CT426

[P3] Se realizan 4 pruebas de impacto constante a una estructura de un GDL, se registran los máximos desplazamientos. Determine el período, masa y rigidez de la estructura.



$$D = \begin{cases} Z \sin\left(\pi \frac{t_0}{T}\right) & \frac{t_0}{T} < \frac{1}{2} \\ Z & \frac{t_0}{T} > \frac{1}{2} \end{cases}$$

Datos medidos:

p_0	t_0	N_{max}
[Kg]	[seg]	[cm]
2	0,36	0,270
3	0,72	0,500
1	0,84	0,167
0,5	1,20	0,083

~

N_{max}/p_0
cm/Kgf
0,135
0,167
0,167
0,166

0,5

← FASE II

Zona constante
controla FASE I

$$N_{max} = \frac{p_0 D}{K}$$

$$\Rightarrow \frac{N_{max}}{p_0} = \frac{D}{K}$$

$$\Rightarrow 0,167 = \frac{D}{K} \text{ con } D=Z \Rightarrow K = \frac{Z}{0,167} = 12 \text{ Kg/cm}$$

10

Luego considerando el valor en FASE II:

$$N_{max} = \frac{p_0 D}{K} \Rightarrow D = \frac{N_{max} \cdot K}{p_0} = \frac{0,270 \text{ cm} \cdot 12 \text{ Kg/cm}}{2 \text{ Kg}} = 1,62$$

Luego $1,62 = Z \sin\left(\pi \frac{t_0}{T}\right)$ con $t_0 = 0,36 \text{ seg.}$

$$\Rightarrow \frac{\pi t_0}{T} = \arcsin\left(\frac{1,62}{Z}\right) = 0,9441 \text{ rad.}$$

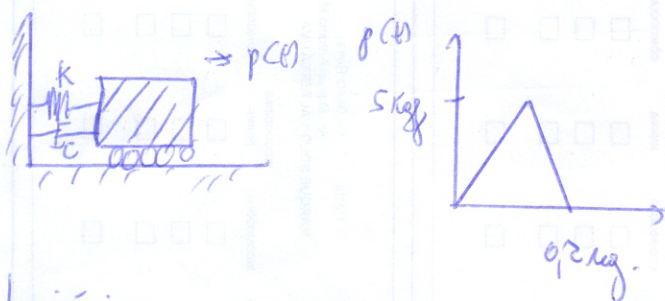
$$\Rightarrow T = \frac{\pi \cdot 0,36 \text{ seg}}{0,9441 \text{ rad}} = 1,2 \text{ seg} \quad (1,0)$$

Luego $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} \Rightarrow m = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \cdot K = 0,438 \frac{\text{kg} \cdot \text{s}^2}{\text{cm}} \quad (0,5)$

b) A la estructura anterior se le agrega un amortiguador.

Luego se genera un impacto como el que muestra en la figura.

Si se sabe que la Amplitud ^{máxima} en el 3er ciclo es $9,33 \times 10^{-2} \text{ cm}$, determine la constante del amortiguador.



Solución:

Recordando para impactos de corta duración $t_p / T = 0,2 / 1,2 = 1/6 < 1/4$

$$h(t) = \frac{1}{m\omega_d} \left(\int_0^{t_d} p(\tau) d\tau \right) \cdot e^{-p\omega_d t} \cdot \sin(\omega_d t)$$

$2\frac{1}{4} T_0 \sim 2,25 T_0 \quad (0,5)$

Al tercen ciclo

$$N_{\text{max}} = \frac{1}{m \omega_d} \cdot \left(\int_0^{t_d} p(t) dt \right) \cdot e^{-\beta \omega \cdot 2,25 T_0}$$

$$\int_0^{t_d} p(t) dt = \frac{5 K_{\text{eff}} \cdot 0,2 \text{ seg}}{2} = 0,5 K_{\text{eff}} \cdot \text{seg.} \quad (0,5)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 5,24 \frac{\text{rad}}{\text{seg.}} ; m = 0,438 \frac{\text{Kgf} \cdot \text{s}^2}{\text{m}}$$

$$T_D = \frac{T}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{2\pi}{\omega \sqrt{1-\beta^2}}$$

$$N_{\text{max}} = \frac{0,5 K_{\text{eff}} \cdot \text{s}}{0,438 K_{\text{eff}} \cdot \text{s}^2 \cdot 5,24 \frac{\text{rad}}{\text{seg.}} \cdot \sqrt{1-\beta^2}}$$

$$e^{-\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \cdot 4,5\pi} \quad (0,5) \quad \text{[scribble]}$$

$$N_{\text{max}} = 9,33 \times 10^{-2} \text{ cm} \Rightarrow \beta = 0,06 \text{ OK.} \quad (0,5)$$

$$C = C_c \cdot \beta = 2 m \omega \cdot \beta = 2 \sqrt{\text{K} \cdot \text{m}} \cdot \beta$$

$$C = 2 \cdot 0,438 \cdot 5,24 \cdot 0,06 = (0,5)$$